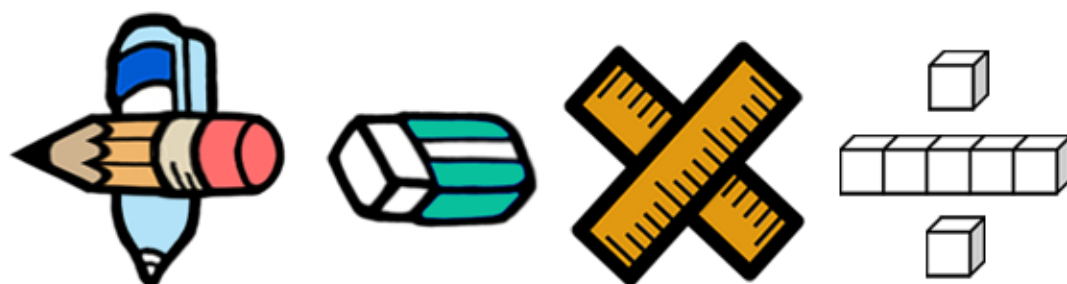


# 基本學習內容：SC-4-6-1

## 認識平面圖形全等的意義

### 【教師用】





基本學習內容：SC-4-6-1

**學習內容：**

**S-4-6 平面圖形的全等：**以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。

能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。

**備註：**在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。

平移、旋轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。

**基本學習內容：**

SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

**基本學習表現：**

SC-4-6-1 能判斷兩平面圖形是否全等。

SC-4-6-2 能用「對應點」、「對應邊」及、「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。

SC-4-6-3 知道圖形的性質，在全等的操作下不會改變。

**概要說明：**

- 基本學習內容 SC-4-6-1 為 S-1-2-1 之後續學習概念，故學生應該已經能透過疊合判斷兩個平面圖形是否全等。

本基本學習內容幫助學生認識平面圖形全等的意義，引入「全等」的名詞，並能用「對應頂點」、「對應邊」及、「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。

- 將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，該圖形的形狀和大小不會改變，討論的是圖形形狀的保留概念；將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，會和另一個圖形完全疊合，討論的是兩個圖形的全等關係。學生必須掌握圖形形狀的保留概念，才能透過疊合判斷兩圖形是否全等。

- 教師應透過平移、旋轉或翻轉圖形，幫助學生理解圖形的性質，在全等的操作下不會改變。例如將等腰三角形橫放、直放、斜放或翻轉，兩腰等長或兩底角相等的性質不會改變。

- 甲圖形經過平移、旋轉或翻轉後，和乙圖形完全疊合，稱甲、乙兩個圖形全等。

- 四年級引入全等圖形、五年級引入線對稱圖形、六年級引入放大與縮小圖，這些教材討論的重點都是兩個圖形之間的關係，例如都出現「對應點」、「對應邊」、「對應角」的名詞。

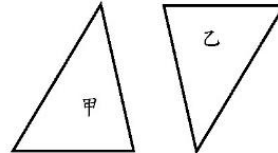
- 全等圖形不受顏色干擾，教師應強調「形狀、大小」相同，兩個圖形能完全疊合，釐清學生迷思概念。

基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

◎能判斷兩面圖形是否全等。



小朋友，你覺得甲、乙這兩個圖形是不是一模一樣呢？



看起來好像一樣，又好像不一樣。



把甲圖形和乙圖形剪下來疊疊看，甲圖形和乙圖形是不是可以完全疊合呢？

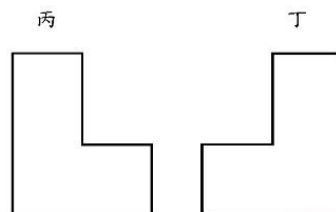
我把甲圖形和乙圖形剪下來後，把甲圖形和乙圖形疊疊看，發現這兩個圖形可以完全疊合。



