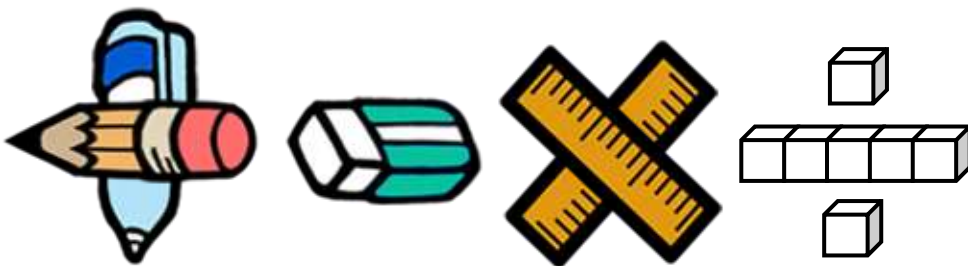


基本學習內容:6-sc-01-1

能利用幾何形體的性質 解決簡單的幾何問題

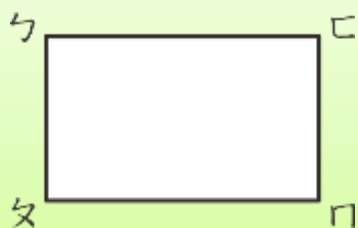
學校：_____

姓名：_____



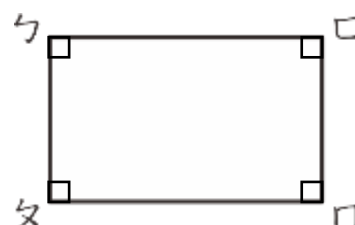


(1) 請問下圖這個長方形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來是幾度？



方法一：

我知道長方形的四個角都是直角，所以， $90^\circ \times 4 = 360^\circ$ 。



我們可以利用三角形三個角的角度和是 180 度的特性，把長方形切成三角形來做做看。



方法二：

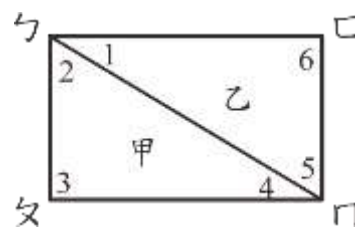
① 先把長方形ㄅㄆㄇㄈ從ㄅ點連接它的對點ㄇ點，

把長方形切成甲、乙兩個三角形，如右圖。

② 長方形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來，剛好是

甲、乙兩個三角形的六個角加起來，也就是：

$$\begin{aligned} \angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄇ + \angle ㄈ &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 \\ &= 180^\circ \times 2 = 360^\circ \end{aligned}$$



方法三：

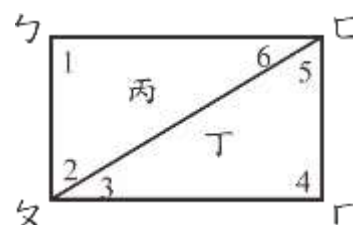
① 先把長方形ㄅㄆㄇㄈ從ㄆ點連接它的對點ㄈ點，

把長方形切成丙、丁兩個三角形，如右圖。

② 長方形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來，剛好是

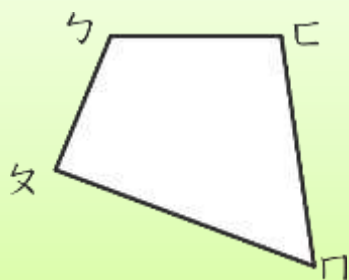
丙、丁兩個三角形的六個角加起來，也就是：

$$\begin{aligned} \angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄇ + \angle ㄈ &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 \\ &= 180^\circ \times 2 = 360^\circ \end{aligned}$$



答：長方形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來是 360°

(2) 請問下圖這個四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來是幾度？



可以利用三角形三個角的角度和是 180 度來做做看。



方法一：

① 我把四邊形ㄅㄆㄇㄈ從ㄅ點連接它的對點ㄇ點，

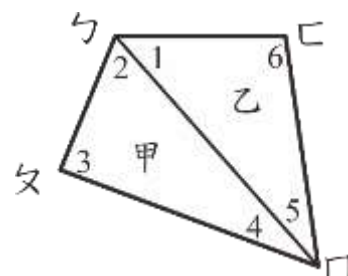
把四邊形切成甲、乙兩個三角形，如右圖。

② 四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來，剛好是甲

和乙 兩個三角形的 6 個角加起來，也就

是：

$$\begin{aligned}\angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄇ + \angle ㄈ &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 \\ &= 180^\circ \times 2 = 360^\circ\end{aligned}$$



