

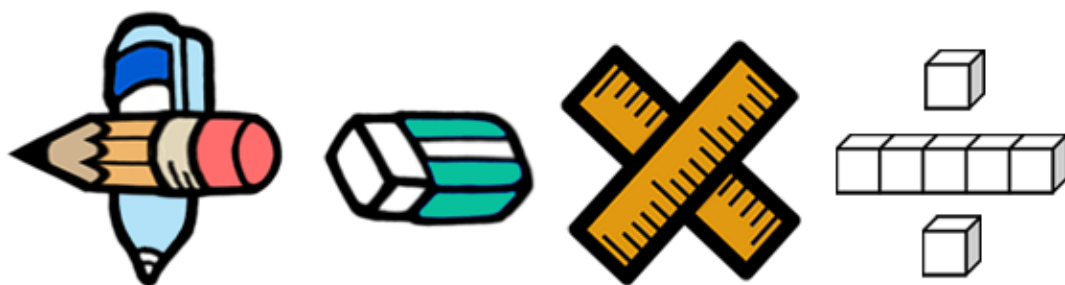
# 基本學習內容：NC-7-5-1、2、3

## 數與數線的對應關係

## 絕對值的意義與計算

## 數線上兩點的距離公式

### 【教師版】





基本學習內容：NC-7-5-1、2、3

### 學習內容：

**N-7-5 數線：**擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；

以 $|a - b|$ 表示數線上兩點 $a, b$ 的距離。

**備註：**絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。

### 基本學習內容：

NC-7-5-1 數與數線的對應關係。

NC-7-5-2 絕對值的意義與計算。

NC-7-5-3 數線上兩點的距離公式。

### 基本學習表現：

NCP-7-5-1-1 理解在數線上，0 的位置稱為原點，以 O 表示。

NCP-7-5-1-2 理解若 A 為數線上原點右方的點，且距離原點 a（正數）個單位長，則 A 所對應的數為 a，以 A(a)表示；若 A 為數線上原點左方的，且距離原點 a（正數）個單位長，則 A 所對應的數為 -a，以 A(-a) 表示。

NCP-7-5-1-3 理解若 a 不為 0，在數線上 a 與 -a 所對應的點和原點距離相同但方向相反。

NCP-7-5-1-4 能利用兩數在數線上相對的位置，判別該兩數的大小關係。

NCP-7-5-2-1 理解某數的絕對值可表示為該數在數線上所對應的點與原點的距離。

NCP-7-5-2-2 理解在數線上，兩數所對應的點距離原點愈遠者，則其絕對值愈大。

NCP-7-5-2-3 熟練絕對值的計算。

NCP-7-5-3-1 理解在數線上 A(a)、B(b)兩點的距離為 $|a - b|$ 或 $|b - a|$ 。

NCP-7-5-3-2 熟練利用兩點的距離公式求數線上兩點的距離。



### 概要說明：

- 國小階段討論的對象是全數(自然數和 0 的聯集)，0 是沒有的意思；國中階段討論的對象是整數，0 並不是沒有，而是基準上的定位。建議教師引入含負數的數線時，先溝通整數數線上原點 0 的意義。
- 在數線上，雖然點與數為兩不相同卻關連密切的概念，但教學活動不宜特別強調它們之差異，學生只需能應用自如即可。例如：數線上一點 A，其坐標為 a，我們可以記成 A(a)。
- 在數線上標示數的位置時，相對應的點應有明確的刻度，例如標示小數 2.3 時，2 和 3 之間應有 10 等分的刻度，標示分數 $-2\frac{3}{4}$ 時，-2 和 -3 間應有 4 等分之刻度。
- 在數線上，小數的標示以一位為原則，分數的分母應以 2、3、4、10 為原則。
- 絕對值內容以整數為原則。
- 先建立某數的絕對值是指該數在數線上所對應的點與原點 0 的距離，由此幾何意義轉化成其計算法則，即
  - 當  $a = 0$  時， $|a| = |0| = 0$
  - 當  $a > 0$  時， $|a| = a$ ，例如： $a = 2$  則  $|a| = |2| = 2 = a$
  - 當  $a < 0$  時， $|a| = -a$ ，例如： $a = -2$  則  $|a| = |-2| = 2 = -(-2) = -a$
- 絕對值內之算式不宜過度複雜，若使用分數，其分母應盡量簡單，通分後的最小分母不要超過 60。
- 本基本學習內容絕對值的運算以整數為原則，引入分數或小數時，小數以一位小數為原則，分數的分母應以 2、4、5、10 為原則。
- 本基本學習內容不進行計算雙層絕對值之教學。
- 絕對值算式中不宜使用未知數，以致學生無法直接計算絕對值的值，例如： $|a - 7|$  等。絕對值代數式求解問題，不應在本基本學習內容中出現。
- 「數線上兩點的距離」是「直角坐標兩點的距離」的先備知識，故本基本學習內容要求學生熟練利用兩點距離公式求數線上兩點的距離，特別是「正、負」數混雜的情形。
- 針對「數線上兩點的中點坐標」，本基本學習內容之教學活動應以數字實例結合數線輔助說明在數線上與某兩點距離相等的點代表此兩點的中點。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

## ◎數線

### 整數的數線

在數線上，0 的位置稱為原點，以英文字母  $O$  表示。

右邊的「 $\rightarrow$ 」符號代表正向。

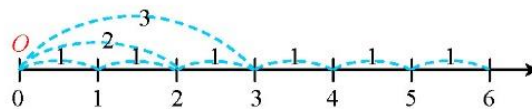
從原點  $O$  開始，往右邊每隔 1 個單位長畫一刻度，

在原點  $O$  右邊，和原點  $O$  距離 1 個單位長的點，它的坐標是  $+1$ ，簡記為 1、

在原點  $O$  右邊，和原點  $O$  距離 2 個單位長的點，它的坐標是  $+2$ ，簡記為 2、

在原點  $O$  右邊，和原點  $O$  距離 3 個單位長的點，它的坐標是  $+3$ ，簡記為 3、……

以此類推。



我們將數線往原點  $O$  的左邊延伸，

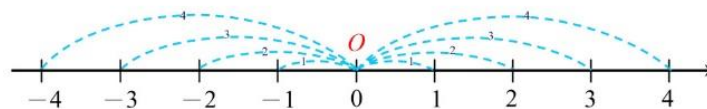
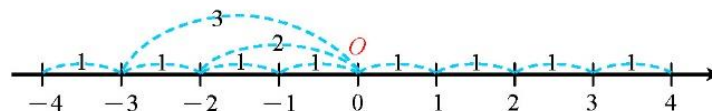
從原點  $O$  開始，往左邊每隔 1 個單位長畫一刻度，