如果甲、乙兩個圖形可以完全疊合，我們說「甲圖形和乙圖形是全等的圖形」，也可以說「甲圖形和乙圖形全等」。



接著請小朋友看丙、丁這兩個圖形，你覺得丙、丁這兩個圖形是不是一模一樣呢？



我把丙圖形剪下來後，把丙圖形移來移去，轉來轉去，都無法和丁圖形完全疊合。



如果把丙圖形翻轉過來呢！丙、丁這兩個圖形是不是可以完全疊合？

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 至第 2 頁的教學重點是認識全等的意義。
2. 本頁教材上半段給定兩個圖形，先詢問這兩個圖形是否一模一樣，再要求學生將圖形剪下來疊疊看，這兩個圖形是否能完全疊合。甲和乙兩個圖形透過平移或旋轉操作，就能夠完全疊合。
  - 不宜直觀的說明甲、乙兩個圖形可以完全疊合，應要求學生將甲、乙兩圖形剪下來疊疊看，判斷甲、乙兩圖形是否可以完全疊合。
  - 教學時不宜出現「平移」或「旋轉」等專有名詞。
3. 本教材接著給全等圖形下定義：如果甲、乙兩圖形可以完全疊合，我們說「甲圖形和乙圖形是全等的圖形」，也可以說「甲圖形和乙圖形全等」，或「乙圖形和甲圖形全等」。
4. 本頁下半段給定兩個圖形，先詢問這兩個圖形是否一模一樣，再要求學生將圖形剪下來疊疊看，這兩個圖形是否能完全疊合。丙和丁這兩個圖形透過平移或旋轉操作，無法完全疊合，必須透過翻轉的操作，才能夠完全疊合。
  - 教師可以要求學生將丙、丁兩個圖形都剪下來，判斷兩個圖形是否能完全疊合；也可以只將丙圖形剪下來，判斷是否能和丁圖形完全疊合。
  - 丙、丁兩圖形透過平移或旋轉操作都無法完全疊合，必須將其中一個圖形翻轉後才能完全疊合。



基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

我把丙圖形翻轉過來後，發現丙圖形和丁圖形可以完全疊合。



我把丁圖形剪下來翻轉過來後，發現丁圖形和丙圖形也可以完全疊合。

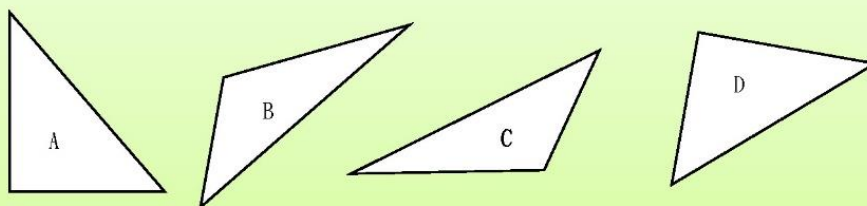


丙圖形翻轉過來後和丁圖形可以完全疊合，我們可以說「丙圖形和丁圖形是全等的圖形」，也可以說「丙圖形和丁圖形全等」。

重點歸納：透過移來移去，翻來轉去，如果發現這兩個圖形可以完全疊合，我們稱這兩個圖形是「全等的圖形」。

(1) 底下有 A、B、C、D 四個圖形，請利用附件將圖形剪下來疊疊看，並回答下列問題：

- ① 請問 A 圖形和哪一個圖形全等？
- ② 請問 B 圖形和哪一個圖形全等？



我把 A 圖形剪下來翻轉過來後，發現 A 圖形和 D 圖形可以完全疊合，所以 A 圖形和 D 圖形全等；  
把 B 圖形剪下來翻轉過來後，發現 B 圖形和 C 圖形可以完全疊合，所以 B 圖形和 C 圖形全等。

