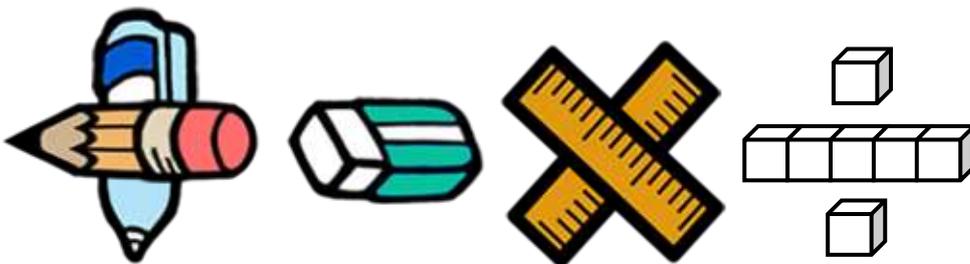


基本學習內容:6-nc-15-1 (同 6-sc-05-1)

能理解簡單柱體的體積
為底面積與高的乘積

學校：_____

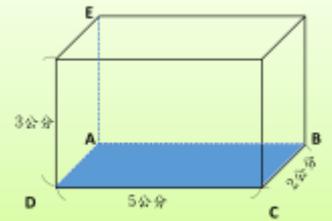
姓名：_____





◎能理解四角柱的體積為底面積與高的乘積

(1) 右圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形 ABCD，請問四角柱的體積是多少立方公分？



底面是長方形的四角柱是一個長方體。長方體體積 = 長 × 寬 × 高。

$$5 \times 2 \times 3 = 30$$

答：柱體體積是 30 立方公分



$$\begin{array}{c}
 \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\
 \underline{5 \times 2} \times 3 = 30 \\
 \text{底面積} \times \text{柱高}
 \end{array}$$

📖 四角柱「長方形底面 ABCD」的面積，就是長方體體積公式的「長 × 寬」。

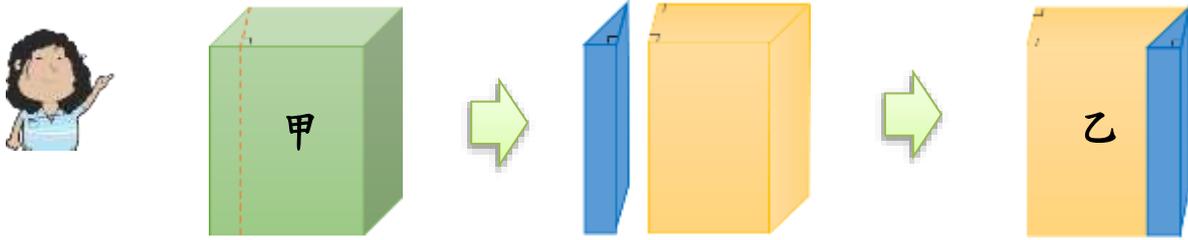
📖 四角柱中的 \overline{AE} 和底面垂直， \overline{AE} 的長是長方體體積公式中的「高」，所以可以將 \overline{AE} 看成四角柱的柱高。