方法二：

① 我把四邊形ㄅㄆㄇㄈ從ㄆ點連接它的對點ㄈ點，

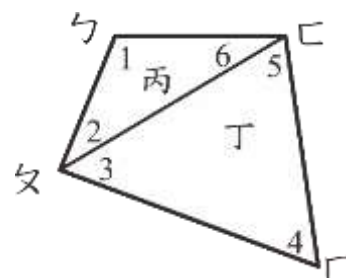
把四邊形切成丙、丁兩個三角形，如右圖。

② 四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來，剛好是丙

和丁 兩個三角形的 6 個角加起來，也就

是：

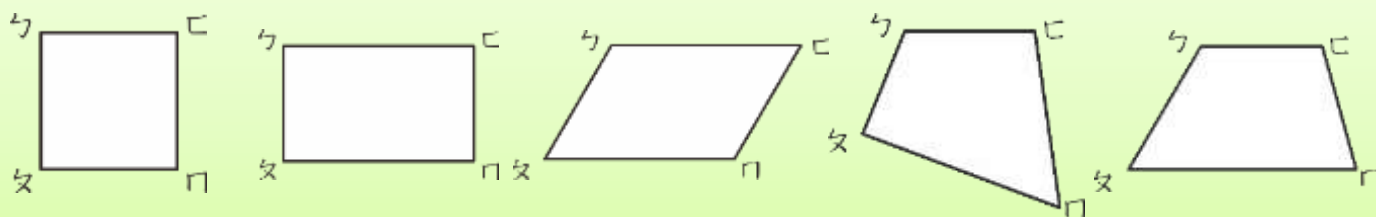
$$\begin{aligned}\angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄇ + \angle ㄈ &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 \\ &= 180^\circ \times 2 = 360^\circ\end{aligned}$$



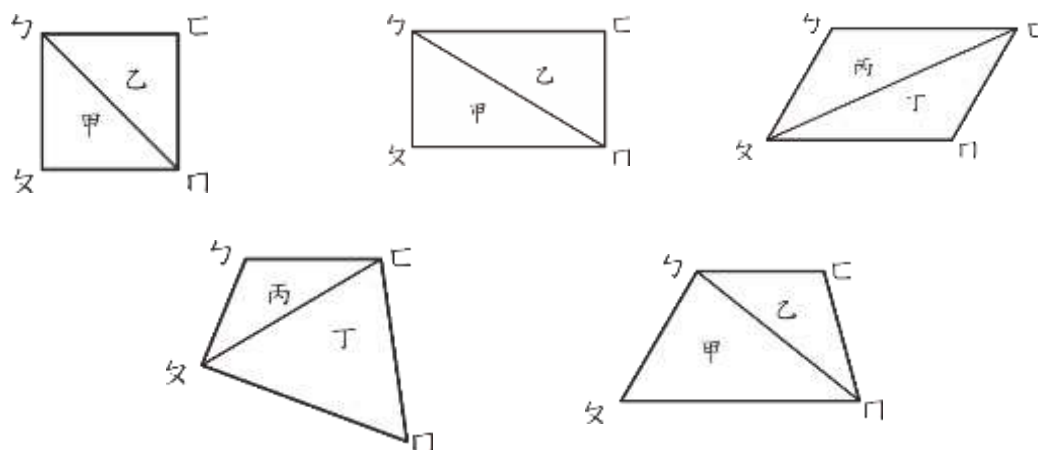
答：四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來是 360°



(3) 請問這些四邊形的四個角加起來，分別是幾度？



我可以把這些四邊形沿著對角線，都切成 2 個三角形，再利用三角形三個角的角度和是 180 度的特性，算出四邊形的四個角加起來是幾度。



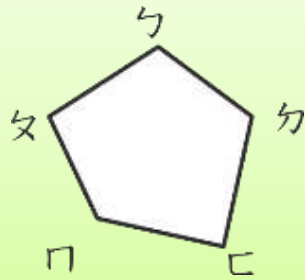
$$180^{\circ} \times 2 = 360^{\circ}$$

答：這些四邊形的四個角加起來都是 360°



我們可以發現任何四邊形，都可以沿著對角線切成 2 個三角形，利用三角形三個角的角度和是 180 度的特性，算出四邊形的四個角加起來都會是 $180^{\circ} \times 2 = 360^{\circ}$ 。

(4) 請問下圖這個五邊形 $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E$ 的五個角加起來是幾度？