答：① A 圖形和 D 圖形全等  
② B 圖形和 C 圖形全等



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1 至第 2 頁的教學重點是說明全等的意義。
2. 本頁接續前一頁的問題，要求學生將前頁的圖形剪下來疊疊看，這兩個圖形是否能完全疊合。
  - 前一頁說明丙、丁兩圖形透過平移或旋轉操作都無法完全疊合。本頁幫助學生將其中一個圖形翻轉，這兩個圖形才能完全疊合。
3. 本教材接著給全等圖形下定義：丙圖形翻轉過來後和丁圖形可以完全疊合，我們可以說「丙圖形和丁圖形是全等的圖形」，也可以說「丁圖形和丙圖形全等」。
4. 本教材綜合前面兩個全等的定義，擴充全等的的定義：透過移來移去、翻來轉去，如果發現兩個圖形可以完全疊合，我們稱這兩個圖形是「全等的圖形」。
  - 一個圖形經過平移、旋轉或翻轉(鏡射)，會和另一個圖形完全疊合，數學上稱這兩個圖形全等。但是教學時不宜出現「平移」、「旋轉」或「翻轉」等專有名詞。
5. 本頁第(1)題給定 A、B、C、D 四個圖形，要求學生將圖形剪下來，再回答下面兩個子問題。
  - 子問題①要求學生找出和 A 圖形全等的圖形。
  - 子問題②題要求學生找出和 B 圖形全等的圖形。



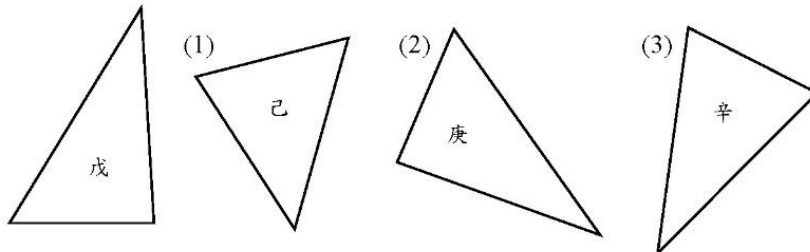
基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。



### 小試身手

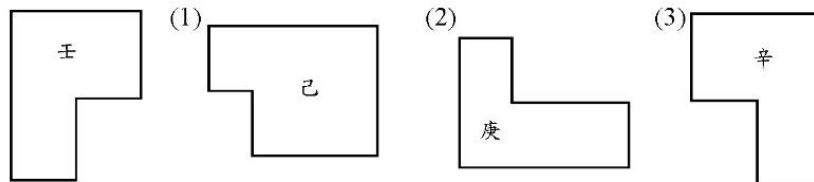
1. ( 3 ) 利用附件將戊圖形剪下來疊疊看，下列哪個圖形和戊圖形全等？

(1)乙圖形 (2)丙圖形 (3)丁圖形

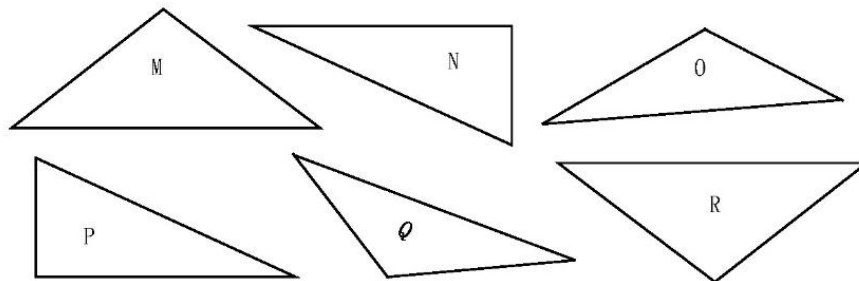


2. ( 3 ) 利用附件將壬圖形剪下來疊疊看，下列哪個圖形和壬圖形全等？

(1)乙圖形 (2)丙圖形 (3)丁圖形



3. 請利用附件將圖形剪下來疊疊看，並回答下列問題：



(1)M 三角形和哪個三角形全等？ ( R )

(2)N 三角形和哪個三角形全等？ ( P )

(3)O 三角形和哪個三角形全等？ ( Q )



**教材內容說明：**

1. 本頁教材「小試身手」共有三題。
2. 本頁教材「小試身手」的第一題和第二題要求學生將附件的圖形剪下，利用兩圖形能完全疊合找出全等的圖形。
  - 教師可以先要求學生將圖形剪下，透過疊合操作的方式找出全等圖形後，再回到原問題，幫助學生能直觀的找出全等的圖形。