$$\text{四角柱體積} = \text{長方體體積} = \text{長} \times \text{寬} \times \text{高}$$

$$= (\text{長} \times \text{寬}) \times \text{高} = \text{底面積} \times \text{高}$$

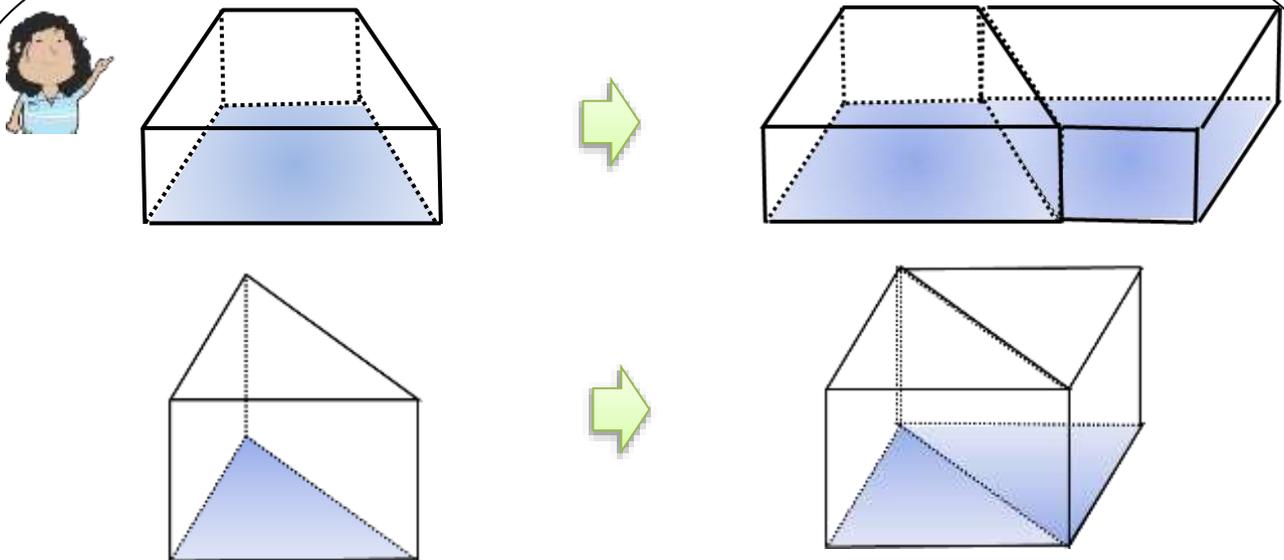


◎能運用底面積與高的乘積計算柱體體積



底面是平行四邊形的四角柱甲，可以切割重組成底面是長方形的四角柱乙。
四角柱甲和四角柱乙的底面積和高都相等，
四角柱甲和四角柱乙的體積相等。

$$\text{四角柱甲的體積} = \text{底面積} \times \text{高}$$



底面是梯形的四角柱、底面是三角形的三角柱，
將兩個一樣の柱體拼起來後，
可以重組成底面是平行四邊形的四角柱或是底面是長方形的四角柱。

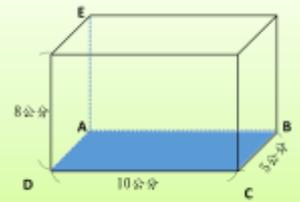
底面是長方形的四角柱、底面是平行四邊形的四角柱、
底面是梯形的四角柱，都是四角柱的一種。

角柱的體積都可以用角柱公式計算。

$$\text{角柱體積} = \text{底面積} \times \text{高}$$



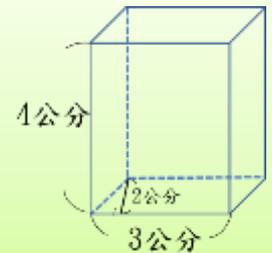
(1) 右圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形 ABCD，
請問四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} & (5 \times 10) \times 8 = (\quad) \\ & (5 \times 10) \times 8 \\ & = 50 \times 8 \\ & = 400 \end{aligned}$$

答：柱體體積 400 立方公分

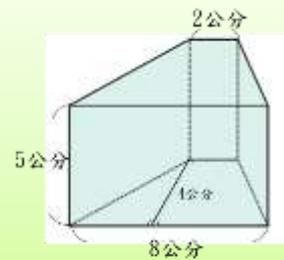
(2) 右圖是一個四角柱，它的底面是平行四邊形，
請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} & (3 \times 2) \times 4 = (\quad) \\ & (3 \times 2) \times 4 \\ & = 6 \times 4 \\ & = 24 \end{aligned}$$

答：柱體體積是 24 立方公分

(3) 右圖是一個四角柱，它的底面是梯形，
請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



畫斜線的部分是
這個形體的底面。

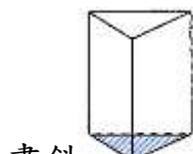
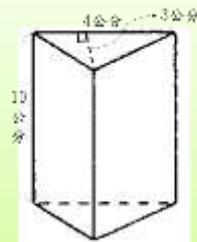
$$\begin{aligned} & \underline{(8 + 2) \times 4} \times 5 = (\quad) \\ & \text{底面積} \quad \times \quad \text{柱高} \\ & (8 + 2) \times 4 \times 5 \\ & = 10 \times 4 \times 5 \\ & = 40 \times 5 \\ & = 200 \end{aligned}$$