在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 1 個單位長的點，它的坐標是  $-1$ 、

在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 2 個單位長的點，它的坐標是  $-2$ 、

在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 3 個單位長的點，它的坐標是  $-3$ 、……

以此類推。



在數線上，在原點右邊的坐標都是正數，而在原點左邊的坐標都是負數，

且由左往右  $-4$ 、 $-3$ 、 $-2$ 、 $-1$ 、 $0$ 、 $1$ 、 $2$ 、 $3$ 、 $4$ ，坐標的數字會越來越大；

由右往左  $4$ 、 $3$ 、 $2$ 、 $1$ 、 $0$ 、 $-1$ 、 $-2$ 、 $-3$ 、 $-4$ ，坐標的數字會越來越小。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 頁的教學重點是幫助學生建立整數數線。

本頁上半部為複習國小學過的數線(正數和 0)，提醒學生數線的三元素及其坐標的命名方式，再將數線擴充到負數。

2. 本頁教師提示重點為幫助學生理解正數和負數在數線上的位置，並能知道數線上越右邊的數越大，反之則越小。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

在原點  $O$  右邊，和原點  $O$  距離 2 個單位長的點，它的坐標是 2；

在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 2 個單位長的點，它的坐標是  $-2$ 。

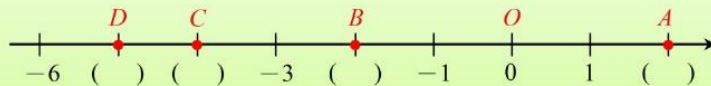
反過來說，

坐標是 2 的點，會在原點  $O$  的右邊，且和原點  $O$  的距離是 2 個單位長；

坐標是  $-2$  的點，會在原點  $O$  的左邊，且和原點  $O$  的距離是 2 個單位長。



(1) 寫出下列各點的坐標。



解：在數線上，

$A$  點在原點  $O$  右邊，和原點  $O$  距離 2 個單位長， $A$  點坐標為 2；

$B$  點在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 2 個單位長， $B$  點坐標為  $-2$ ；

$C$  點在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 4 個單位長， $C$  點坐標為  $-4$ ；

$D$  點在原點  $O$  左邊，和原點  $O$  距離 5 個單位長， $D$  點坐標為  $-5$ 。

將上面點的名稱跟坐標一起記錄下來，

例如：原點  $O$  坐標為 0，記為  $O(0)$ ；

$A$  點坐標為 2，記為  $A(2)$ ； $B$  點坐標為  $-2$ ，記為  $B(-2)$ ；

$C$  點坐標為  $-4$ ，記為  $C(-4)$ ； $D$  點坐標為  $-5$ ，記為  $D(-5)$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~3 頁的教學重點是幫助學生學習數線上整數點的坐標。

本頁教學重點為數線上整數點的坐標標示。

2. 本頁上半部對話框為坐標代表的意義及標示。
3. 第(1)題給定數線上 4 個點，要求學生標示出坐標。

解題方法：

先觀察點在原點的左邊或右邊，並找出該點和原點距離，再標示出坐標。

4. 本頁對話框說明點的名稱與坐標的記法。



基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(2) 在數線上標出  $A(2)$ 、 $B(-3)$  的位置。

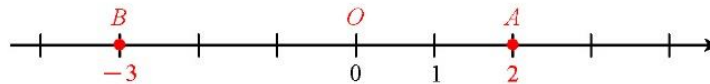


解：在數線上，

坐標是 2 的點，會在原點  $O$  的右邊，且和原點  $O$  的距離是 2 個單位長；

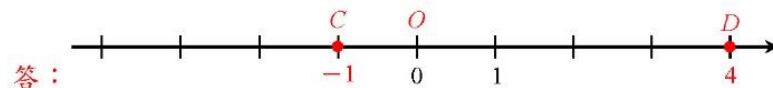
坐標是  $-3$  的點，會在原點  $O$  的左邊，且和原點  $O$  的距離是 3 個單位長。

如下圖所示：



隨堂練習

在數線上點出  $C(-1)$ 、 $D(4)$  的位置。







**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~3 頁的教學重點是幫助學生學習數線上整數點的坐標。

本頁教學重點為數線上整數點的描點。

2. 第(2)題給定兩點的坐標，要求學生將點標示在數線上。

解題方法：

知道  $A(2)$  代表  $A$  點的坐標是 2 和  $B(-3)$  代表  $B$  點的坐標是 -3，再將這兩點標示在數線上。

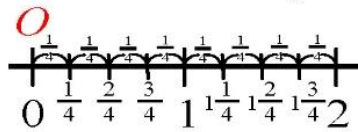
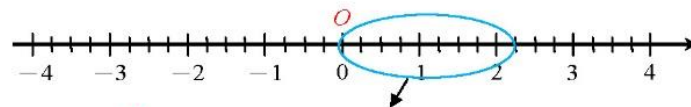
3. 隨堂練習評量學生描點的能力。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

### 正數分數的坐標表示

數線上的每個單位長 1 平分成 4 等份，每等份長  $\frac{1}{4}$ 。

我們先看正分數的坐標如何表示：



將部分數線放大：

數線上，在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $\frac{1}{4}$ ；

在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為 2 個  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $\frac{2}{4}$ ；

在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為 3 個  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $\frac{3}{4}$ ；

在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為 1 的點，坐標為 1；

在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為  $1\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $1\frac{1}{4}$ ；

在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為  $1\frac{2}{4}$  的點，坐標為  $1\frac{2}{4}$ ；

