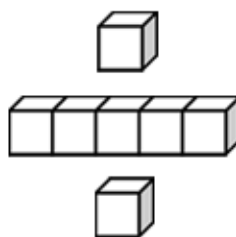




# 基本學習內容：RC-4-2-1

## 理解乘法結合律

### 【教師用】





**學習內容：**

**R-4-2 四則計算規律 (I)：**兩步驟計算規則。加減混合計算、乘除混合計算。在四則混合計算中運用數的運算性質。

**備註：**加減部分，不做 $a-(b-c)$ 之去括號。乘除只做「三數相乘，順序改變不影響其積」、「先乘後除與先除後乘的結果相同」。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。

**基本學習內容：**

RC-4-2-1 理解乘法結合律。

**基本學習表現：**

RCP-4-2-1-1 能在具體情境中，理解乘法結合律。

RCP-4-2-1-2 能在具體情境中，利用乘法結合律來簡化計算。



### 概要說明：

- 本基本學習內容為 2-a-02 之後續學習概念，故學生應該已經能在具體情境中，認識加法交換律及加法結合律。
- 本基本學習內容在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。
- 建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。

以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識先算 1 箱有  $25 \times 12$  顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成  $(25 \times 12) \times 20 = 6000$ ；和先算 20 箱有  $12 \times 20$  盒蘋果，再算  $12 \times 20$  盒有幾顆蘋果，記成  $25 \times (12 \times 20) = 6000$ ，因為答案相同，所以  $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$ 。

- 「乘法結合律」的名詞不宜出現在四年級(含四年級)以前的教學與評量中。

- 乘法結合律、乘法交換律及乘法對加法的分配律說明如下：

乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

乘法交換律： $a \times b = b \times a$ 。

乘法對加法的分配律： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ (右分配)。

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (左分配)。

- 利用結合律來簡化計算時，計算過程中常同時利用到乘法交換律及乘法結合律。例如計算  $(25 \times 11) \times 4 = 25 \times (11 \times 4) = 25 \times (4 \times 11) = (25 \times 4) \times 11 = 100 \times 11 = 1100$ 。教師教學時不必詳細說明上述計算過程，只要透過情境幫助學生認識乘法順序改變並不影響其積的性質。



基本學習內容：RC-4-2-1 理解乘法結合律

### ◎理解乘法結合律

(1)一盒巧克力有 13 顆，25 盒裝一箱。爺爺買了 4 箱，  
共買了幾顆巧克力？  
請先用兩個算式，把先算什麼、後算什麼記下來，  
最後再用一個算式把算法記下來。