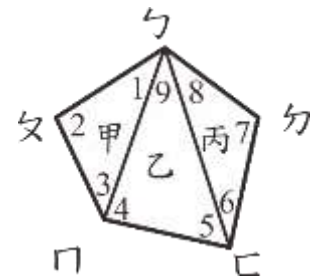


①我把 $\angle A$ 點和它的2個對點($\angle B, \angle D$)連接，可以把五邊形切成甲、乙、丙3個三角形，如右圖。

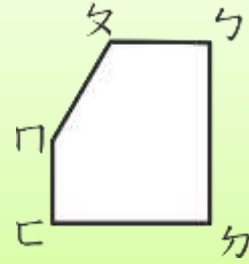
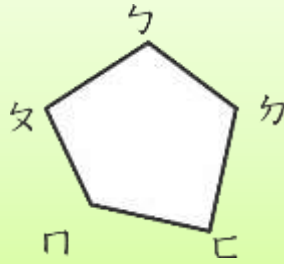
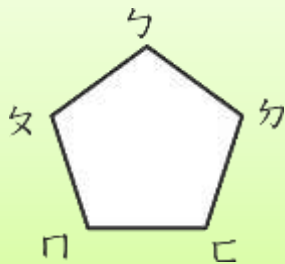
②利用三角形三個角的角度和是180度的特性，五邊形 $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E$ 的五個角加起來，剛好是甲、乙、丙3個三角形的9個角加起來，也就是：

$$\begin{aligned} & \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E \\ &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 = 180^\circ \times 3 = 540^\circ \end{aligned}$$

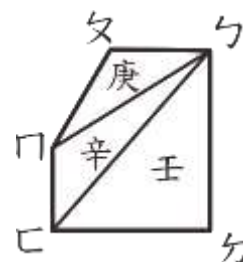
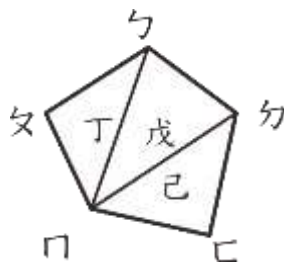
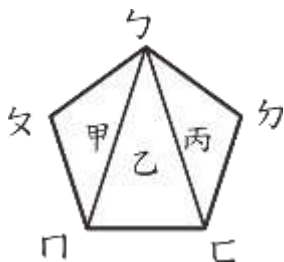
答：五邊形 $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E$ 的五個角加起來是 540° 。



(5) 請問這些五邊形的五個角加起來，分別是幾度？



我可以把這些五邊形都切成3個三角形。



$$180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

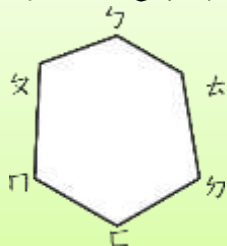
答：這些五邊形的五個角加起來都是 540° 。



我們可以發現任何五邊形，選定一個頂點，將此頂點和所有的對點連接，都可以切成3個三角形，利用三角形三個角的角度和是180度的特性，算出五邊形的五個角加起來都會是 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。



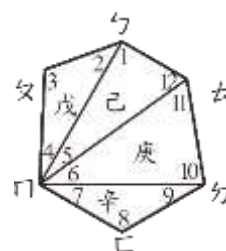
(6) 請問下圖這個六邊形ㄅㄆㄇㄉㄅㄆ的六個角加起來是幾度？



① 我把ㄇ點和它的3個對點（ㄅ、ㄆ、ㄉ）連接，
可以把六邊形切成戊、己、庚、辛4個三角形，如右圖。

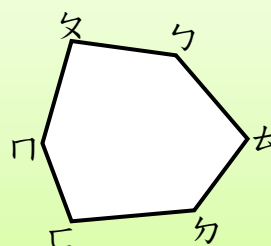
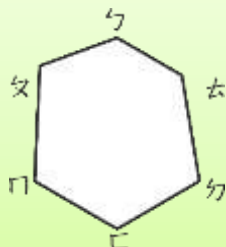
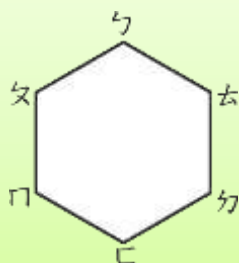
② 六邊形ㄅㄆㄇㄉㄅㄆ的六個角加起來，剛好是戊、己、庚、辛4個三角形的12個角加起來，也就是：

$$\begin{aligned} & \angle \text{ㄅ} + \angle \text{ㄆ} + \angle \text{ㄇ} + \angle \text{ㄉ} + \angle \text{ㄅ} + \angle \text{ㄆ} \\ &= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 \\ &= 180^\circ \times 4 = 720^\circ \end{aligned}$$