答：柱體體積是 200 立方公分



基本學習內容：6-nc-15-1(同 6-sc-05-1)

(4) 右圖的底面是一個三角形，稱為三角柱。
請問這個三角柱的體積是多少立方公分？



畫斜線的部分是
這個形體的底面。

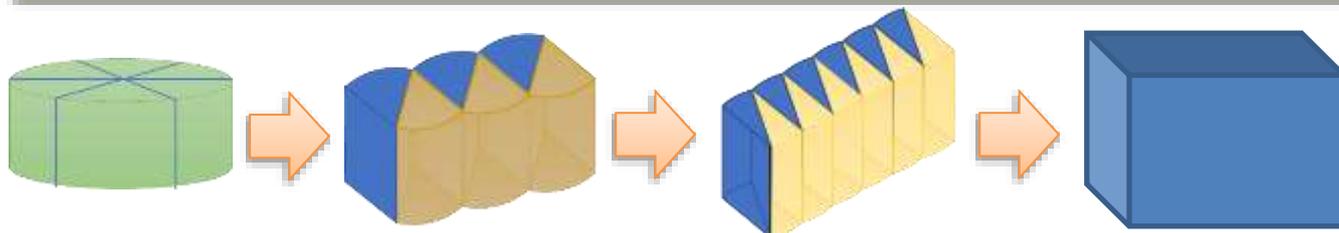
$$\frac{(4 \times 3 \div 2) \times 10}{\text{底面積} \times \text{柱高}} = (\quad)$$

底面積 × 柱高

$$\begin{aligned} & (4 \times 3 \div 2) \times 10 \\ &= 6 \times 10 \\ &= 60 \end{aligned}$$

答：三角柱體積是 60 立方公分

(5) 右圖是一個底面半徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，
請問這個圓柱體積是多少立方公分？



當把圓柱體等分割再重新排列後，圓柱體會越來越接近長方體，
當將每一塊圓柱體等分割成很多塊以後，圓柱體就接近於四角柱，
就可以用四角柱的體積公式來計算圓柱體的體積了。

圓柱體的體積
= 底面積 × 高



$$\frac{(10 \times 10 \times 3.14) \times 5}{\text{底面積} \times \text{高}} = (\quad)$$

底面積 × 高

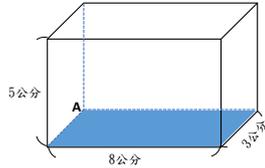
$$\begin{aligned} & (10 \times 10 \times 3.14) \times 5 \\ &= (100 \times 3.14) \times 5 \\ &= 314 \times 5 \\ &= 1570 \end{aligned}$$

答：圓柱的體積是 1570 立方公分

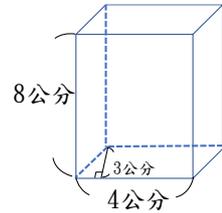


小試身手

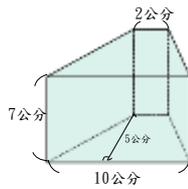
(1) 下圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形，請問四角柱的體積是多少立方公分？



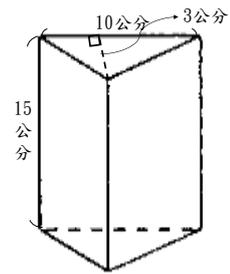
(2) 下圖是一個四角柱，它的底面是平行四邊形，請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



(3) 下圖是一個四角柱，它的底面是梯形，請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



(4) 下圖的底面是一個三角形，我們稱它為三角柱。請問這個三角柱的體積是多少立方公分？



(5) 一個底面半徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？

(6) 一個底面直徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？



基本學習內容：6-nc-15-1(同 6-sc-05-1)

◎複合形體的體積

- (1) 圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 5 公分的圓，
圓柱甲的高是 1 公分，圓柱乙的高是 3 公分，
請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？

方法一：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 = 78.5 \quad \dots\dots \text{先算高為 1 公分的圓柱體體積}$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 235.5 \quad \dots\dots \text{再算高為 3 公分的圓柱體體積}$$

$$78.5 + 235.5 = 314 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$

答：體積是 314 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：
 $5 \times 5 \times 3.14 \times 1 + 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 314$