#### 方法一

先算 1 箱有幾顆： $13 \times 25 = 325$

一盒有 13 顆，一箱有 25 盒

再算 4 箱有幾顆： $325 \times 4 = 1300$

一箱有 325 顆，共有 4 箱

最後用一個算式把算法記下來： $(13 \times 25) \times 4 = 1300$

#### 方法二

先算 4 箱有幾盒： $25 \times 4 = 100$

一箱有 25 盒，共有 4 箱

再算 4 箱有幾顆： $13 \times 100 = 1300$

一盒有 13 顆，共有 100 盒

最後用一個算式把算法記下來： $13 \times (25 \times 4) = 1300$

答：有 1300 顆巧克力

方法一的算式： $(13 \times 25) \times 4 = 1300$

方法二的算式： $13 \times (25 \times 4) = 1300$

$(13 \times 25) \times 4$  和  $13 \times (25 \times 4)$  的答案算出來的答案都是 1300 顆。

可以記成： $(13 \times 25) \times 4 = 13 \times (25 \times 4)$

又可記成： $13 \times (25 \times 4) = (13 \times 25) \times 4$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1 至 3 頁教材教學的重點是幫助學生理解乘法結合律。
2. 本頁第(1)題是連乘的兩步驟問題，要求學生先用兩個算式把做法記下來，再用一個併式把做法記下來。
  - 學生三年級已有用兩個算式記錄連乘兩步驟問題的解題經驗，四年級也有用一個併式記錄連乘兩步驟問題的解題經驗，本頁提供兩種算法，透過這兩種算法的答案都一樣，幫助學生認識乘法結合律。
  - 如果學生無法將兩個算式改用一个併式來記錄，教師可以參閱 4-nc-04-2 的教材，或提供 4-nc-04-2 的教材給學生練習。
  - 因為「 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 」比「 $a \times b \times c = a \times (b \times c)$ 」容易看到乘法結合律的現象，教師應要求學生把先算的部份用括號記下來，不宜透過「由左往右算」運算次序的約定來省略左邊的括號。
3. 方法一先算 25 盒有幾顆「 $13 \times 25 = 325$ 」，再算 4 箱有幾顆「 $325 \times 4 = 1300$ 」，並將上面的兩個算式改記成一個併式「 $(13 \times 25) \times 4 = 1300$ 」。  
方法二先算 4 箱有幾盒「 $25 \times 4 = 100$ 」，再算 100 盒幾顆「 $100 \times 13 = 1300$ 」，並將上面的兩個算式改記成一個併式「 $13 \times (25 \times 4) = 1300$ 」。
  - 本頁最後幫助學生看到「 $(13 \times 25) \times 4 = 1300$ 」和「 $13 \times (25 \times 4) = 1300$ 」的答案都相同，可以記成「 $(13 \times 25) \times 4 = 13 \times (25 \times 4)$ 」，幫助學生認識乘法結合律。

基本學習內容：RC-4-2-1 理解乘法結合律

(2)一包餅乾 16 元，一箱有 15 包，老師買了 2 箱，共要多少元？

請先用兩個算式，把先算什麼、後算什麼記下來，

最後再用一個算式把算法記下來。

#### 方法一

先算一箱餅乾多少元： $16 \times 15 = 240$

一包 16 元，一箱有 15 包

再算 2 箱要多少元： $240 \times 2 = 480$

一箱 240 元，共有 2 箱

最後用一個算式把算法記下來： $(16 \times 15) \times 2 = 480$

#### 方法二

先算 2 箱有幾包餅乾： $15 \times 2 = 30$

一箱有 15 包，共有 2 箱

再算 2 箱要多少元： $16 \times 30 = 480$

一包 16 元，共有 30 包

最後用一個算式把算法記下來： $16 \times (15 \times 2) = 480$

答：共 480 元

方法一的算式： $(16 \times 15) \times 2 = 480$

方法二的算式： $16 \times (15 \times 2) = 480$

$(16 \times 15) \times 2 = 480$  和  $16 \times (15 \times 2) = 480$  的答案算出來的答案都一樣。

可以記成： **$(16 \times 15) \times 2 = 16 \times (15 \times 2)$**

又可記成： **$16 \times (15 \times 2) = (16 \times 15) \times 2$**





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1 至 3 頁教材教學的重點是幫助學生理解乘法結合律。
2. 本頁第(2)題是連乘的兩步驟問題，要求學生先用兩個算式把做法記下來，再用一個併式把做法記下來。
3. 方法一先算 15 包(1 箱)要多少元「 $16 \times 15 = 240$ 」，再算 2 箱要多少元「 $240 \times 2 = 480$ 」的算法，並將上面的兩個算式改記成一個併式「 $(16 \times 15) \times 2 = 480$ 」。

方法二先算 2 箱有幾包「 $15 \times 2 = 30$ 」，再算 30 包(2 箱)要多少元「 $16 \times 30 = 480$ 」的算法，並將上面的兩個算式改記成一個併式「 $16 \times (15 \times 2) = 480$ 」。

本頁最後先幫助學生看到「 $(16 \times 15) \times 2 = 480$ 」和「 $16 \times (15 \times 2) = 480$ 」的答案都相同，可以記成「 $(16 \times 15) \times 2 = 16 \times (15 \times 2)$ 」，幫助學生認識乘法結合律。

- 教師只要幫助學生看到「 $(16 \times 15) \times 2 = 16 \times (15 \times 2)$ 」的現象，並理解乘法結合律即可，不宜引入「乘法結合律」的名詞。



