

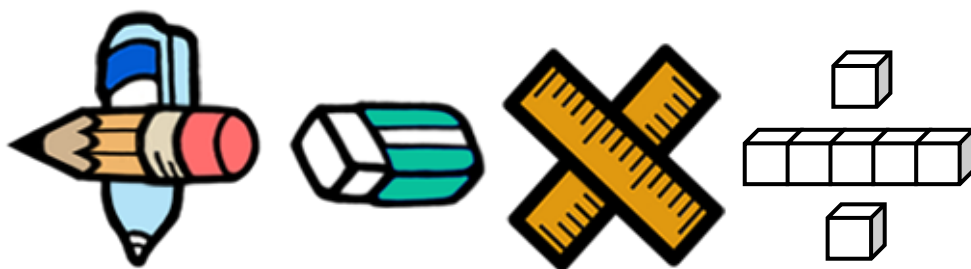
基本學習內容:6-ac-01-1

能理解等量公理

【教師用】

學校：_____

姓名：_____





分年細目：

6-a-01：能理解等量公理。

基本學習內容：

6-ac-01-1：能理解等量公理。

基本學習表現：

6-acp-01-1：能理解等量加法及減法公理。

6-acp-01-2：能理解等量乘法公理。

6-acp-01-3：能理解等量除法公理。

6-acp-01-4：能利用等量公理解決含有未知數符號的單步驟算式。

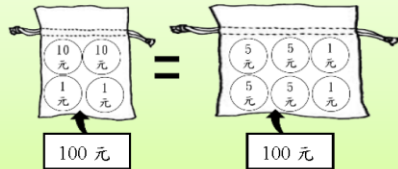
概要說明：

- 本基本學習內容為 2-n-03 之後續學習概念，故學生應該已經知道 $5+3=4\times 2$ ，等號表示兩邊計算的結果一樣大。本基本學習內容延伸等號表示兩邊數字一樣大的經驗，幫助學生理解等量公理。
- 教師可透過操作天平，幫助學生理解利用等量公理解題的意義，不宜透過運算的公式來理解等量公理解題的意義。
教師可以幫助學生將未知數 x 看成沙包、數字看成砝碼，透過操作天平，說明如何解決「 $x+5=8$ 」，並用多個等式記錄解題過程。
 - (1)「 $x+5=8$ 」可以看成天平左邊有 1 個沙包和 5 個砝碼，天平右邊有 8 個砝碼，天平兩邊一樣重。
 - (2)將天平兩邊同時拿走 5 個砝碼，天平兩邊還是一樣重，可以記成「 $x+5-5=8-5$ 」。
 - (3)此時，天平左邊剩下 1 個沙包，天平右邊剩下 3 個砝碼，得到沙包和 3 個砝碼一樣重，也就是 $x=3$ 的答案。
- 等量公理： a, b, c 三個數，若 $a=b$ 則滿足 $a+b=b+c$ ； $a-b=b-c$ ； $a\times b=b\times c$ ； $a\div b=b\div c$ ($c\neq 0$)。
- 本基本學習內容限定在單步驟問題中，運用等量公理解含有未知數符號的問題，讓學生體認如何以等量公理重新思考解題的意義即可，較複雜之兩步驟問題為國中階段的評量重點。

基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

◎理解等量公理

- (1) 左邊袋子中的錢和右邊袋子中的錢一樣多，可以記成： $10 \times 2 + 2 = 5 \times 4 + 2$ 。
若兩個袋子都各再放入 100 元，請問兩個袋子的錢還會一樣多嗎？用算式記記看。



先將兩個袋子都各放入 100 元後的錢算出來：

左邊袋子： $(10 \times 2 + 2) + 100 = 122$

右邊袋子： $(5 \times 4 + 2) + 100 = 122$

發現錢還是一樣多，可以記成： $(10 \times 2 + 2) + 100 = (5 \times 4 + 2) + 100$ 。



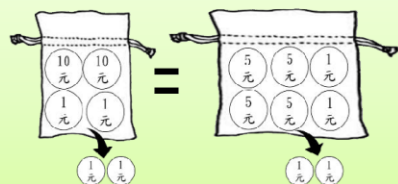
原本兩個袋子的錢一樣多，都再各放入 100 元後，錢還是會一樣多。

可以記成： $(10 \times 2 + 2) + 100 = (5 \times 4 + 2) + 100$ 。



答：兩個袋子的錢一樣多；可以記成： $(10 \times 2 + 2) + 100 = (5 \times 4 + 2) + 100$

- (2) 左邊袋子中的錢和右邊袋子中的錢一樣多，可以記成： $10 \times 2 + 2 = 5 \times 4 + 2$ 。
若兩個袋子都各再拿走 2 元，請問兩個袋子的錢還會一樣多嗎？用算式記記看。