方法二：

這兩個小圓柱疊起來是一個大圓柱，
大圓柱的底面是半徑 5 公分的圓，
 $1+3=4$ ，高是 4 公分。



$$1 + 3 = 4$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 4 = 314 \quad \dots\dots \text{底面積} \times \text{兩個圓柱疊起來的高}$$

答：體積是 314 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：
 $5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3) = 314$



從方法一和方法二可以發現：
 $5 \times 5 \times 3.14 \times 1 + 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3)$

方法三：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1 + 3) = (\quad)$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1 + 3)$$

$$= 25 \times 3.14 \times 4$$

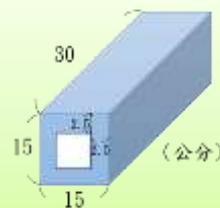
$$= 100 \times 3.14$$

$$= 314$$

答：體積是 314 立方公分



(2) 右圖是一個空心的長方體柱，每邊厚度 2.5 公分，
請問右圖形體的體積是多少立方公分？



方法一：

$$15 \times 15 \times 30 = 6750 \quad \dots\dots \text{先算完整的長方體體積}$$

$$15 - 2.5 \times 2 = 10 \quad \dots\dots \text{再算挖空的長方體的底面邊長}$$

$$10 \times 10 \times 30 = 3000 \quad \dots\dots \text{然後算挖空的長方體的體積}$$

$$6750 - 3000 = 3750 \quad \dots\dots \text{最後算挖空後的形體體積}$$

答：體積是 3750 立方公分

可以用併式將做法記錄下來：
 $15 \times 15 \times 30 - 10 \times 10 \times 30 = 3750$



方法二：

$$15 - 2.5 \times 2 = 10 \quad \dots\dots \text{先算挖空的長方體的長}$$

$$(15 \times 15 - 10 \times 10) \times 30 = 3750 \quad \dots\dots \text{底面積} \times \text{高}$$

答：體積是 3750 立方公分



小試身手

(1) 圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 10 公分的圓，圓柱甲的高是 2 公分，圓柱乙的高是 8 公分，請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？



(3) 甲是底面積為 40 平方公分，高 20 公分的四角柱，乙是底面積為 10 平方公分，高 20 公分的四角柱，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$40 \times 20 = 800 \quad \dots\dots \text{先算甲柱體的體積}$$

$$10 \times 20 = 200 \quad \dots\dots \text{再算乙柱體的體積}$$

$$200 \div 800 = \frac{1}{4} \quad \dots\dots \text{最後算乙是甲的幾倍}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{4}$ 倍

可以用併式將作法記錄下來：

$$\begin{aligned} & \text{乙柱體的體積} \div \text{甲柱體的體積} \\ &= (40 \times 20) \div (10 \times 20) = \frac{10 \times 20}{40 \times 20} = \frac{200}{800} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$



方法二：

乙柱體的體積 \div 甲柱體的體積

$$\frac{\text{乙柱體的體積}}{\text{甲柱體的體積}} = \frac{10 \times 20}{40 \times 20} = \frac{10 \times \overset{1}{\cancel{20}}}{40 \times \underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{4}$ 倍



小試身手

(1) 甲是底面積為 45 平方公分，高 20 公分的四角柱，乙是底面積為 15 平方公分，高 20 公分的四角柱，請問乙的體積是甲的幾倍？



(4) 甲是底面半徑為 10 公分，高 20 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 10 公分，高 40 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 20 = 6280 \quad \dots\dots \text{先算甲圓柱的體積}$$

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 40 = 12560 \quad \dots\dots \text{再算乙圓柱的體積}$$

$$12560 \div 6280 = 2 \quad \dots\dots \text{最後算乙是甲的幾倍}$$

答：乙的體積是甲的 2 倍

可以用併式將作法記錄下來：

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$= (10 \times 10 \times 3.14 \times 20) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 40)$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 40}{10 \times 10 \times 3.14 \times 20} = \frac{12560}{6280} = 2$$