基本學習內容：RC-4-2-1 理解乘法結合律

(3)「一盒蘋果有 7 個，36 盒蘋果裝一箱，19 箱共有多少個蘋果？」

方法一： $7 \times (36 \times 19) = ( \quad )$

方法二： $(7 \times 36) \times 19 = ( \quad )$

請問方法一和方法二算出來的答案會一樣嗎？



方法一

先算： $36 \times 19 = 684$

再算： $7 \times 684 = 4788$

$4788 = 4788$

方法二

先算： $7 \times 36 = 252$

再算： $252 \times 19 = 4788$

答：兩個方法算出來的答案一樣

方法一是先算一箱有幾盒蘋果，再算 19 箱共有幾顆蘋果。

方法二是先算一箱有幾顆蘋果，再算 19 箱共有幾顆蘋果。

兩個算式最後都會算出 19 箱共有幾顆蘋果。



$7 \times (36 \times 19) = (7 \times 36) \times 19$

答：兩個方法算出來的答案一樣





**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 至 3 頁教材教學的重點是幫助學生理解乘法結合律。
  2. 本頁第(3)題是連乘的兩步驟問題，提供情境與兩種算法，希望學生判斷兩個方法算出來的答案是否會一樣。
  3. 學生理解「乘法結合律」有兩個層次：
    - 層次一：學生必須分別算出「 $7 \times (36 \times 19)$ 」和「 $(7 \times 36) \times 19$ 」的答案，  
才能判斷算出來的答案一樣。
    - 層次二：學生知道這兩種算法都是合理的算法，因此不必算出答案，  
就能預期這兩個算式的答案一定相等。學生必須到達層次二，才理解「乘法結合律」的性質。
- 教師只要幫助學生看到「 $7 \times (36 \times 19) = (7 \times 36) \times 19$ 」的現象，並理解乘法結合律即可，不宜引入「乘法結合律」的名詞。

基本學習內容：RC-4-2-1 理解乘法結合律

◎應用乘法結合律簡化計算

- (1)園遊會時，學校發給每個攤位 37 瓶礦泉水，一個年級有 25 個攤位，  
4 個年級共要準備多少瓶礦泉水？  
請先列式，再用逐次減項的記法把算法記下來。



$$\begin{aligned}(37 \times 25) \times 4 \\ = 925 \times 4 \\ = 3700\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}37 \times (25 \times 4) \\ = 37 \times 100 \\ = 3700\end{aligned}$$



答：共要 3700 瓶礦泉水

$(37 \times 25) \times 4$  和  $37 \times (25 \times 4)$  都可以算出正確答案。  
但右邊的方法  $37 \times (25 \times 4)$  在運算上會更簡單。  
因為可以先用「 $25 \times 4 = 100$ 」再用其他數去乘以 100。



- (2)一盒果凍有 23 個，25 盒果凍裝一箱，請問 8 箱共有多少顆果凍？  
方法一： $(23 \times 25) \times 8 = 575 \times 8 = 4600$   
方法二： $23 \times (25 \times 8) = 23 \times 200 = 4600$   
請問哪一種方法在計算上比較容易？



先算  $25 \times 8$  可以得到 200，  
再算  $23 \times 200$  就可以很容易得到 4600 的答案。

答：方法二



### 教材內容說明：

1. 本教材第 4 至 5 頁教材教學的重點是幫助學生理解三數相乘，順序改變不影響其積的性質來簡化計算。
  - 乘法結合律指的是「 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ 」的性質。
  - 三數相乘，順序改變不影響其積是乘法交換律和乘法結合律的應用，指的是「 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = b \times (a \times c) = b \times (a \times c) = c \times (a \times b) = c(b \times a)$ 」的性質。
2. 本頁第(1)題是連乘的兩步驟問題，要求先列式，再用逐次減項的記法把做法記下來，希望透過逐次減項的記法，幫助學生認識可以利用乘法結合律來簡化計算。
  - 如果學生無法理解逐次減項記法的意義，教師可以參閱 4-nc-04-2 的教材，或提供 4-nc-04-2 的教材給學生練習。
  - 透過對話框的說明，帶學生觀察並發現右邊的算法比左邊的算法更有效率。
3. 本頁第(2)題是連乘的兩步驟問題，本教材提供兩種列式及逐次減項的記法，希望幫助學生發現方法二的算法比方法一的算法更有效率。
  - 教師可以多舉一些例子，幫助學生利用乘法結合律來簡化計算。

基本學習內容：RC-4-2-1

基本學習內容：RC-4-2-1 理解乘法結合律

(3)  $1232 \times 6 \times 5 = ( \quad )$



$$\begin{aligned} 1232 \times 6 \times 5 \\ &= (1232 \times 6) \times 5 \\ &= 7392 \times 5 \\ &= 36960 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \times 1232 \times 5 \\ &= 1232 \times (6 \times 5) \\ &= 1232 \times 30 \\ &= 36960 \end{aligned}$$