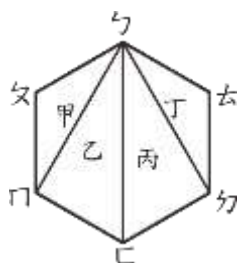


答：六邊形ㄅㄆㄇㄉㄅㄆ的六個角加起來是 720° 。

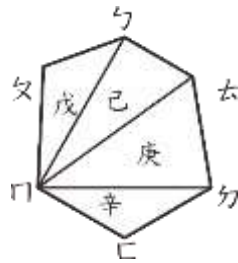
(7) 請問這些六邊形的六個角加起來，分別是幾度？



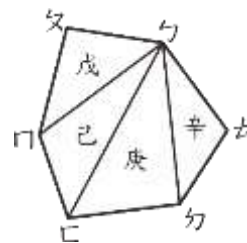
我可以把這些六邊形都切成4個三角形。



$$180^\circ \times 4 = 720^\circ$$



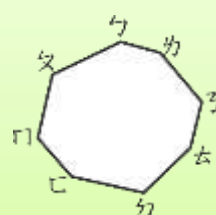
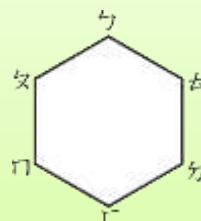
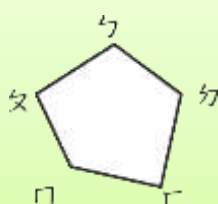
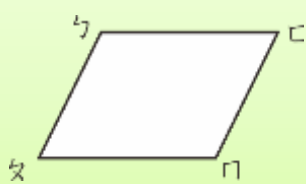
答：這些六邊形的六個角加起來都是 720° 。



我們可以發現任何六邊形，選定一個頂點，將此頂點和所有的對點連接，都可以切成4個三角形，利用三角形三個角的角度和是180度的特性，算出六邊形的六個角加起來都會是 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$



(8) 下面四邊形、五邊形、六邊形和八邊形各可以切成幾個三角形呢？每個圖形的角度和是幾度呢？



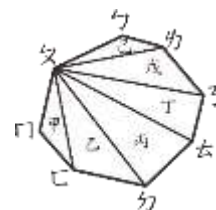
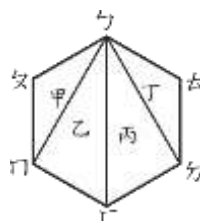
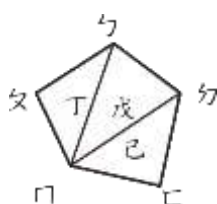
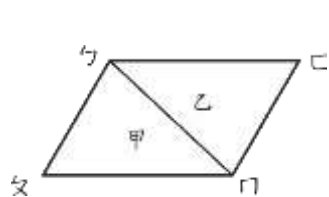
我選定一個頂點，將此頂點和所有的對點連接，可以把

四邊形可以切成 2 個三角形個數；

五邊形可以切成 3 個三角形個數；

六邊形可以切成 4 個三角形個數；

八邊形可以切成 6 個三角形個數；



四邊形可以切成 2 個三角形個數；角度和是 $180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 。

五邊形可以切成 3 個三角形個數；角度和是 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。

六邊形可以切成 4 個三角形個數；角度和是 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。

八邊形可以切成 6 個三角形個數；角度和是 $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$ 。



四邊形可以切的三角形個數是 2 個($4-2=2$)；角度和是 $180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 。

五邊形可以切的三角形個數是 3 個($5-2=3$)；角度和是 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。

六邊形可以切的三角形個數是 4 個($6-2=4$)；角度和是 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。

八邊形可以切的三角形個數是 6 個($8-2=6$)；角度和是 $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$ 。

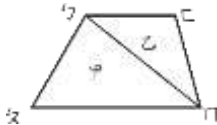
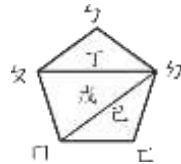
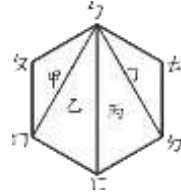
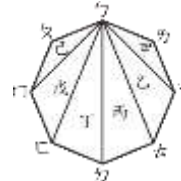
我發現多邊形從一個選定的頂點連接它的對點，把多邊形切成的三角形個數都是多邊形的邊數減 2。這些三角形的角度總和就是多邊形的角度和。