方法二：

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$= \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 40}{10 \times 10 \times 3.14 \times 20} = \frac{10 \times \overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{1}{\cancel{40}}}{10 \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times \underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{40}{20} = 2$$

答：乙的體積是甲的 2 倍



小試身手

(1) 甲是底面半徑為 36 公分，高 25 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 36 公分，高 100 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？



基本學習內容：6-nc-15-1(同 6-sc-05-1)

(5) 甲是底面半徑為 10 公分，高 5 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 20 公分，高 3 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$(20 \times 20 \times 3.14 \times 3) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 5) = (\quad)$$

$$\begin{aligned} & (20 \times 20 \times 3.14 \times 3) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 5) \\ = & \frac{20 \times 20 \times 3.14 \times 3}{10 \times 10 \times 3.14 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times 5} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{12}{5}$ 倍

方法二：

乙圓柱的體積 \div 甲圓柱的體積

$$\begin{aligned} = & \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{20 \times 20 \times 3.14 \times 3}{10 \times 10 \times 3.14 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times 5} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{12}{5}$ 倍



小試身手

(1) 甲是底面半徑為 12 公分，高 8 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 60 公分，高 4 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？



(6) 小圓柱的底面是半徑 6 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 8 公分的圓，小圓柱的高是 10 公分，大圓柱的高是 20 公分。請問小圓柱和大圓柱的體積和是多少立方公分？

方法一：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4 \quad \dots\dots \text{先算小圓柱體體積}$$

$$8 \times 8 \times 3.14 \times 20 = 4019.2 \quad \dots\dots \text{再算大圓柱體體積}$$

$$1130.4 + 4019.2 = 5149.6 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$



可以用併式將做法記錄下來：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 20 = 5149.6$$

答：體積是 5149.6 立方公分

方法二：

$$6 \times 6 \times 10 \times 3.14 + 8 \times 8 \times 20 \times 3.14 = (\quad)$$

$$6 \times 6 \times 10 \times 3.14 + 8 \times 8 \times 20 \times 3.14$$

$$= (6 \times 6 \times 10) \times 3.14 + (8 \times 8 \times 20) \times 3.14$$

$$= 360 \times 3.14 + 1280 \times 3.14$$

$$= (360 + 1280) \times 3.14$$

$$= 1640 \times 3.14$$

$$= 5149.6$$

答：體積是 5149.6 立方公分



基本學習內容：6-nc-15-1(同 6-sc-05-1)

- (7) 右圖的小圓柱的底面是半徑 6 公分的圓，
大圓柱的底面是半徑 8 公分的圓，
這兩個圓柱的高都是 10 公分。
請問這個形體的體積是多少立方公分？



方法一：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4 \quad \dots\dots \text{先算小圓柱體體積}$$

$$8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = 2009.6 \quad \dots\dots \text{再算大圓柱體體積}$$

$$1130.4 + 2009.6 = 3140 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$



可以用併式將做法記錄下來：
 $6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = 3140$

方法二：

$$\begin{aligned} & 6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = (\quad) \\ & 6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 \\ & = (6 \times 6 \times 3.14) \times 10 + (8 \times 8 \times 3.14) \times 10 \\ & = 36 \times 3.14 \times 10 + 64 \times 3.14 \times 10 \\ & = (36 + 64) \times 3.14 \times 10 \\ & = 100 \times 3.14 \times 10 \\ & = 3140 \end{aligned}$$

答：體積是 3140 立方公分



大圓柱和小圓柱的高都一樣，圓周率也都一樣。
可以用下列方法算出答案：

(大圓柱底面積+小圓柱底面積) × 高



做做看

1. 圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 15 公分的圓，圓柱甲的高是 9 公分，圓柱乙的高是 11 公分，請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？
2. 小圓柱的底面是半徑 25 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 125 公分的圓，小圓柱的高是 12 公分，大圓柱的高是 48 公分。請問小圓柱和大圓柱的體積和是多少立方公分？
3. 下圖的小圓柱的底面是半徑 12 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 20 公分的圓，這兩個圓柱的高都是 8 公分。請問這個形體的體積是多少立方公分？
4. 甲是底面半徑為 77 公分，高 30 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 77 公分，高 150 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