在原點  $O$  的右邊，與  $0$  距離為  $1\frac{3}{4}$  的點，坐標為  $1\frac{3}{4}$ ；……以此類推。

我們也可以由附近的整數點來找出點的坐標：

已知 1 與 0 距離為 1 個單位長。

	在坐標 1 的右邊，與 1 距離為 $\frac{1}{4}$ 的點，坐標為 $1\frac{1}{4}$ 。
	在坐標 1 的右邊，與 1 距離為 $\frac{3}{4}$ 的點，坐標為 $1\frac{3}{4}$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4～9 頁的教學重點是分數數線。

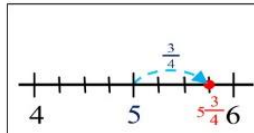
本頁的教學重點為複習正分數的坐標表示。

2. 本頁教師提示重點為坐標的找法可由附近整數點坐標來找出。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

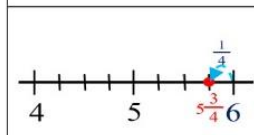
若我們看到的數線範圍沒有標示出原點  $O$ ，我們可以由附近的整數點來找

出點的坐標：以坐標為  $5\frac{3}{4}$  的點為例。



已知 5 與 0 距離為 5 個單位長，

在坐標 5 的右邊，與 5 距離為  $\frac{3}{4}$  的點，坐標為  $5\frac{3}{4}$ 。



已知 6 與 0 距離為 6 個單位長，

在坐標 6 的左邊，與 6 距離為  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $5\frac{3}{4}$ 。

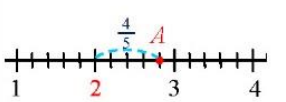
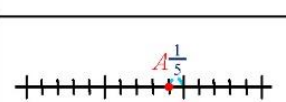


(3) 寫出  $A$  點的坐標。



解：數線上的每個單位長 1 平分成 5 等份，每等份長  $\frac{1}{5}$ 。

$A$  點坐標的求法有以下三種方法：

①		在原點 $O$ 右邊，與 0 距離 $2\frac{4}{5}$ 的點，坐標為 $2\frac{4}{5}$ 。
②		已知 2 與 0 距離為 2 個單位長， 在坐標 2 右邊，與 2 距離為 $\frac{4}{5}$ 的點，坐標為 $2\frac{4}{5}$ 。
③		已知 3 與 0 距離為 3 個單位長， 在坐標 3 左邊，與 3 距離為 $\frac{1}{5}$ 的點，坐標為 $2\frac{4}{5}$ 。

所以， $A$  點坐標為  $2\frac{4}{5}$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 4～9 頁的教學重點是分數數線。

本頁的教學重點為數線上分數點的坐標表示。

2. 本頁教師提示重點為坐標的找法可由附近整數點坐標來找出。

以  $5\frac{3}{4}$  的點為例，可由 5 往右數  $\frac{3}{4}$  或由 6 往左數  $\frac{1}{4}$ 。

3. 第(3)題給定數線上  $A$  點，要求學生寫出  $A$  點坐標。

解題方法：

方法一： $A$  點在原點  $O$  右邊，且與 0 距離  $2\frac{4}{5}$  的點，所以  $A$  點坐標為  $2\frac{4}{5}$ 。

方法二：找  $A$  點附近的整數點 2， $A$  點在坐標 2 右邊，且與 2 距離為  $\frac{4}{5}$  的點，

所以  $A$  點坐標為  $2\frac{4}{5}$ 。

方法三：找  $A$  點附近的整數點 3， $A$  點在坐標 3 左邊，且與 3 距離為  $\frac{1}{5}$  的點，

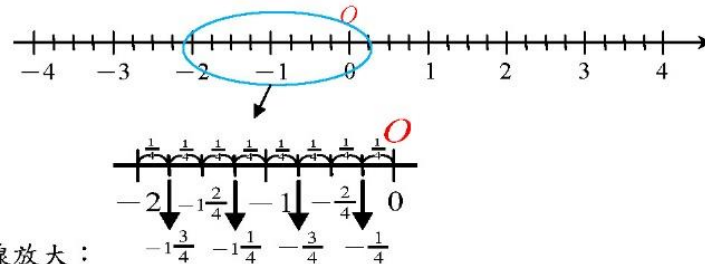
所以  $A$  點坐標為  $2\frac{4}{5}$ 。

基本學習內容：NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

### 負數分數的坐標表示

數線上的每個單位長 1 平分成 4 等份，每等份長  $\frac{1}{4}$ 。

我們來看負分數的坐標如何表示：



將部分數線放大：

數線上，

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $-\frac{1}{4}$ ；

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為 2 個  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $-\frac{2}{4}$ ；

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為 3 個  $\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $-\frac{3}{4}$ ；

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為 1 的點，坐標為  $-1$ ；

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為  $1\frac{1}{4}$  的點，坐標為  $-1\frac{1}{4}$ ；

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為  $1\frac{2}{4}$  的點，坐標為  $-1\frac{2}{4}$ ；

在原點  $O$  的左邊，與  $0$  距離為  $1\frac{3}{4}$  的點，坐標為  $-1\frac{3}{4}$ ；……以此類推。

我們也可以由附近的整數點來找出點的坐標：

已知  $-1$  與  $0$  距離為 1 個單位長

	在坐標 $-1$ 的左邊，與 $-1$ 距離為 $\frac{1}{4}$ 的點，坐標為 $-1\frac{1}{4}$ 。
	在坐標 $-1$ 的左邊，與 $-1$ 距離為 $\frac{3}{4}$ 的點，坐標為 $-1\frac{3}{4}$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4～9 頁的教學重點是分數數線。

本頁的教學重點為負分數的坐標表示。

2. 本頁教師提示重點為負數坐標的找法也可由附近整數點坐標來找出。



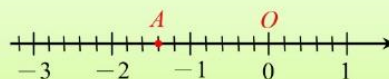
基本學習內容：NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