所以，多邊形的角度和是 $180^\circ \times (\text{邊數} - 2)$ 。

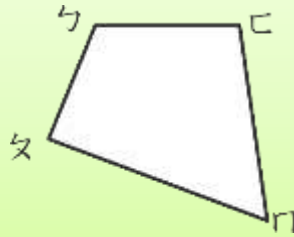


小試身手

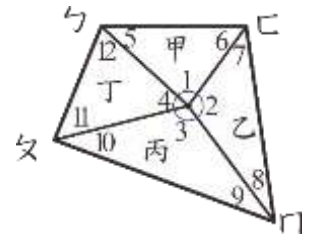
利用選定一頂點畫線連接對點的方法，多邊形的角度和是多少呢？我們來整理一下上面的資料，填填看。

名稱	邊數	可切割成幾個三角形	多邊形的角度和
四邊形	4	2 	$180^\circ \times 2 = 360^\circ$
五邊形	5	3 	$180^\circ \times 3 = 540^\circ$
六邊形	6	() 	
八邊形	8	() 	
十邊形	10	()	
k 邊形	k	k-2	$180^\circ \times (k-2)$

(9) 請問下圖這個四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來是幾度？



- ①在四邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到四邊形的四個頂點。四邊形就被切成甲、乙、丙、丁4個三角形，這4個三角形有12個角，利用三角形三個角的角度和是180度的特性，這些角的角度合起來，是



$$\begin{aligned} &\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 \\ &= 180^\circ \times 4 = 720^\circ. \end{aligned}$$

- ②但是四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角，並不包含 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 這4個角，這4個角合起來剛好是周角 360° （ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ ）。

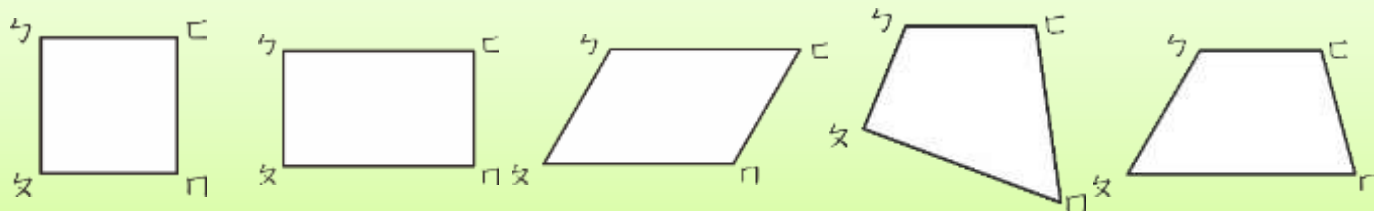
- ③所以，四邊形的四個角加起來是

$$\begin{aligned} &\angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄇ + \angle ㄈ = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \\ &\angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 - (\angle 1 + \angle 2 \\ &+ \angle 3 + \angle 4) = 180^\circ \times 4 - 360^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

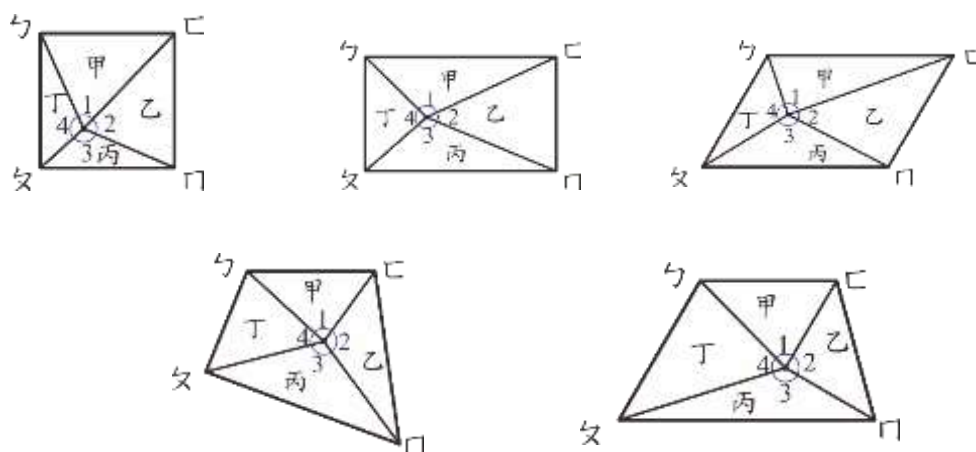
答：四邊形ㄅㄆㄇㄈ的四個角加起來是 360° 。



(10) 請問這些四邊形的四個角加起來，分別是幾度？



我們在四邊形內任意畫一個點，從這個點分別畫線連到四個頂點。四邊形就被切成 4 個三角形，再利用三角形三個角的角度和是 180 度的特性，算出四邊形的四個角加起來是幾度。