先將兩個袋子都各放入 100 元後的錢算出來：

左邊袋子： $(10 \times 2 + 2) - 2 = 20$

右邊袋子： $(5 \times 4 + 2) - 2 = 20$

發現錢還是一樣多，可以記成： $(10 \times 2 + 2) - 2 = (5 \times 4 + 2) - 2$ 。



原本兩個袋子的錢一樣多，都再各放入 100 元後，錢還是會一樣多。

可以記成： $(10 \times 2 + 2) - 2 = (5 \times 4 + 2) - 2$ 。



答：兩個袋子的錢一樣多；可以記成： $(10 \times 2 + 2) - 2 = (5 \times 4 + 2) - 2$



教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是幫助學生認識等量公理。

第 1 頁在具體的情境下，幫助學生認識等量加法及等量減法公理。

2. 第(1)及第(2)題都提供兩個裝有不同錢幣組合但是錢數一樣多的袋子，以及記錄兩個袋子內錢一樣多的算式。

第(1)題要求判斷兩個袋子各放入 100 元後的錢是否還是一樣多，

第(2)題要求判斷兩個袋子各拿走 2 元後的錢是否還是一樣多。

最後要求將兩個袋子內錢一樣多或不一樣多的情形用算式記下來。

第(1)題及第(2)題都提供兩種解題的方法：

方法一：算出兩個袋子的錢後，再判斷錢是否一樣多

方法二：不必算出兩個袋子的錢，就能預期錢一樣多

● 如果學生將兩個袋子錢數一樣多的情境記成 $122=122$ ，或記成 $20=20$ ，教師應要求學生算式中必須看到原來的錢數，以及加入 100 元或拿走 2 元後的錢數。

3. 本教材透過兩個層次幫助學生理解等量加法及等量減法公理。

層次一：分別算出再放入一樣多的錢數或拿走一樣多的錢後，才能知道兩個袋子內的錢還是一樣多。

層次二：不必算出答案，就能預期兩個袋子內的錢還是一樣多。

● 教師應幫助層次一的學生提升至層次二，學生必須預期等式兩邊同加、同減一數時，等式還是成立，國中階段才能將等量公理數量的範圍擴充至負數及未知數。

● 如果學生無法用算式將兩個袋子內的錢還是一樣多的結果記下來，建議教師參閱 2-nc-03-1 的教材，或提供 2-nc-03-1 的教材讓學生練習。

4. 在算式中加入括號會讓學生更清楚看見符合等量公理的式子和原本式子間的關係，建議教師先引入有括號的記法後，才能進行省略括號的記法。



基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

(3) 已知 $5 \times 3 = 11 + 4$ ，

請問 $(5 \times 3) + 8$ 和 $(11 + 4) + 8$ 這兩個算式的答案有沒有相等？用算式記記看。

方法一：

分別計算等號兩邊的算式：

$$(5 \times 3) + 8 = 23$$

$$(11 + 4) + 8 = 23$$

發現 $(5 \times 3) + 8$ 和 $(11 + 4) + 8$ 的答案都一樣，可以記成： $(5 \times 3) + 8 = (11 + 4) + 8$ 。

方法二：

$$5 \times 3 = 11 + 4$$

等號兩邊同時加 8，等號兩邊仍相等，可以記成： $(5 \times 3) + 8 = (11 + 4) + 8$ 。

答：兩個算式的答案相等；可以記成： $(5 \times 3) + 8 = (11 + 4) + 8$

(4) 已知 $2563 + 480 = 3023 - 980$ ，

請問 $(2563 + 480) + 198 - 37$ 和 $(3023 - 980) + 198 - 37$ 這兩個算式的答案有沒有相等？用算式記記看。

方法一：

分別計算等號兩邊的算式：

$$(2563 + 480) + 198 - 37 = 3204$$

$$(3023 - 980) + 198 - 37 = 3204$$

發現兩個算式的答案都一樣，可以記成： $(2563 + 480) + 198 - 37 = (3023 - 980) + 198 - 37$ 。

方法二：

兩個算式同時 + 198 - 37			
$(2563 + 480)$	$+ 198 - 37$	$=$	$(3023 - 980)$
$+ 198 - 37$			$+ 198 - 37$
已知這兩個算式的答案一樣			