若我們看到的數線範圍沒有標示出原點  $O$ ，我們可以由附近的整數點來找出點的坐標：以坐標為  $-6\frac{3}{4}$  的點為例：

	<p>已知 <math>-6</math> 與 <math>0</math> 距離為 <math>6</math> 個單位長，在坐標 <math>-6</math> 的左邊， 與 <math>-6</math> 距離為 <math>\frac{3}{4}</math> 的點，坐標為 <math>-6\frac{3}{4}</math>。</p>
	<p>已知 <math>-7</math> 與 <math>0</math> 距離為 <math>7</math> 個單位長，在坐標 <math>-7</math> 的右邊， 與 <math>-7</math> 距離為 <math>\frac{1}{4}</math> 的點，坐標為 <math>-6\frac{3}{4}</math>。</p>



(4) 寫出  $A$  點的坐標。



解：數線上的每個單位長  $1$  平分成  $5$  等份，每等份長  $\frac{1}{5}$ 。

$A$  點坐標的求法有以下三種方法：

①		<p>在原點 <math>O</math> 左邊，與 <math>0</math> 距離 <math>1\frac{4}{5}</math> 的點， 坐標為 <math>-1\frac{4}{5}</math>。</p>
②		<p><math>-1</math> 與 <math>0</math> 距離為 <math>1</math> 個單位長，在坐標 <math>-1</math> 左邊， 與 <math>-1</math> 距離為 <math>\frac{4}{5}</math> 的點，坐標為 <math>-1\frac{4}{5}</math>。</p>
③		<p><math>-2</math> 與 <math>0</math> 距離為 <math>2</math> 個單位長，在坐標 <math>-2</math> 右邊， 與 <math>-2</math> 距離為 <math>\frac{1}{5}</math> 的點，坐標為 <math>-1\frac{4}{5}</math>。</p>

所以， $A$  點坐標為  $-1\frac{4}{5}$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是分數數線。

本頁的教學重點為數線上分數點(負數)的坐標表示。

2. 本頁教師提示重點為負數坐標的找法也可由附近整數點坐標來找出。

以 $-6\frac{3}{4}$ 的點為例，可由 $-6$ 往左數 $\frac{3}{4}$ 或由 $-7$ 往右數 $\frac{1}{4}$ 。

3. 第(4)題給定數線上  $A$  點，要求學生寫出  $A$  點坐標。

解題方法：

方法一： $A$  點在原點  $O$  左邊，且與  $0$  距離  $1\frac{4}{5}$  的點，所以  $A$  點坐標為 $-1\frac{4}{5}$ 。

方法二：找  $A$  點附近的整數點 $-1$ ， $A$  點在坐標 $-1$  左邊，且與 $-1$  距離為 $\frac{4}{5}$ 的點，

所以  $A$  點坐標為 $-1\frac{4}{5}$ 。

方法三：找  $A$  點附近的整數點 $-2$ ， $A$  點在坐標 $-2$  右邊，且與 $-2$  距離為 $\frac{1}{5}$ 的點，

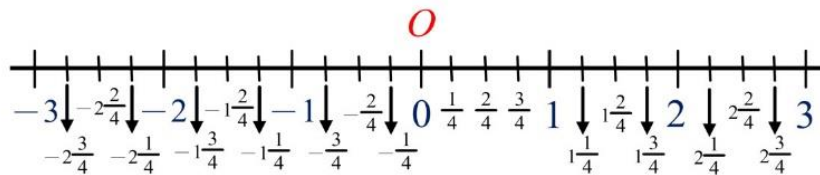
所以  $A$  點坐標為 $-1\frac{4}{5}$ 。

- 建議教師提醒學生 $-1\frac{4}{5}$ 的位置在 $-1$  左邊 $\frac{4}{5}$ 的位置，而不是在 $-1$  右邊 $\frac{4}{5}$ 的位置。

基本學習內容：NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

若數線上每個單位長 1 平分成 4 等份，每等份長  $\frac{1}{4}$ ，

我們將數線 -3 到 3 的部分放大來看，每個刻度都標上坐標，如下：



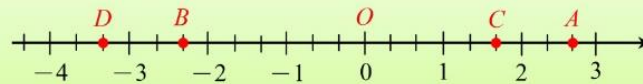
在原點右邊的坐標都是正數，而在原點左邊的坐標都是負數，

且由左往右  $-3, -2\frac{3}{4}, \dots, 0, 1, \dots, 3$ ，坐標的數字會越來越大；

由右往左  $3, \dots, 1, 0, \dots, -2\frac{3}{4}, -3$ ，坐標的數字會越來越小。



(5) 寫出下列各點的坐標。



解：數線上每個單位長 1 平分成 3 等份，每等份長  $\frac{1}{3}$ 。

A 點在原點 O 右邊，與 0 距離為  $2\frac{2}{3}$ ，A 點坐標為  $2\frac{2}{3}$ ；

B 點在原點 O 左邊，與 0 距離為  $2\frac{1}{3}$ ，B 點坐標為  $-2\frac{1}{3}$ 。

所以， $A(2\frac{2}{3})$ 、 $B(-2\frac{1}{3})$ 。



隨堂練習

承(5)，寫出 C 點和 D 點坐標。

答：C( $1\frac{2}{3}$ )、D( $-3\frac{1}{3}$ )。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 4～9 頁的教學重點是分數數線。

本頁的教學重點為分數數線的坐標標示。

2. 本頁教師提示重點為幫助學生理解正分數和負分數在數線上的位置，並能知道數線上越右邊的數越大，反之則越小。
3. 第(5)題給定數線上 4 個點，要求學生標示出  $A$  點和  $B$  點的坐標。

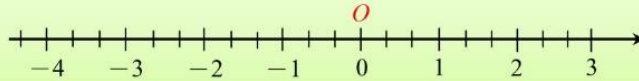
解題方法：

先觀察點在原點的左邊或右邊，並找出該點和原點距離，再標示出坐標。

4. 隨堂練習評量學生標示坐標的能力。

基本學習內容：NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

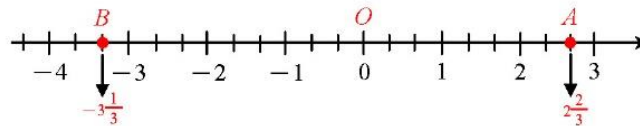
(6) 在數線上標出  $A(2\frac{2}{3})$ 、 $B(-3\frac{1}{3})$  的位置。