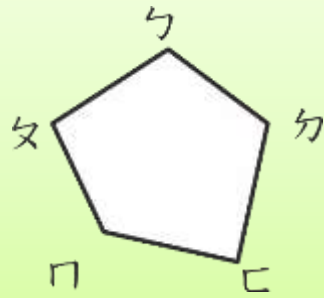
$$180^{\circ} \times 4 - 360^{\circ} = 720^{\circ} - 360^{\circ} = 360^{\circ}$$

答：這些四邊形的四個角加起來都是 360° 。



我們可以發現任何四邊形，都可以切成 4 個三角形，但是四邊形的四個角，並不包含內部的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 這四個角，這四個角合起來剛好是周角 360° 。所以，四邊形的四個角加起來是： $180^{\circ} \times 4 - 360^{\circ} = 720^{\circ} - 360^{\circ} = 360^{\circ}$ 。

(11) 請問下圖這個五邊形ㄅㄆㄇㄏ㄀的五個角加起來是幾度？

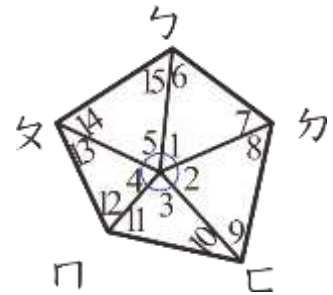


①在五邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到五邊形的五個頂點。五邊形就被切成 5 個三角形，這 5 個三角形有 15 個角，利用三角形三個角度和是 180 度的特性，這些角的角度合起來，是 $\angle 1 +$

$$\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7$$

$$+ \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 + \angle 13 + \angle 14 + \angle 15$$

$$= 180^\circ \times 5 = 900^\circ。$$



②但是五邊形ㄅㄆㄇㄏ㄀的五個角，並不包含 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 這 5 個角，這 5 個角合起來剛好是周角 360° 。

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 360^\circ。$$

③所以，五邊形的五個角加起來和 5 個三角形的角度和減去周角一樣。

$$\angle ㄅ + \angle ㄆ + \angle ㄇ + \angle ㄏ + \angle ㄀$$

$$= \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12$$

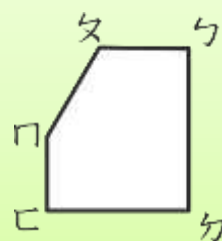
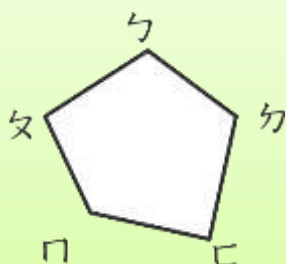
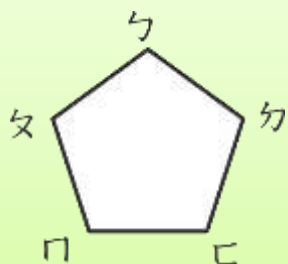
$$+ \angle 13 + \angle 14 + \angle 15 - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5)$$

$$= 180^\circ \times 5 - 360^\circ = 900^\circ - 360^\circ = 540^\circ$$

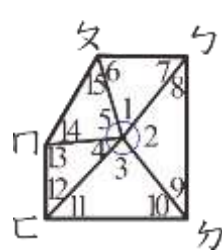
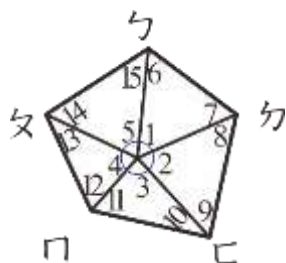
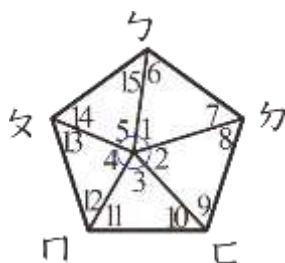
答：五邊形ㄅㄆㄇㄏ㄀的五個角加起來是 540°



(12) 請問這些五邊形的五個角加起來，分別是幾度？



我們在五邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到五邊形的五個頂點。這時，五邊形內就被切 5 個三角形，如下圖。



利用三角形三個角度和是 180 度的特性，這 5 個三角形有 15 個角，但是五邊形並不包含 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 這五個角(周角)。

所以，五邊形的五個角加起來是。

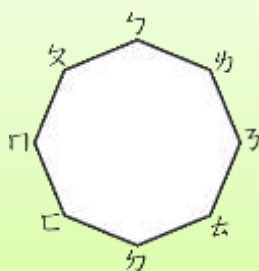
$$180^\circ \times 5 - 360^\circ = 540^\circ$$