答：兩個算式的答案相等；可以記成： $(2563 + 480) + 198 - 37 = (3023 - 980) + 198 - 37$



教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是幫助學生認識等量公理。

第 2 頁在算式的情境下，幫助學生認識等量加法及等量減法公理。

2. 第(3)題及第(4)題提供等號兩邊都是算式的等式。

第(3)題要求判斷等號兩邊各加 8 以後，兩個算式有沒有相等，

第(4)題判斷等號兩邊都先加 198 再減 37 後，兩個算式是否相等。

第(3)題及第(4)題都提供兩種解題的方法：

方法一：算出兩個算式的答案後，才能判斷兩個算式是否相等。

方法二：不必算出兩個算式的答案，就能預期兩個算式相等。

● 等量公理 $a=b$ ， $a+c=b+c$ ， $a-c=b-c$ ，其中的 a 、 b 、 c 可以是數字也可以是算式。

例如問題(2)中的 $a=2563+480$ ， $b=3023-980$ ， $c=198-37$ 。

● 學生知道算式兩邊同加一數或一算式後答案還是一樣，教師應要求學生用算式把兩個算式答案相同的結果記下來。

3. 本頁教材透過兩個層次幫助學生理解等量加法及等量減法公理。

層次一：分別算出兩個算式的答案，才能發現答案都一樣。

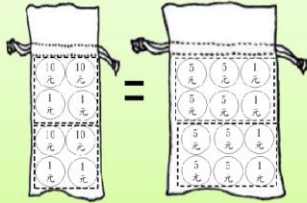
層次二：不必算出答案，就能預期兩個算式的答案一定相同。

● 教師應幫助層次一的學生提升至層次二，學生必須預期等式兩邊同加、同減一數時，等式還是成立，國中階段才能將等量公理數量的範圍擴充至負數及未知數。

4. 在算式中加入括號會讓學生更清楚看見符合等量公理的式子和原本式子間的關係，建議教師必須先引入有括號的記法後，才能出現省略括號的記法。

基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

- (5) 左邊袋子中的錢和右邊袋子中的錢一樣多，可以記成： $10 \times 2 + 2 = 5 \times 4 + 2$ 。
若兩個袋子的錢都各變為 2 倍，請問兩個袋子的錢還會一樣多嗎？用算式記記看。



先將兩個袋子的錢都各變為 2 倍後的錢算出來：

左邊袋子： $(10 \times 2 + 2) \times 2 = 44$

右邊袋子： $(5 \times 4 + 2) \times 2 = 44$

發現錢還是一樣多，可以記成： $(10 \times 2 + 2) \times 2 = (5 \times 4 + 2) \times 2$ 。



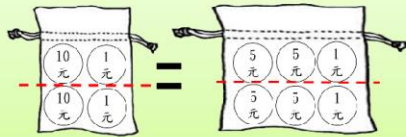
原本兩個袋子的錢一樣多，都再變為原來的 2 倍後，錢還是會一樣多。

可以記成： $(10 \times 2 + 2) \times 2 = (5 \times 4 + 2) \times 2$ 。



答：兩個袋子的錢一樣多；可以記成： $(10 \times 2 + 2) \times 2 = (5 \times 4 + 2) \times 2$

- (6) 左邊袋子中的錢和右邊袋子中的錢一樣多，可以記成： $10 \times 2 + 2 = 5 \times 4 + 2$ 。
若兩個袋子都各平分成兩份，請問兩個袋子的錢還會一樣多嗎？用算式記記看。



先將兩個袋子各平分成兩份後的錢算出來：

左邊袋子： $(10 \times 2 + 2) \div 2 = 20$

右邊袋子： $(5 \times 4 + 2) \div 2 = 20$

發現錢還是一樣多，可以記成： $(10 \times 2 + 2) \div 2 = (5 \times 4 + 2) \div 2$ 。



原本兩個袋子的錢一樣多，都再各平分成兩份後，錢還是會一樣多。

可以記成： $(10 \times 2 + 2) \div 2 = (5 \times 4 + 2) \div 2$ 。



答：兩個袋子的錢一樣多；可以記成： $(10 \times 2 + 2) \div 2 = (5 \times 4 + 2) \div 2$

將等號的兩邊同時加、減、乘、除一個不為 0 的數，等號兩邊仍相等，這個性質稱為：等量公理。





教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是幫助學生認識等量公理。
第 3 頁在具體的情境下，幫助學生認識等量乘法及等量除法公理。
2. 第(5)題及第(6)題都提供兩個裝有不同錢幣組合但是錢一樣多的袋子，以及記錄兩個袋子內錢一樣多的算式。
第(5)題要求學生判斷兩個袋子的錢都變成 2 倍後，兩個袋子內的錢是否還是一樣多；
第(6)題要求學生判斷兩個袋子的錢都平分兩份後，兩個袋子內的錢是否還是一樣多。
最後要求將兩個袋子內錢一樣多或不一樣多的情形用算式記下來。
第(5)題及第(6)題都提供兩種解題的方法：
方法一：算出兩個袋子的錢後，才能判斷錢是否一樣多
方法二：不必算出兩個袋子的錢，就能預期錢一樣多
 - 如果學生將兩個袋子錢一樣多的情境記成 $44=44$ ，教師應要求學生算式中必須看到原來的錢數，以及乘以 2 或除以 2 後的錢數。
3. 本頁教材透過兩個層次幫助學生理解等量乘法及等量除法公理。
層次一：分別算出變成 2 倍的錢或平分成 2 份的錢後，才能知道兩個袋子內的錢還是一樣多。
層次二：不必算出答案，就能預期兩個袋子內的錢還是一樣多。
 - 教師應幫助層次一的學生提升至層次二，學生必須預期等式兩邊同乘、同除一個不為 0 的數時，等式還是成立，才能將等量公理數量的範圍擴充至負數及未知數。
 - 如果學生無法用算式將兩個袋子內的錢還是一樣多的結果記下來，建議教師參閱參閱 5-a-04-1 的教材，或提供 5-a-04-1 的教材讓學生練習。
4. 在算式中加入括號會讓學生更清楚看見符合等量公理的式子和原本式子間的關係，建議教師先教完整的表示方法，之後再進行省略括號的寫法。