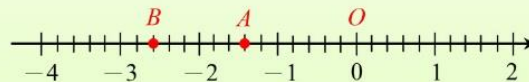
解：在數線上， $A(2\frac{2}{3})$  會在原點  $O$  的右邊，且和  $0$  的距離是  $2\frac{2}{3}$  個單位長；

$B(-3\frac{1}{3})$  會在原點  $O$  的左邊，且和  $0$  的距離是  $3\frac{1}{3}$  個單位長。

如下圖所示：



(7) 看數線回答問題，



請問：①  $A$  點與  $0$  的距離是多少個單位長？

②  $B$  點與  $0$  的距離是多少個單位長？

③  $A$  點、 $B$  點哪一點的坐標為  $-2\frac{3}{5}$ ？

解：①  $A$  點與  $0$  的距離是  $1\frac{2}{5}$  個單位長。

②  $B$  點與  $0$  的距離是  $2\frac{3}{5}$  個單位長。

③ 坐標為  $-2\frac{3}{5}$  的點，會在原點  $O$  的左邊，

且和原點  $O$  的距離是  $2\frac{3}{5}$  個單位長，

所以  $B$  點的坐標為  $-2\frac{3}{5}$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 4～9 頁的教學重點是分數數線。

本頁教學重點為數線上分數點的描點。

2. 第(6)題給定兩點的坐標，要求學生將點標示在數線上。

解題方法：

$A(2\frac{2}{3})$ 代表  $A$  點的坐標是  $2\frac{2}{3}$ 、 $B(-3\frac{1}{3})$ 代表  $B$  點的坐標是  $-3\frac{1}{3}$ ，

再將這兩點標示在數線上。

- 建議教師提醒學生負分數的位置， $-3\frac{1}{3}$ 應在  $-3$  左邊 $\frac{1}{3}$ 的位置。

3. 第(7)題給定數線上兩點，要求學生回答 3 個子問題：

子問題①：要求學生回答  $A$  點與 0 的距離。

子問題②：要求學生回答  $B$  點與 0 的距離。

子問題③：要求學生回答哪一點的坐標為  $-2\frac{3}{5}$ 。

子問題①的解題方法：

從 0 往左邊數  $1\frac{2}{5}$  個單位長，所以  $A$  點與 0 的距離是  $1\frac{2}{5}$  個單位長。

子問題②的解題方法：

從 0 往左邊數  $2\frac{3}{5}$  個單位長，所以  $B$  點與 0 的距離是  $2\frac{3}{5}$  個單位長。

子問題③的解題方法：

坐標為  $-2\frac{3}{5}$  的點，會在原點  $O$  的左邊，且和 0 的距離是  $2\frac{3}{5}$  個單位長，就是數線上的  $B$  點。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

## ◎絕對值的意義

- (8) 如圖， $A$ 、 $B$  兩點之間有 3 條路線，  
請問哪一條路線的長度是代表  $A$ 、 $B$  兩點的距離？

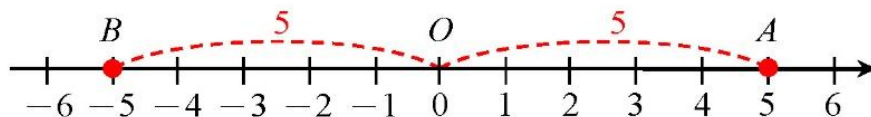


解：距離指的是兩點之間連線最短的長度，  
所以，②是  $\overline{AB}$  的長，也是  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

在數線上， $A$ 、 $B$  兩點間的距離和  $\overline{AB}$  的長度一樣，  
所以我們將  $A$ 、 $B$  兩點間的距離記為  $\overline{AB}$ ，  
意思是說，如果  $A$ 、 $B$  兩點間的距離是 5，  
代表  $\overline{AB}$  的長度是 5，用  $\overline{AB} = 5$  來記錄。



在數線上，從原點  $O$  往右邊走 5 個單位到達  $A$  點， $A$  點的坐標是 5，所以  $A(5)$  和原點  $O$  的距離是 5。從原點  $O$  往左邊走 5 個單位到達  $B$  點， $B$  點的坐標是  $-5$ ，所以  $B(-5)$  和原點  $O$  的距離也是 5，如圖：



設  $P(a)$  為數線上一點，我們用  $|a|$  來表示  $P(a)$  和原點  $O$  的距離，  
「 $|a|$ 」讀作「 $a$  的絕對值」。

例如： $A(5)$  和原點  $O$  的距離為 5，記作  $|5| = 5$ ；

$B(-5)$  和原點  $O$  的距離為 5，記作  $|-5| = 5$ 。

$|0|$  表示 0 和原點的距離，因為 0 就是原點，0 和原點的距離是 0，  
得到  $|0| = 0$ 。







**教材內容說明：**

1. 本教材第 10 頁的教學重點是幫助學生學習絕對值的意義。
2. 第(8)題給定  $A$ 、 $B$  兩點之間的 3 條路線，要求學生選出哪一條路線的長度是  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

解題方法：

定義距離是連線最短的長度，再選出正確的路線。

3. 本頁教師提示重點為  $A$ 、 $B$  兩點距離及  $\overline{AB}$  長度的記錄。
4. 本頁下半部為幫助學生學習將數線上的點和原點距離以絕對值來表示，並能知道絕對值的結果。



基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(9) 數線上有  $A(-2.3)$ 、 $B(-4)$ 、 $C(4)$ 、 $D(-\frac{3}{5})$  四點，

請寫出  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點和原點  $O$  的距離。

解： $A(-2.3)$ 和原點  $O$  的距離為  $|-2.3|=2.3$ 。

$B(-4)$ 和原點  $O$  的距離為  $|-4|=4$ 。

$C(4)$ 和原點  $O$  的距離為  $|4|=4$ 。

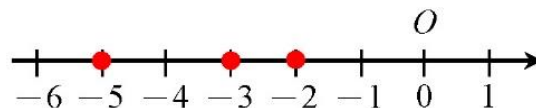
$D(-\frac{3}{5})$ 和原點  $O$  的距離為  $|\frac{3}{5}|=\frac{3}{5}$ 。