第一題要求學生找出和戊圖形全等的三角形。

第二題要求學生找出和壬圖形全等的圖形。
3. 本頁教材「小試身手」的第三題要求學生將附件的圖形剪下，利用兩圖形能完全疊合找出全等的圖形。
  - 第(1)題要求學生找出和 M 三角形全等的三角形。
  - 第(2)題要求學生找出和 N 三角形全等的三角形。
  - 第(3)題要求學生找出和 O 三角形全等的三角形。



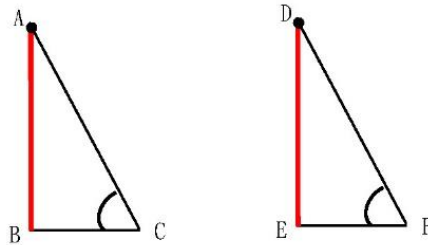


基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

◎能用「對應點」、「對應邊」及「對應角」描述兩全等圖形對應的關係。



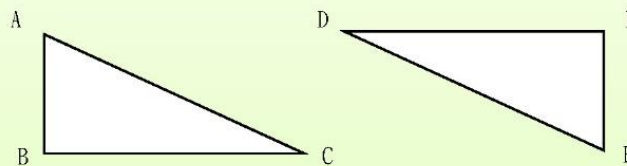
底下的三角形 ABC 和三角形 DEF 可以完全疊合，是兩個全等的三角形。



當兩個圖形全等時，兩個完全疊合的邊，叫做「對應邊」，如：邊 AB 的對應邊是邊 DE，邊 AC 的對應邊是邊 DF，邊 BC 的對應邊是邊 EF。兩個完全疊合的角，叫做「對應角」，如：角 A 的對應角是角 D，角 B 的對應角是角 E，角 C 的對應角是角 F。

兩個完全疊合的頂點，就叫做「對應點」，如：頂點 A 的對應點是頂點 D，頂點 B 的對應點是頂點 E，頂點 C 的對應點是頂點 F。

(1) 三角形 ABC 和三角形 DEF 是全等圖形，請看圖回答下列問題：



- ① 邊 DF 的對應邊是邊 ( )，邊 DE 的對應邊是邊 ( )，邊 EF 的對應邊是邊 ( )。
- ② 角 D 的對應角是角 ( )，角 E 的對應角是角 ( )，角 F 的對應角是角 ( )。
- ③ 頂點 A 的對應點是頂點 ( )，頂點 B 的對應點是頂點 ( )，頂點 C 的對應點是頂點 ( )。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 4、5 頁的教學重點是透過疊合操作，引入「對應點」、「對應邊」及「對應角」。
2. 本教材上半部提供擺放位置相同的兩個全等三角形，先引入對應邊，再引入對應角，最後引入對應點。

當兩個全等的三角形可以完全疊合時，邊 AB 和邊 DE 會完全疊合，我們稱邊 AB 和邊 DE 為「對應邊」。

當兩個圖形全等時，角 C 和角 F 會完全疊合，我們稱角 C 和角 F 為「對應角」。

當兩個圖形全等時，頂點 A 和頂點 D 會完全疊合，我們稱頂點 A 和頂點 D 為「對應點」。

3. 本頁第(1)題先說明給定兩個擺放位置不相同的三角形全等，再要求學生回答下面 3 個子問題。

子問題①給定三角形 ABC 的三個邊，要求學生找出對應邊。

子問題②給定三角形 ABC 的三個角，要求學生找出對應角。

子問題③給定三角形 ABC 的三個頂點，要求學生找出對應頂點。



基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。



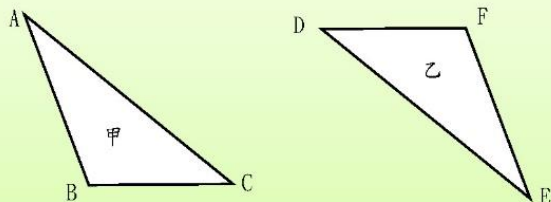
只要把三角形 DEF 旋轉(如下圖)，比較容易看到邊 AC 的對應邊是邊 ED。相同的，也能看到角 C 的對應角是角 D，頂點 B 的對應點是頂點 F。