基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

(7) 已知 $245 \times 63 = 343 \times 45$ ，

請問 $(245 \times 63) \div 105$ 和 $(343 \times 45) \div 105$ 這兩個算式的答案有沒有相等？用算式記記看。

方法一：

分別計算等號兩邊的算式：

$$(245 \times 63) \div 105 = 147$$

$$(343 \times 45) \div 105 = 147$$

發現 $(245 \times 63) \div 105$ 和 $(343 \times 45) \div 105$ 的答案都一樣，

可以記成： $(245 \times 63) \div 105 = (343 \times 45) \div 105$ 。

方法二：

$$245 \times 63 = 343 \times 45$$

等號兩邊同時除以 105，等號兩邊仍相等，可以記成： $(245 \times 63) \div 105 = (343 \times 45) \div 105$ 。

答：兩個算式的答案相等；可以記成： $(245 \times 63) \div 105 = (343 \times 45) \div 105$

(8) 已知 $48 \times 34 = 17952 \div 11$ ，

請問 $(48 \times 34) \times 12 \div 3$ 和 $(17952 \div 11) \times 12 \div 3$ 這兩個算式的答案有沒有相等？

用算式記記看。

方法一：

分別計算等號兩邊的算式：

$$(48 \times 34) \times 12 \div 3 = 6528$$

$$(17952 \div 11) \times 12 \div 3 = 6528$$

發現兩個算式的答案都一樣，可以記成： $(48 \times 34) \times 12 \div 3 = (17952 \div 11) \times 12 \div 3$ 。

方法二：

兩個算式同時 $\times 12 \div 3$	
$(48 \times 34) \times 12 \div 3$	$= (17952 \div 11) \times 12 \div 3$
已知這兩個算式的答案一樣	

答：兩個算式的答案相等；可以記成： $(48 \times 34) \times 12 \div 3 = (17952 \div 11) \times 12 \div 3$



教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是幫助學生認識等量公理。

第 4 頁在數的情境下，幫助學生認識等量加法及等量減法公理。

2. 第(7)題及第(8)題提供等號兩邊都是算式的等式。

第(7)題要求判斷等號兩邊各除以 105 以後，兩個算式有沒有相等，

第(8)題判斷等號兩邊都先乘以 12 再除以 3 後，兩個算式是否相等。

第(7)題及第(8)題都提供兩種解題的方法：

第一種：算出兩個算式的答案後，才能判斷算式是否相等。

第二種：不必算出兩個算式的答案，就能預期兩個算式相等。

● 等量公理 $a=b$ ， $a \times c = b \times c$ ， $a \div c = b \div c$ ，其中的 a 、 b 、 c 可以是數字也可以是算式。