(10) 比較下列各數的大小。

① 比較  $-2$ 、 $-3$ 、 $-5$  的大小。

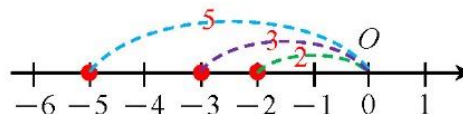
② 比較  $|-2|$ 、 $|-3|$ 、 $|-5|$  的大小。

解：① 將  $-2$ 、 $-3$ 、 $-5$  這些數描繪於數線上，如圖：



我們知道在數線上越右邊的數越大，所以可得  $-5 < -3 < -2$ 。

② 在數線上，如圖：



$|-2|$ 代表  $-2$ 和原點的距離，所以  $|-2|=2$ ，

$|-3|$ 代表  $-3$ 和原點的距離，所以  $|-3|=3$ ，

$|-5|$ 代表  $-5$ 和原點的距離，所以  $|-5|=5$ ，

因為  $2 < 3 < 5$ ，所以  $|-2| < |-3| < |-5|$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 11 頁的教學重點是幫助學生學習絕對值的應用。
2. 第(9)題給定數線上 4 點，要求學生寫出這 4 點和原點的距離。

解題方法：

先將點和原點距離用絕對值表示，再寫出距離。

3. 第(10)題給定 3 個數，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：給定 3 個負數，要求學生比較 3 個數的大小。

子問題②：給定 3 個含絕對值的數，要求學生比較 3 個數的大小。

子問題①的解題方法：

將 3 個數描繪在數線上，因數線越右邊的數越大，得  $-5 < -3 < -2$ 。

子問題②的解題方法：

先計算出各絕對值的結果，並由絕對值的意義，知道和原點距離越遠的負數其值越小，得  $|-2| < |-3| < |-5|$ 。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式



隨堂練習

- ① 寫出下列各式的值： $|-4|$ 、 $|-5|$ 、 $|-6|$ 、 $|-8|$ 。
- ② 比較 $-4$ 、 $-5$ 、 $-6$ 、 $-8$ 的大小。

答：① $|-4|=4$ 、 $|-5|=5$ 、 $|-6|=6$ 、 $|-8|=8$ 。 ② $-4 > -5 > -6 > -8$ 。

我們知道兩點距離一定是正數或0，

所以一個正數的絕對值就是它自己，一個負數的絕對值就是把負號去掉。

而0的絕對值是0。例如： $|3.2|=3.2$ ， $|-7|=7$ ， $|0|=0$ 。



(11) 計算下列各式的值。

- ①  $|-2| = ?$
- ②  $|6\frac{2}{3}| = ?$

解：① 因為 $-2$ 是負數，它的絕對值就是把負號去掉，得到 $|-2|=2$ 。

② 因為 $6\frac{2}{3}$ 是正數，它的絕對值就是它自己，得到 $|6\frac{2}{3}|=6\frac{2}{3}$ 。

(12) 計算下列各式的值。

- ①  $|-3| - |2| = ?$
- ②  $|-5| + |-2| + 2 = ?$

解：① 因為 $|-3|=3$ 、 $|2|=2$ ，

得到 $|-3| - |2| = 3 - 2 = 1$ 。

② 因為 $|-5|=5$ 、 $|-2|=2$ ，

得到 $|-5| + |-2| + 2 = 5 + 2 + 2 = 9$ 。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 12～13 頁的教學重點是幫助學生學習絕對值算式的計算。
2. 隨堂練習評量學生利用絕對值比較負數的大小的能力。
3. 本頁教師提示重點為提醒學生絕對值的結果會大於或等於 0，及含絕對值的數其結果的記法。
4. 第(11)題給定含有絕對值的兩數，要求學生寫出絕對值的結果。

解題方法：

利用教師提示重點的方法，先判斷絕對值裡面的數是正數或負數，再寫出結果。

5. 第(12)題給定含有絕對值的算式，要求學生計算出結果。

解題方法：

先分別將算式中含有絕對值的部分寫出結果，再將數字代入算式中計算出答案。

- 建議教師提醒學生絕對值和括號的不同。



基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(13) 計算下列各式的值。

①  $|-8-3| = ?$

②  $|-9+2| = ?$

解：①計算  $|-8-3|$  時，要先算出絕對值內的式子的值，得到  $-8-3=-11$ ，

所以  $|-8-3| = |-11| = 11$ 。

②計算  $|-9+2|$  時，先算出絕對值內的式子的值，得到  $-9+2=-7$ ，

所以  $|-9+2| = |-7| = 7$ 。

(14) 請回答下面問題：

①  $|-2-4| = ?$

②  $|-2| - |4| = ?$

③ 承①和②，計算的結果相同嗎？

解：①  $|-2-4| = |-6| = 6$ 。

②  $|-2| - |4| = 2-4 = -2$ 。

③兩題算出來的結果不同。

在計算有絕對值的算式時，絕對值內的部分要先算，  
再依照四則運算的規則來計算。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 12～13 頁的教學重點是幫助學生學習絕對值算式的計算。
2. 第(13)題給定含有絕對值的算式，要求學生計算出結果。