答：這些五邊形的五個角和都是 540° 。

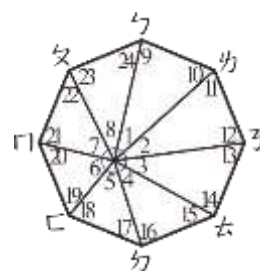


我們可以發現任何五邊形，都可以切成 5 個三角形，但是五邊形的五個角，並不包含內部的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 五個角，這五個角合起來剛好是周角 360° 。所以，五邊形的五個角加起來是 $180^\circ \times 5 - 360^\circ = 900^\circ - 360^\circ = 540^\circ$ 。

(13) 請問下圖這個八邊形的八個角加起來是幾度？



- ①我在的八邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到八邊形的八個頂點。這時，八邊形內就有 8 個三角形，如右圖。



利用三角形三個角度和是 180 度的特性，這 8 個三角形有 24 個角，這些角的角度合起來，是：

$$\begin{aligned} &\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 + \\ &\angle 13 + \angle 14 + \angle 15 + \angle 16 + \angle 17 + \angle 18 + \angle 19 + \angle 20 + \angle 21 + \angle 22 + \angle 23 \\ &+ \angle 24 \\ &= 180^\circ \times 8 = 1440^\circ \end{aligned}$$

- ②但是八邊形的八個角，並不包含 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 和 $\angle 8$ 這八個角，這八個角合起來剛好是周角 360° 。

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^\circ$$

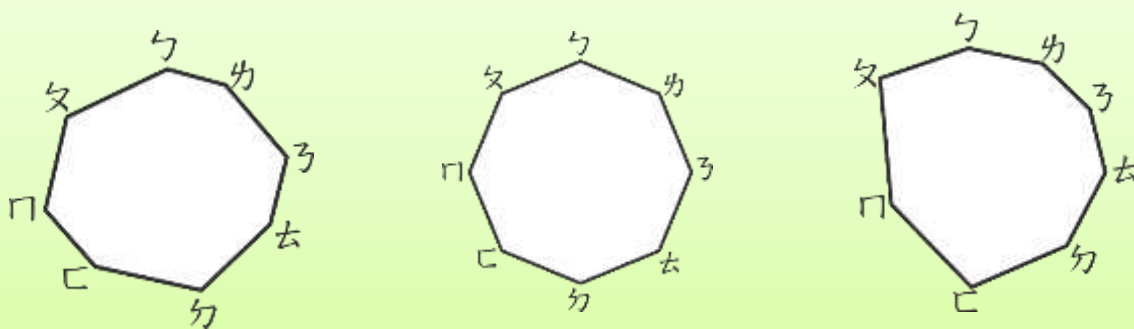
- ③所以，八邊形的八個角加起來

$$\begin{aligned} &\angle 9 + \angle 10 + \angle 11 + \angle 12 + \angle 13 + \angle 14 + \angle 15 + \angle 16 + \angle 17 + \angle 18 + \angle 19 + \angle 20 + \angle 21 + \angle 22 \\ &+ \angle 23 + \angle 24 - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8) \\ &= 180^\circ \times 8 - 360^\circ = 1440^\circ - 360^\circ = 1080^\circ \end{aligned}$$

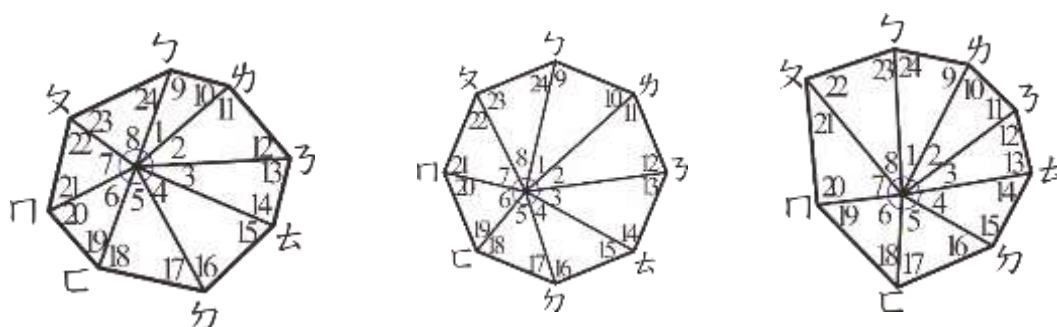
答：八邊形的八個角加起來是 1080° 。



(14) 請問這些八邊形的八個角加起來，分別是幾度？



我們在的八邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到八邊形的八個頂點。這時，八邊形就被切 8 個三角形，如下圖。