所以，

- ① 邊 DF 的對應邊是邊 (BC)，邊 DE 的對應邊是邊 (AC)，邊 EF 的對應邊是邊 (AB)。
- ② 角 D 的對應角是角 (C)，角 E 的對應角是角 (A)，角 F 的對應角是角 (B)。
- ③ 頂點 A 的對應點是頂點 (E)，頂點 B 的對應點是頂點 (F)，頂點 C 的對應點是頂點 (D)。

(3) 甲圖形和乙圖形是全等的圖形，已經知道角 A 的度數是 30 度，角 B 的度數是 110 度，邊 AB 是 7 公分，邊 BC 是 5 公分，請看圖回答下列問題：



- ① 邊 FD 是( )公分，邊 EF 是( )公分。
- ② 角 F 的度數是( )度，角 E 的度數是( )度。

我把甲圖形旋轉，發現甲圖形和乙圖形可以完全疊合，所以甲圖形和乙圖形全等。① 邊 FD 是( 5 )公分，邊 EF 是( 7 )公分。

- ② 角 F 的度數是( 110 )度，角 E 的度數是( 30 )度。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 4、5 頁的教學重點是透過疊合操作，引入「對應點」、「對應邊」及「對應角」。
2. 本頁前半段接續前一頁，要求學生回答下面 3 個子問題。
  - 子問題①給定三角形 ABC 的三個邊，要求學生找出對應邊。
  - 子問題②給定三角形 ABC 的三個角，要求學生找出對應角。
  - 子問題③給定三角形 ABC 的三個頂點，要求學生找出對應頂點。

●如果學生無法直觀的找出兩個全等三角形的「對應點」、「對應邊」及「對應角」，教師可以先要求學生將圖形剪下，透過疊合操作的方式，幫助學生發現當兩個全等的三角形可以完全疊合時，再回到原問題，幫助學生能直觀的找出兩個全等三角形的「對應邊」、「對應角」及「對應點」。
3. 本頁第(2)題給定甲和乙兩個全等圖形，以及甲圖形 2 條邊的長度及甲圖形 2 個角的角度，要求學生回答下面兩個子問題。
  - 子問題①要求學生回答給定邊的對應邊的長度。
  - 子問題②要求學生回答給定角的對應角的長度。

●如果學生無法解題教師可以先要求學生將圖形剪下，透過疊合操作的方式，幫助學生發現當兩個全等的三角形可以完全疊合時，再回到原問題，幫助學生能直觀的找出兩個全等三角形的「對應邊」、「對應角」及「對應點」。