解題方法：

先計算絕對值內式子的值，再將數字代入絕對值計算出答案。

3. 第(13)題給定含有絕對值的兩個算式，要求學生回答 3 個子問題：

子問題①：計算  $|-2-4| = ?$

子問題②：計算  $|-2| - |4| = ?$

子問題③：比較兩個算式的結果是否相同

子問題①的解題方法：

先計算絕對值內式子的值，再將數字代入絕對值計算出答案。

子問題②的解題方法：

先分別將算式中含有絕對值的部分寫出結果，再將數字代入算式中計算出答案。

子問題③的解題方法：

比較兩個算式的結果，發現兩者不同。

4. 本頁教師提示重點為含絕對值算式的運算規則。



基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

## ◎兩點的距離公式

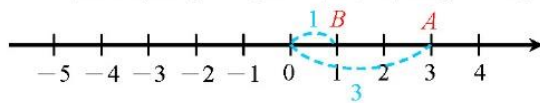
### A、B 兩點間的距離的計算

我們將用以下的例子來說明如何計算 A、B 兩點間的距離  $\overline{AB}$ 。

#### ① 兩點坐標都是正數：A(3)、B(1)

從數線可以看出 A(3)、B(1)兩點間的距離  $\overline{AB} = 3 - 1 = 2$ 。

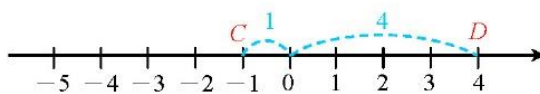
以「較大的數」3 減去「較小的數」1，得  $3 - 1 = 2$ 。



#### ② 兩點坐標為一個正數跟一個負數：C(-1)、D(4)

從數線可以看出 C(-1)、D(4)兩點間的距離  $\overline{CD} = 4 + 1 = 5$ 。

以「較大的數」4 減去「較小的數」-1，得  $4 - (-1) = 4 + 1 = 5$ 。

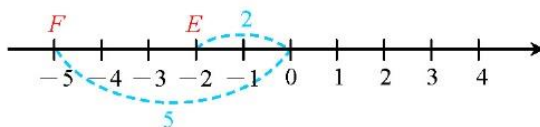


#### ③ 兩點坐標都是負數：E(-2)、F(-5)

從數線可以看出 E(-2)、F(-5)兩點間的距離  $\overline{EF} = 5 - 2 = 3$ 。

以「較大的數」-2 減去「較小的數」-5，

可得  $(-2) - (-5) = (-2) + 5 = 3$ 。



### ◎ 兩點間的距離

數線上任意兩點，只要以此兩點所代表的數中，

「較大的數」減去「較小的數」，就可以求出這兩點間的距離。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 14～17 頁的教學重點是幫助學生建立兩點距離公式。

本頁教學重點為幫助學生學習利用較大的數減較小的數計算數線上兩點的距離。

計算數線上兩點的距離方法如下：

方法一：

將兩點標示在數線上，再計算距離。

方法二：

在數線上較右邊的數較大，利用較大的數減較小的數來計算兩點的距離。

2. 本頁教師提示重點為計算數線上兩點距離的方法，利用「較大的數」減去「較小的數」來計算出距離。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(15) 數線上有  $A(-3)$ 、 $B(-2)$ 、 $C(7)$  三點，求  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 。

解：(1)  $\overline{AB} = (-2) - (-3) \leftarrow A、B$  兩點的坐標，因為  $-2 > -3$ 。

$$= (-2) + 3$$

$$= 1$$

(2)  $\overline{BC} = 7 - (-2) \leftarrow B、C$  兩點的坐標，因為  $7 > -2$ 。

$$= 7 + 2$$

$$= 9$$

(3)  $\overline{AC} = 7 - (-3) \leftarrow A、C$  兩點的坐標，因為  $7 > -3$ 。

$$= 7 + 3$$

$$= 10$$

(16) 請回答下面問題：

① 計算  $|(-5) - 3| = ?$

② 求  $-5$  和  $3$  的距離  $= ?$

③ 「 $-5$  和  $3$  的距離」是否等於  $|(-5) - 3|$  ？

解：①  $|(-5) - 3| = |-8| = 8$ 。

②  $-5$  和  $3$  的距離  $= 3 - (-5) = 8$ 。

③  $-5$  和  $3$  的距離  $= |(-5) - 3|$ 。



隨堂練習

請回答下面問題：

① 計算  $|1 - 5| = ?$

② 求  $1$  和  $5$  的距離  $= ?$

③ 「 $1$  和  $5$  的距離」是否等於  $|1 - 5|$  ？

答：①  $4$ 。②  $4$ 。③  $1$  和  $5$  的距離  $= |1 - 5|$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 14～17 頁的教學重點是幫助學生建立兩點距離公式。

本頁教學重點為計算數線上兩點的距離。

2. 第(15)題給定數線上 3 點，要求學生計算任兩點的距離。

解題方法：

先判斷坐標兩數的大小，利用較大的數減較小的數來計算兩點的距離。

3. 第(16)題給定數線上兩點，要求學生回答 3 個子問題：

子問題①：計算  $|(-5)-3| = ?$

子問題②：求 -5 和 3 的距離 = ?

子問題③：比較兩題的結果是否相同

子問題①的解題方法：

先計算絕對值內式子的值，再將數字代入絕對值計算出答案。

子問題②的解題方法：

計算兩點距離，先比較兩數大小，利用較大的數減較小的數計算數線上兩點的距離。

子問題③的解題方法：

比較兩題的結果，發現兩者相同。

4. 隨堂練習評量學生計算絕對值算式與兩點距離的能力。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(17) 請完成下表，並說說看  $|a-b|$  和「 $a$ 、 $b$  兩點的距離」有什麼關係？

		$ a-b $	$a$ 、 $b$ 兩點的距離
兩個正數	$a=5$ 、 $b=3$		
	$a=3$ 、 $b=5$		
一個正數	$a=5$ 、 $b=-3$		
一個負數	$a=3$ 、 $b=-5$		
兩個負數	$a=-5$ 、 $b=-3$		
	$a=-3$ 、 $b=-5$		

解：當  $a=5$ 、 $b=3$  時， $|a-b| = |5-3| = |2| = 2$ ，

$a$ 、 $b$  兩點的距離為  $5-3=2$ 。

當  $a=3$ 、 $b=5$  時， $|a-b| = |3-5| = |-2| = 2$ ，

$a$ 、 $b$  兩點的距離為  $5-3=2$ 。

當  $a=5$ 、 $b=-3$  時， $|a-b| = |5-(-3)| = |8| = 8$ ，

$a$ 、 $b$  兩點的距離為  $5-(-3)=8$ 。

當  $a=-3$ 、 $b=5$  時， $|a-b| = |(-3)-5| = |-8| = 8$ ，

$a$ 、 $b$  兩點的距離為  $5-(-3)=8$ 。

當  $a=-5$ 、 $b=-3$  時， $|a-b| = |(-5)-(-3)| = |-2| = 2$ ，

$a$ 、 $b$  兩點的距離為  $(-3)-(-5)=2$ 。

當  $a=-3$ 、 $b=-5$  時， $|a-b| = |(-3)-(-5)| = |2| = 2$ ，

$a$ 、 $b$  兩點的距離為  $(-3)-(-5)=2$ 。

發現  $|a-b| = a$ 、 $b$  兩點的距離。

### ◎兩點間距離的表示

數線上  $A(a)$ 、 $B(b)$  兩點間的距離為  $\overline{AB} = |a-b|$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 14～17 頁的教學重點是幫助學生建立兩點距離公式。