利用三角形三個角度和是 180 度的特性，這 8 個三角形有 24 個角，但是八邊形並不包含 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 和 $\angle 8$ 這八個角(周角)。

所以，八邊形的八個角加起來是。

$$180^\circ \times 8 - 360^\circ = 1080^\circ$$

答：這些八邊形的八個角和都是 1080° 。

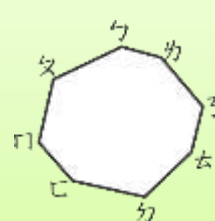
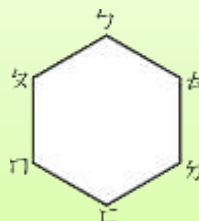
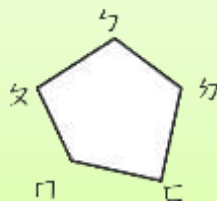
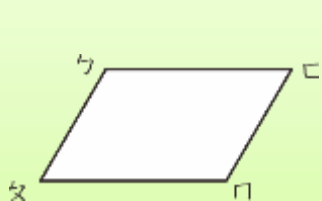


我們可以發現任何八邊形，都可以切成 8 個三角形，但是八邊形的八個角，並不包含內部的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 和 $\angle 8$ 八個角，這八個角合起來剛好是周角 360° 。所以，八邊形的八個角加起來是：

$$180^\circ \times 8 - 360^\circ = 1440^\circ - 360^\circ = 1080^\circ。$$



(15) 下面四邊形、五邊形、六邊形和八邊形各可以切成幾個三角形呢？每個圖形的角度和是幾度呢？



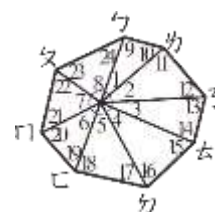
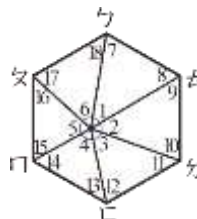
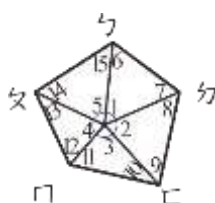
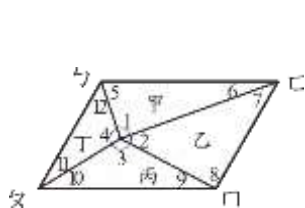
我們在多邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到多邊形的頂點。這時，多邊形內就會被切割成跟邊數相同數量的三角形。

四邊形可以切成 4 個三角形；

五邊形可以切成 5 個三角形；

六邊形可以切成 6 個三角形；

八邊形可以切成 8 個三角形。



四邊形可以切成 4 個三角形；四邊形的角度和是 4 個三角形角度和減去內部的周角： $180^\circ \times 4 - 360^\circ = 360^\circ$ 。

五邊形可以切成 5 個三角形；五邊形的角度和是 5 個三角形角度和減去內部的周角： $180^\circ \times 5 - 360^\circ = 540^\circ$ 。

六邊形可以切成 6 個三角形；六邊形的角度和是 6 個三角形角度和減去內部的周角： $180^\circ \times 6 - 360^\circ = 720^\circ$ 。

八邊形可以切成 8 個三角形；八邊形的角度和是 8 個三角形角度和減去內部的周角： $180^\circ \times 8 - 360^\circ = 1080^\circ$ 。

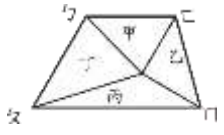
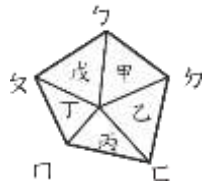
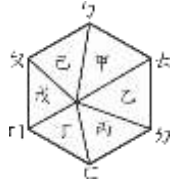
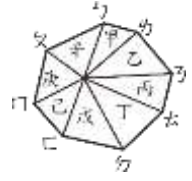


我發現多邊形內任意畫一個點，再從這個點分別畫線，連到多邊形的頂點。這時，多邊形內就會被切割成跟邊數相同數量的三角形；而多邊形的角度和是 $180^\circ \times \text{邊數} - 360^\circ$ (周角)。



小試身手

利用中間一點連接到頂點分割的方法，多邊形的角度和是多少呢？我們來整理一下上面的資料，填填看。

名稱	可切割成幾個三角形	用併式紀錄多邊形的角度和
四邊形	4 	$180^{\circ} \times 4 - 360^{\circ} = 360^{\circ}$
五邊形	5 	$180^{\circ} \times 5 - (\quad) = 540^{\circ}$
六邊形	6 	
八邊形	() 	
十邊形	()	
k 邊形	()	$180^{\circ} \times k - (\quad) = (\quad)$



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