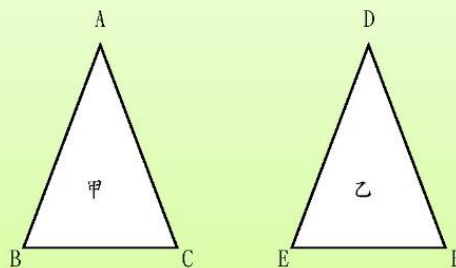


基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

◎兩個全等的圖形具有相同的幾何性質

(1) 甲圖形和乙圖形是全等的三角形，已經知道甲圖形是等腰三角形，甲圖形的邊 AB 和邊 AC 一樣長，角 B 和角 C 一樣大。請問：

- ① 乙圖形的邊 DE 和邊 DF 是否一樣長？
- ② 角 E 和角 F 是否一樣大？
- ③ 甲圖形是等腰三角形，乙圖形也是等腰三角形嗎？



甲圖形和乙圖形是全等圖形，所以甲圖形和乙圖形可以完全疊合。因此兩圖形的對應邊會一樣長，對應角會一樣大。

- ① 甲圖形的邊 AB 和邊 AC 一樣長，乙圖形的邊 DE 和邊 DF 也會一樣長。
- ② 甲圖形的角 B 和角 C 一樣大，乙圖形的角 E 和角 F 也會一樣大。
- ③ 甲圖形是等腰三角形，所以乙圖形也是等腰三角形。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 6 頁的教學重點是幫助學生理解兩個全等的圖形具有相同的幾何性質。
2. 本頁第(1)題給定甲圖形和乙圖形兩個全等的圖形，說明甲圖形是等腰三角形，甲圖形的兩腰等長、兩底角一樣大。要求學生回答下面 3 個子問題。
  - 子問題①要求學生回答乙圖形的兩腰是否等長。
  - 子問題②要求學生回答乙圖形的兩底角是否一樣大。
  - 子問題③要求學生回答乙圖形是否也是等腰三角形。
3. 學生的解題有兩個層次：
  - 層次一：學生必須將圖形剪下，透過將圖形疊合，認識乙圖形的兩腰和甲圖形一樣長，乙圖形的兩底角和甲圖形一樣大，所以乙圖形也是等腰三角形。
  - 層次二：學生不必透過操作來檢驗，就能預期當甲圖形是等腰三角形時，乙圖形也是等腰三角形，並滿足等腰三角形的性質。
 教師必須幫助層次一解題的學生，提升至層次二。
  - 教師可以沿著乙圖形底邊的中線對摺，幫助學生得到乙圖形的兩腰等長、兩底角也一樣大的結果。

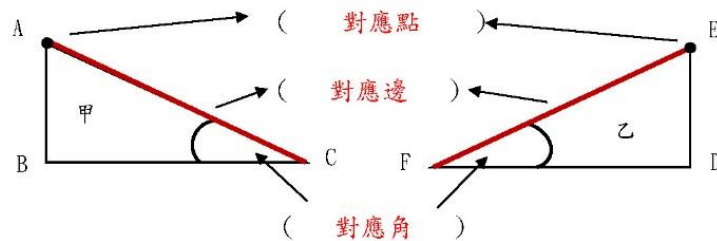


基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

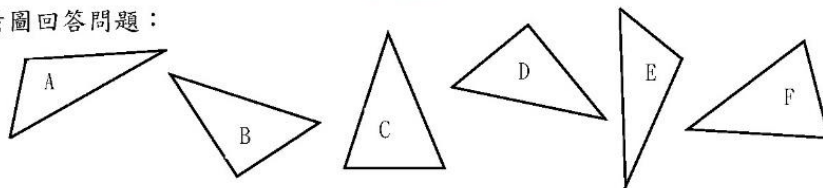


小試身手

1. 甲圖形和乙圖形是全等圖形，請寫出「對應邊」、「對應點」或「對應角」。

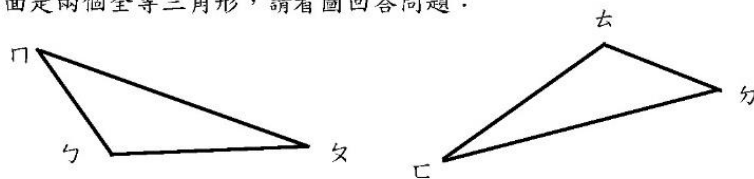


2. 看圖回答問題：



- (1) A 三角形和哪一個三角形是全等圖形？( E )
- (2) C 三角形和哪一個三角形是全等圖形？( D )
- (3) D 三角形和哪一個三角形是全等圖形？( F )

3. 下面是兩個全等三角形，請看圖回答問題：



- (1) 邊勺夕的對應邊是邊 ( 女亡 ), 邊夕門的對應邊是邊 ( 亡勿 ), 邊門勺的對應邊是邊 ( 女勿 )。
- (2) 角勺的對應角是角 ( 女 ), 角夕的對應角是角 ( 亡 ), 角門的對應角是角 ( 勿 )。
- (3) 頂點亡的對應點是頂點 ( 夕 ), 頂點勿的對應點是頂點 ( 門 ), 頂點女的對應點是頂點 ( 勺 )。
- (4) 如果角勺是 120 度, 角夕是 20 度, 請問角亡是 ( 20 ) 度, 角女是 ( 120 ) 度。