例如問題(8)中的 $a=48 \times 34$ ， $b=17952 \div 11$ ， $c=12 \div 3$ 。

● 學生知道算式兩邊同乘一數或一算式後答案還是一樣，教師應要求學生用算式把兩個算式答案相同的結果記下來。

● 第(8)題的等量公理以算式的方式呈現，提醒學生等量公理可以同時乘除一個不為 0 的數，也可是同時乘除一個不含 0 的算式。

3. 本頁教材透過兩個層次幫助學生理解等量乘法及等量除法公理。

層次一：分別算出兩個算式的答案，才能發現答案都一樣。

層次二：不必算出答案，就能預期兩個算式的答案一定相同。

● 教師應幫助層次一的學生提升至層次二，學生必須預期等式兩邊同加、同減一數時，等式還是成立，國中階段才能將等量公理數量的範圍擴充至負數及未知數。

4. 在算式中加入括號會讓學生更清楚看見符合等量公理的式子和原本式子間的關係，建議教師先教完整的表示方法，之後再進行省略括號的寫法。



基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。



做做看

(1) 已知 $78 \times 26 = 3005 - 29$ ，

兩個算式答案相等的打✓，答案不相等的打×。

() $78 \times 26 + 48$ 和 $3005 - 29 + 48$

() $78 \times 26 - 37 + 22$ 和 $3005 - 29 - 37 + 22$

() $78 \times 26 \times 2$ 和 $3005 - 29 \times 2$

() $78 \times 26 \div 5$ 和 $3005 - 29 \times 5$

() $(78 \times 26) \times (121 \div 11)$ 和 $(3005 - 29) \times (121 \div 11)$

(2) 已知 $758 \times 33 = 75042 \div 3$

兩個算式答案相等的打✓，答案不相等的打×。

() $758 \times 33 \times 2$ 和 $75042 \div 3 \times 2$

() $758 \times 33 \div 3$ 和 $75042 \div 3 \times 2$

() $758 \times 33 + 45$ 和 $75042 \div 3 + 45$

() $758 \times 33 \times 5 - 37$ 和 $75042 \div 3 \times 5 - 37$



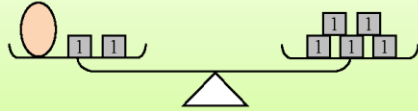
教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是幫助學生認識等量公理。
2. 本頁小試身手，包含 2 個問題，教師可提醒學生不用計算出答案，可以利用等量加法、減法、乘法及除法公理判斷答案是否相同。
 - 等量公理 $a=b$ ， $a+c=b+c$ ， $a-c=b-c$ ，其中的 a 、 b 、 c 可以是數字也可以是算式。
3. 第(1)題有 5 個子問題。
第(2)題有 4 個子問題。

基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

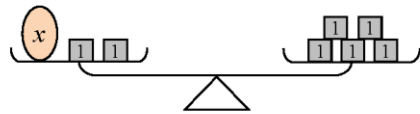
◎應用等量公理解題

- (1) 天平的左邊有 2 個 1 公斤的砝碼和 1 個沙包；天平的右邊有 5 個 1 公斤的砝碼。
天平的兩邊一樣重，請問 1 個沙包有多重？



步驟一：

我們不知道沙包的重量有多重，可以把沙包的重量記成 x 公斤：



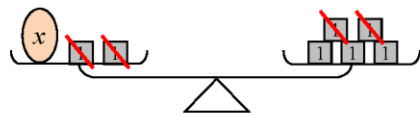
天平的左邊有 2 個 1 公斤的砝碼和 1 個沙包；天平的右邊有 5 個 1 公斤的砝碼。

天平的兩邊一樣重。

可以用算式記成： $x+2=5$

步驟二：

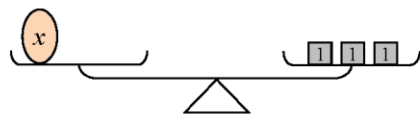
想要知道沙包有多重，要讓天平的左邊只剩下一個沙包：



將天平的左右兩邊都拿走 2 個砝碼，天平還是平平的，也就是天平的兩邊還是一樣重。

可以用算式記成： $x+2-2=5-2$

步驟三：



天平的左邊只剩下 1 個沙包；天平的右邊只剩下 3 個 1 公斤的砝碼，

我們發現天平的兩邊還是一樣重。

所以 1 個沙包和 3 個 1 公斤的砝碼一樣重，也就是 1 個沙包重 3 公斤。

可以用算式記成： $x=3$

答：1 個沙包重 3 公斤



教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁學習重點是利用等量公理解決含有未知數符號的加減法單步驟算式。
2. 第(1)題提供天平、沙包及法碼的情境，其中沙包代表未知數、法碼代表數字，天平平衡代表等號。透過天平的情境說明用未知數符號列式及解題的意義。
本教材透過三個步驟先說明如何將天平平衡的情境用有未知數的算式記錄下來，再說明如何利用等量公理，逐步算出沙包的重量。
步驟一：天平左邊有 1 個沙包和 2 個法碼，天平右邊有 5 個法碼，天平是平衡的，可以用算式 $x+2=5$ 來記錄。
步驟二：想知道沙包有多重，必須在天平兩邊同時拿走 2 個法碼。天平兩邊同時那走 2 個法碼後，天平還是平衡的，可以用算式 $(x+2)-2=5-2$ 來記錄。
步驟三：天平兩邊同時拿走 2 個法碼，天平左邊剩下 1 個沙包，天平右邊剩下 3 個法碼，天平還是平衡的，可以得到沙包和 3 個法碼合起來一樣重，也就是沙包重 3 公斤，可以用算式 $x=3$ 來記錄，並得到沙包重 3 公斤的答案。
 - 沙包的角色和未知數 x 相同，沙包的重量是確定的，只是還沒有稱重前不知道它的重量，因此可以用 x 來表示沙包的重量。
 - 天平的角色和等號相同，天平平衡表示天平兩邊一樣重(例如都重 10 公克)，等號表示兩邊算式的值相等(例如都等於 10)。