答：39690

在本題中，先算  $6 \times 5 = 30$ ，再算  $1232 \times 30$  會比較好算。



(4)  $84 \times 12 \times 5 = ( \quad )$



$$\begin{aligned} 84 \times 12 \times 5 \\ &= (84 \times 12) \times 5 \\ &= 1008 \times 5 \\ &= 5040 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 84 \times 12 \times 5 \\ &= 84 \times (12 \times 5) \\ &= 84 \times 60 \\ &= 5040 \end{aligned}$$



答：5040

在本題中，先算  $12 \times 5 = 60$ ，再算  $84 \times 60$  會比較好算。



(5)  $78 \times 125 \times 8 = ( \quad )$



$$\begin{aligned} 78 \times 125 \times 8 \\ &= (78 \times 125) \times 8 \\ &= 9750 \times 8 \\ &= 78000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 78 \times 125 \times 8 \\ &= 78 \times (125 \times 8) \\ &= 78 \times 1000 \\ &= 78000 \end{aligned}$$



答：78000

在本題中，先算  $125 \times 8 = 1000$ ，再算  $78 \times 1000$  會比較好算。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 4 至 5 頁教材教學的重點是幫助學生理解三數相乘，順序改變不影響其積的性質來簡化計算。
  - 乘法結合律指的是「 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ 」的性質。
  - 三數相乘，順序改變不影響其積是乘法交換律和乘法結合律的應用，指的是「 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = b \times (a \times c) = b \times (a \times c) = c \times (a \times b) = c(b \times a)$ 」的性質。
2. 本頁第(3)至(5)題提供連乘的兩步驟計算問題，並用逐次減項的記法把做法記下來，希望透過逐次減項記法的算式，幫助學生認識可以利用乘法結合律來簡化計算。
  - 學生以不同方法算完後，老師應該請學生觀察與比較哪一種算法比較有效率。

基本學習內容：RC-4-2-1 理解乘法結合律



### 小試身手

①填填看

$$(80 \times 12) \times 7 = 6720$$

$$80 \times (12 \times 7) = (6720)$$

②填填看

$$(32 \times 15) \times 8 = 3840$$

$$32 \times (15 \times 8) = (3840)$$

③算算看

$$16 \times 25 \times 4 = ( )$$

$$\begin{aligned} 16 \times 25 \times 4 \\ &= 16 \times (25 \times 4) \\ &= 16 \times 100 \\ &= 1600 \end{aligned}$$

答：1600

④算算看

$$49 \times 50 \times 2 = ( )$$

$$\begin{aligned} 49 \times 50 \times 2 \\ &= 49 \times (50 \times 2) \\ &= 49 \times 100 \\ &= 4900 \end{aligned}$$

答：4900

⑤算算看

$$320 \times 125 \times 8 = ( )$$

$$\begin{aligned} 320 \times 125 \times 8 \\ &= 320 \times (125 \times 8) \\ &= 320 \times 1000 \\ &= 32000 \end{aligned}$$

答：1600

⑥算算看

$$5 \times 639 \times 20 = ( )$$

$$\begin{aligned} 5 \times 639 \times 20 \\ &= 639 \times (5 \times 20) \\ &= 639 \times 100 \\ &= 63900 \end{aligned}$$

答：63900



**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手包含 6 個子問題：
2. 子問題①提供算式 $(80 \times 12) \times 7 = 6720$ ，要求學生算出  $80 \times (12 \times 7)$  的答案，檢查學生是否能利用乘法結合律的性質直接寫出答案。  
子問題②提供算式 $(32 \times 15) \times 8 = 3840$ ，要求學生算出  $32 \times (15 \times 8)$  的答案，檢查學生是否能利用乘法結合律的性質直接寫出答案。
3. 子問題③、④、⑤、⑥給定連乘的兩步驟計算題，限制學生利用三數相乘，順序改變不影響其積的性質來簡化計算。
  - 如果學生依由左往右的順序算出答案，教師應先肯定學生的算法是正確的，教師再提出較有效率的算法，幫助學生能利用三數相乘，順序改變不影響其積的性質來簡化計算。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

4 年級數學