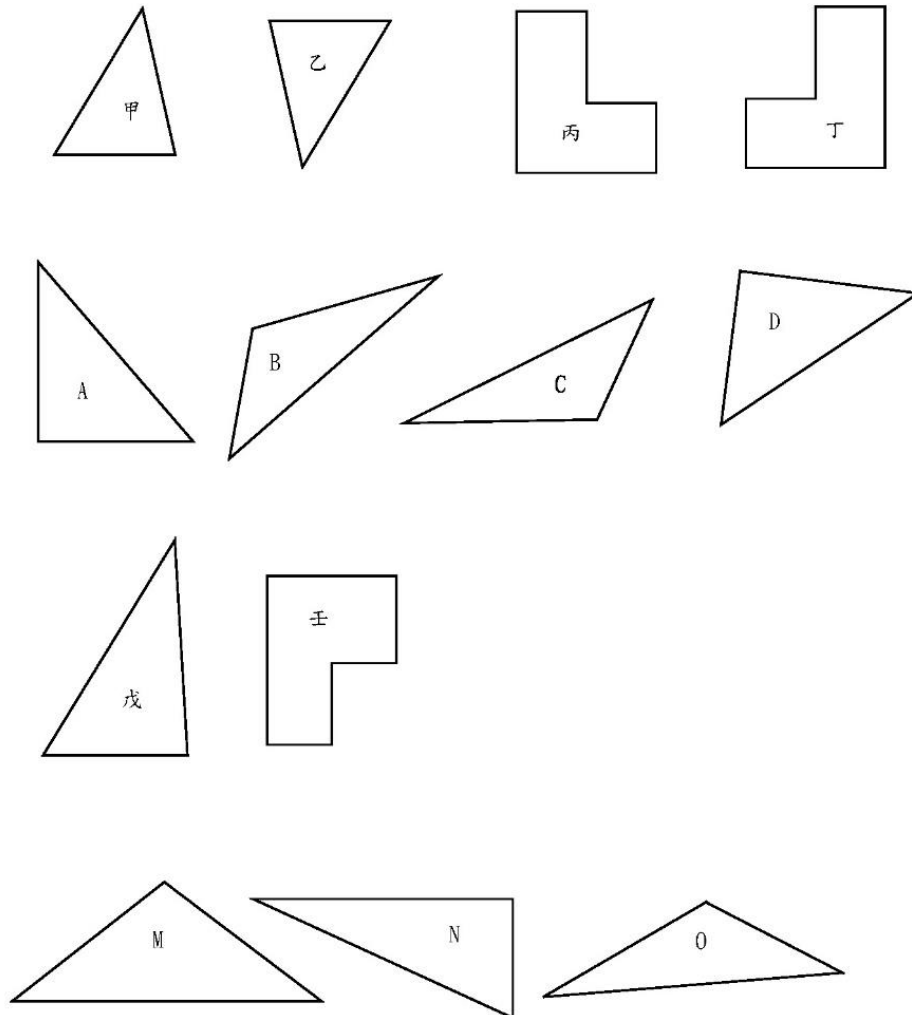
### 教材內容說明：

1. 本頁教材的小試身手共有三題。
2. 本頁教材第 1 題是要求學生寫出兩個全等三角形的「對應邊」、「對應點」和「對應角」。
3. 本頁教材第 2 題是要求學生直觀的找出全等的三角形。
  - 第(1)題要求學生找出和 A 三角形全等的三角形。
  - 第(2)題要求學生找出和 C 三角形全等的三角形。
  - 第(3)題要求學生找出和 D 三角形全等的三角形。
4. 本頁教材第 3 題是要求學生知道兩個全等三角形後，能找出對應邊、對應角和對應頂點，並理解圖形的性質，在全等的操作下不會改變，找出全等三角形中的對應的角度。
  - 第(1)題要求學生找出全等三角形的對應邊。
  - 第(2)題要求學生找出全等三角形的對應角。
  - 第(3)題要求學生找出全等三角形的對應點。
  - 第(4)題要求學生找出全等三角形的對應角度。



基本學習內容：SC-4-6-1 認識平面圖形全等的意義。

附件





教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

4 年級數學