基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

(2) 小明去年胖了 6 公斤，他現在的體重是 55 公斤，請問小明去年重幾公斤？

先想想，如何用算式把題目記錄下來？



方法一：

先將小明去年的體重用 x 來表示，可以用算式記成： $x+6=55$

將小明去年的體重 x ，想成沙包的重量，

將小明去年胖了 6 公斤，想成 6 個 1 公斤的砝碼。

天平的左邊有 1 個沙包和 6 個 1 公斤的砝碼；天平的右邊有 55 個 1 公斤的砝碼。

天平的兩邊一樣重。

想要知道沙包有多重，要讓天平的左邊只剩下一個沙包，

將天平的左右兩邊都拿走 6 個砝碼，天平還是平平的，也就是天平的兩邊還是一樣重。

可以用算式記成： $x+6-6=55-6$

天平的左邊只剩下 1 個沙包；天平的右邊只剩下 49 個 1 公斤的砝碼，

我們發現天平的兩邊還是一樣重。

所以 1 個沙包和 49 個 1 公斤的砝碼一樣重，也就是 1 個沙包重 49 公斤。

可以用算式記成： $x=49$

方法二：

先將小明去年的體重用 x 來表示，可以用算式記成： $x+6=55$

希望等號的左邊只剩下 1 個 x ，等號的左右兩邊都要減 6，而且等號兩邊還是相等。

可以用算式記成：

$$x+6-6=55-6$$

$$x=49$$

答：小明去年重 49 公斤



教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁學習重點是利用等量公理解決含有未知數符號的加減法單步驟算式。
2. 第(2)題是被加數未知的文字題，幫助學生先用有未知數符號的算式列式，再用等量公理算出答案。

本教材提供兩種解題的方法：

方法一：類比前一頁天平解題的經驗來解題。

先假設阿霖去年重 x 公斤，列出算式 $x+6=55$ 。

再將未知數 x 想成沙包，已知的重量 6 和 55 想成 6 個和 55 個砝碼，透過前一頁操作天平的經驗進行解題。

方法二：直接利用等量公理來解題

先假設阿霖去年重 x 公斤，列出算式 $x+6=55$ 。

利用等量減法公理來解題，等號兩邊同時減 6，得到 $x=49$ ，也就是阿霖去年重 49 公斤的答案。

- 學生在五年級已有加減單步驟問題列式的解題經驗，如果學生無法列式，教師可以參閱 5-a-04-1 的教材，或提供 5-a-04-1 的教材讓學生練習。
- 如果學生利用方法一解題，教師應先肯定學生的解法正確，再幫助學生利用方法二來解題，為國中學習解一元一次方程式鋪路。
- 算式「 $(x+6)-6=55-6$ 」可以幫助學生理解利用等量公理解題的意義，剛開始，教師應要求學生寫出這個算式，當學生掌握其意義後，才可以接受學生省略該算式的記法。



基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

(3) 妹妹買鞋子，用了 300 元的折價券後，還要再付 800 元，請問鞋子的原價是幾元？

假設鞋子的原價為 x 元，我們可以用 $x - 300 = 800$ 把題目記下來。

$x - 300 = 800 \rightarrow$ 如何讓等號的左邊只剩下 1 個 x ，答案還是一樣？

$x - 300 + 300 = 800 + 300 \rightarrow$ 等號兩邊同時加 300，答案還是會一樣。

$$x = 800 + 300$$

$$x = 1100$$

答：鞋子的原價是 1100 元

(4) 有一個數字 a ， $a - 625 = 1075$ ，請運用等量公理算出 a 是多少？

$a - 625 = 1075 \rightarrow$ 如何讓等號的左邊只剩下 1 個 a ，答案還是一樣？

$a - 625 + 625 = 1075 + 625 \rightarrow$ 等號兩邊同時加 625，答案還是會一樣。

$$a = 1075 + 625$$

$$a = 1700$$

答： a 是 1700



做做看

算出各題的 x 是多少？

(1) $x + 700 = 300$

(2) $x - 250 = 300$

(3) $x + 150 = 300$

(4) $x - 80 = 300$



教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁學習重點是利用等量公理解決含有未知數符號的加減法單步驟算式。

2. 第(3)題是被減數未知的文字題，幫助學生先用有未知數符號的算式列式，再用等量公理算出答案。

本教材只提供直接利用等量公理來解題的方法。

本教材透過下列三個步驟幫助學生利用等量公理來解題。

步驟一：先用有未知數的算式 $x - 300 = 800$ 來列式

步驟二：等號兩邊同時加 300， $(x - 300) + 300 = 800 + 300$

步驟三：得到 $x = 1100$ ，也就是原價是 1100 元。

- 教師應要求學生列出步驟二的記法，等待學生掌握等量公理解題的意義後，再省略步驟二的紀錄。

3. 第(4)題是被減數未知的計算問題，限制利用等量公理算出 a 的值。

本教材透過下列二個步驟幫助學生利用等量公理來解題。

步驟一：等號兩邊同時加 625， $(a - 625) + 625 = 1075 + 625$

步驟二：得到 $a = 1700$ 。

- 教師應要求學生列出步驟一的記法，等待學生掌握等量公理解題的意義後，再省略步驟一的紀錄。

4. 教師不可以命減數為未知數的文字題或計算題，例如 $10 - x = 5$ ，因為解題時等號兩邊要同時加 x ，而國小階段的未知數不可以被運算。

- 加數未知的問題，例如 $5 + x = 12$ ，可以先利用加法交換律改記成

$x + 5 = 12$ ，再透過等號兩邊同時減 5 即可算出答案，算式中只有數字被運算，未知數沒有被運算。

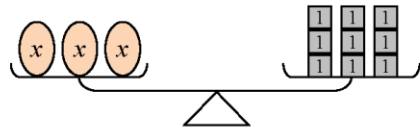
減數未知的問題，例如 $12 - x = 5$ ，必須等號兩邊同時加 x ，得到 $12 = 5 + x$ ，再利用等號的對稱性及加法交換律得到 $x + 5 = 12$ ，解題過程中進行未知數 $x - x$ 的運算。

基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

- (5) 天平的左邊有 3 個沙包；天平的右邊有 9 個 1 公斤的砝碼。
天平的兩邊一樣重，請問 1 個沙包有多重？



步驟一：

我們不知道沙包的重量有多重，可以把沙包的重量記成 x 公斤：

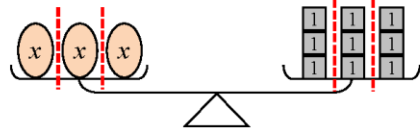
天平的左邊有 3 沙包；天平的右邊有 9 個 1 公斤的砝碼。

天平的兩邊一樣重。

可以用算式記成： $x \times 3 = 9$

步驟二：

想要知道沙包有多重，要讓天平的左邊只剩下一個沙包：



將天平的左右兩邊都各平分成三份，天平還是平平的，也就是天平的兩邊還是一樣重。

可以用算式記成： $x \times 3 \div 3 = 9 \div 3$

步驟三：



天平的左邊只剩下 1 個沙包；天平的右邊只剩下 3 個 1 公斤的砝碼，

我們發現天平的兩邊還是一樣重。

所以 1 個沙包和 3 個 1 公斤的砝碼一樣重，也就是 1 個沙包重 3 公斤。

可以用算式記成： $x = 3$

答：1 個沙包重 3 公斤



教材內容說明：

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是利用等量公理解乘除單步驟問題。

第 9 頁透過天平的情境說明用未知數符號列式及解題的意義。

2. 第(5)題提供天平、沙包及法碼的情境，透過沙包可以代表未知數、法碼可以代表數字，天平平衡可以代表等號。

本教材透過三個步驟先說明如何將天平平衡的情境用有未知數的算式記錄下來，再說明如何利用等量公理，逐步算出沙包的重量。

步驟一：天平左邊有 3 個沙包，天平右邊有 9 個法碼，天平是平衡的，可以用算式 $x \times 3 = 9$ 來記錄。

步驟二：想知道沙包有多重，必須將天平兩邊同時平分 3 等份。

平兩邊同時平分 3 等份，取其中 1 等份後，天平還是平衡的，可以用算式 $(x \times 3) \div 3 = 9 \div 3$ 來記錄。

步驟三：天平兩邊同時平分 3 等份，取其中 1 等份後，天平左邊剩下 1 個沙包，天平右邊剩下 3 個法碼，天平還是平衡的，可以得到沙包和 3 個法碼合起來一樣重，也就是沙包重 3 公斤，可以用算式 $x = 3$ 來記錄，並得到沙包重 3 公斤的答案。

- 沙包的角色和未知數 x 相同，沙包的重量是確定的，只是還沒有稱重前不知道它的重量，因此可以用 x 來表示沙包的重量。
- 天平的角色和等號相同，天平平衡表示天平兩邊一樣重(例如都重 10 公克)，等號表示兩邊算式的值相等(例如都等於 3)。

基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

(6) 媽媽買了 12 個布丁共花了 60 元，請問 1 個布丁是多少元？

先想想，如何用算式把題目記錄下來？



方法一：

先將 1 個布丁的價錢用 x 來表示，可以用算式記成： $x \times 12 = 60$

將 1 個布丁的價錢 x ，想成沙包的重量，

將買布丁共花了 60 元，想成 60 個 1 公斤的砝碼。

天平的左邊有 12 個沙包；天平的右邊有 60 個 1 公斤的砝碼。

天平的兩邊一樣重。

想要知道沙包有多重，要讓天平的左邊只剩下一個沙包，

將天平的左右兩邊都各平分成 12 份，天平還是平平的，也就是天平的兩邊還是一樣重。

可以用算式記成： $x \times 12 \div 12 = 60 \div 12$

天平的左邊只剩下 1 個沙包；天平的右邊只剩下 5 個 1 公斤的砝碼，

我們發現天平的兩邊還是一樣重。

所以 1 個沙包和 5 個 1 公斤的砝碼一樣重，也就是 1 個沙包重 5 公斤。

可以用算式記成： $x = 5$

方法二：

先將 1 個布丁的價錢用 x 來表示，可以用算式記成： $x \times 12 = 60$

希望等號的左邊只剩下 1 個 x ，等號的左右兩邊都要除 12，而且等號兩邊還是相等。

可以用算式記成：

$$x \times 12 \div 12 = 60 \div 12$$

$$x = 5$$

答：1 個布丁是 5 元



教材內容說明：

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是利用等量公理解乘除單步驟問題。
2. 第(6)題是被乘數未知的文字題，幫助學生先用有未知數符號的算式列式，再用等量公理算出答案。

本教材提供兩種解題的方法：

方法一：類比前一頁天平解題的經驗來解題。

先假設阿霖去年重 x 公斤，列出算式 $x \times 12 = 60$ 。

再將未知數 x 想成沙包，已知的重量 60 想成 60 個砝碼，透過前一頁操作天平的經驗進行解題。

方法二：直接利用等量公理來解題

先假設 1 個布丁 x 元，列出算式 $x \times 12 = 60$ 。

利用等量除法公理來解題，等號兩邊同時除以 12，得到 $x = 5$ ，也就是 1 個布丁 5 元。

- 學生在五年級已有加減單步驟問題列式的解題經驗，如果學生無法列式，教師可以參閱 5-a-04-1 的教材，或提供 5-a-04-1 的教材讓學生練習。
- 如果學生利用方法一解題，教師應先肯定學生的解法正確，再幫助學生利用方法二來解題，為國中學習解一元一次方程式鋪路。
- 算式「 $(x \times 12) \div 12 = 60 \div 12$ 」可以幫助學生理解利用等量公理解題的意義，剛開始，教師應要求學生寫出這個算式，當學生掌握其意義後，才可以接受學生省略該算式的記法。



基本學習內容：6-ac-01-1 能理解等量公理。

(7) 老師將一袋巧克力平分給 10 個學生，每個人分到 8 顆巧克力，請問一袋巧克力有幾顆？

假設一袋巧克力的顆數為 x 元，我們可以用 $x \div 10 = 8$ 把題目記下來。

$x \div 10 = 8 \rightarrow$ 如何讓等號的左邊只剩下 1 個 x ，答案還是一樣？

$x \div 10 \times 10 = 8 \times 10 \rightarrow$ 等號兩邊同時乘 10，答案還是會一樣。

$$x = 80$$

答：一袋巧克力有 80 顆

(8) 有一個數字 a ， $a \times \frac{3}{4} = 9$ ，請運用等量公理算出 a 是多少？

$a \times \frac{3}{4} = 9 \rightarrow$ 如何讓等號的左邊只剩下 1 個 a ，答案還是一樣？

$a \times \frac{3}{4} \div \frac{3}{4} = 9 \div \frac{3}{4} \rightarrow$ 等號兩邊同時除 $\frac{3}{4}$ ，答案還是會一樣。

$$a = 12$$

答： a 是 12

(9) 有一個數字 a ， $a \div \frac{5}{6} = 12$ ，請運用等量公理算出 a 是多少？

$a \div \frac{5}{6} = 12 \rightarrow$ 如何讓等號的左邊只剩下 1 個 a ，答案還是一樣？

$a \div \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = 12 \times \frac{5}{6} \rightarrow$ 等號兩邊同時乘 $\frac{5}{6}$ ，答案還是會一樣。

$$a = 10$$

答： a 是 10



做做看

算出各題的 x 是多少？

(1) $x \times 12 = 60$

(2) $x \times 4 = 100$

(3) $x \div 8 = 125$

(4) $x \div 100 = 10$



教材內容說明：

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是利用等量公理解決含有未知數符號的乘除法單步驟算式。
2. 第(7)題是被除數未知的等分除問題，要求學生算出答案。
本教材先用有未知數的符號列式後，直接利用等量乘法公理，在等號兩邊同乘 10 後算出 $x = 80$ 。
3. 第(8)題給定被乘數未知數的算式，限制學生用等量公理算出答案。
4. 第(9)題給定被除數未知數的算式，限制學生用等量公理算出答案。
5. 教師不可以命除數為未知數的文字題或計算題，例如 $10 \div x = 5$ ，因為解題時等號兩邊要同時乘 x ，而國小階段的未知數不可以被運算。
 - 乘數未知的問題，例如 $5 \times y = 20$ ，可以先利用乘法交換律改記成 $y \times 5 = 20$ ，再透過等號兩邊同時除以 5 即可算出答案，算式中只有數字被運算，未知數沒有被運算。
 - 除數未知的問題，例如 $10 \div y = 5$ ，必須等號兩邊同時乘 y ，得到 $10 = 5 \times y$ ，再利用等號的對稱性及加法交換律得到 $5 \times y = 10$ ，解題過程中涉及未知數 y 的運算。
6. 本頁做做看有 4 個問題
 - 第(1)題給定被乘數未知數的算式，限制學生用等量公理算出答案。
 - 第(2)題給定被乘數未知數的算式，限制學生用等量公理算出答案。
 - 第(3)題給定被除數未知數的算式，限制學生用等量公理算出答案。
 - 第(4)題給定被除數未知數的算式，限制學生用等量公理算出答案。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