本頁教學重點為幫助學生學習  $A(a)$ 、 $B(b)$  兩點的距離為  $|a-b|$ 。

2. 第(17)題給定 6 組  $a$ 、 $b$  的值，要求學生回答這 6 組數字中  $|a-b|$  和  $a$ 、 $b$  兩點的距離。

解題方法：

將  $a$ 、 $b$  的值代入  $|a-b|$ ，計算出結果。

利用較大的數減較小的數來計算  $a$ 、 $b$  兩點的距離。

發現  $|a-b| = a$ 、 $b$  兩點的距離。

3. 本頁教師提示重點為數線上  $A(a)$ 、 $B(b)$  兩點的距離公式  $\overline{AB} = |a-b|$ 。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(18) 數線上有  $A(-4)$ 、 $B(3)$  兩點，求  $\overline{AB}$ 。

解：方法一：利用「較大的數」減去「較小的數」，得

$$\overline{AB} = 3 - (-4) = 3 + 4 = 7$$

方法二：利用兩點距離公式，得

$$\overline{AB} = |(-4) - 3| = |-7| = 7$$



隨堂練習

數線上有  $C(-9)$ 、 $D(-2)$  兩點，求  $\overline{CD}$ 。

答：7。

(19) 數線上有  $A(-5)$ 、 $O(0)$  兩點，求  $\overline{AO}$ 。

解：方法一：因為  $O(0)$  為原點，

$$A(-5) \text{ 到 } O(0) \text{ 的距離為 } \overline{AO} = |-5| = 5。$$

方法二：利用公式， $\overline{AO} = |(-5) - 0| = |-5| = 5。$



隨堂練習

數線上有  $A(3.1)$ 、 $B(-2.5)$ 、 $O(0)$  三點，求  $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 。

答： $\overline{AO} = 3.1$ 、 $\overline{BO} = 2.5$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 14～17 頁的教學重點是幫助學生建立兩點距離公式。

本頁教學重點為利用兩點距離公式計算數線上兩點的距離。

2. 第(18)題給定數線上兩點及其坐標，要求學生計算兩點的距離。

解題方法：

方法一：利用較大的數減去較小的數來計算。

方法二：利用兩點距離公式來計算。

3. 隨堂練習評量學生計算數線上兩點距離的能力。

4. 第(19)題給定數線上一點的坐標和原點，要求學生計算兩點的距離。

解題方法：

方法一：利用點到原點的距離表示，並計算結果。

方法二：利用兩點距離公式來計算。

5. 隨堂練習評量學生計算數線上一點和原點距離的能力。

基本學習內容：NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(20) 先將下列含有絕對值的算式寫成  $|a-b|$  的形式，

再說說看它可以代表數線上哪兩點的距離？

①  $|-2-3|$

②  $|-2+3|$

③  $|2+3|$

解：① 將  $|-2-3|$  寫成  $|(-2)-(3)|$ ，代表數線上  $-2$  和  $3$  的距離。

② 方法一：將  $|-2+3|$  寫成  $|3-2|$ ，代表數線上  $3$  和  $2$  的距離。

方法二：將  $|-2+3|$  寫成  $|(-2)-\square|$ ， $\square$  要填入的數字為  $-3$ ，

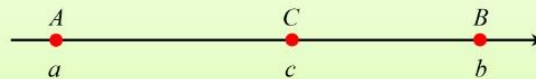
$$\text{得到 } |-2+3| = |(-2)-(-3)|，$$

代表數線上  $-2$  和  $-3$  的距離。

③ 將  $|2+3|$  寫成  $|(2)-\square|$ ， $\square$  要填入的數字為  $-3$ ，

$$\text{得到 } |2+3| = |(2)-(-3)|，\text{代表數線上 } 2 \text{ 和 } -3 \text{ 的距離。}$$

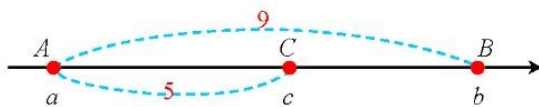
(21) 如圖，數線上有  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$  三點，



已知  $|a-b|=9$ ， $|a-c|=5$ ，求  $|b-c|=?$

解： $|a-b|=9$  代表  $A$ 、 $B$  的距離是  $9$ ，

$|a-c|=5$  代表  $A$ 、 $C$  的距離是  $5$ ，如圖：



可得  $B$ 、 $C$  的距離為  $|b-c|=9-5=4$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 18 頁的教學重點是幫助學生學習數線上兩點距離公式的應用。
2. 第(20)題給定 3 個絕對值算式及改寫形式，要求學生判斷該算式可以用來表示數線上哪兩點的距離。

解題方法：

先將算式改寫成  $|a-b|$ ， $a$ 、 $b$  即為兩點坐標。

- 在算式①中，學生也可能改寫成  $|-3-2| = |(-3)-(2)|$ ，建議教師協助學生思考答案的可能。在算式②和算式③中，將加法改寫成減法的過程比較不容易，建議教師協助學生改寫算式，並提供不同的解題方法，或舉例幫助學生學習。
3. 第(21)題給定數線上  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$  三點及 2 個用絕對值算式表示的距離，要求學生算出另一個絕對值算式的結果。

解題方法：

$|a-b|$  代表  $A$ 、 $B$  的距離， $|a-c|$  代表  $A$ 、 $C$  的距離， $|b-c|$  代表  $B$ 、 $C$  的距離，再將距離標示在數線上，算出  $|b-c|$  的結果。

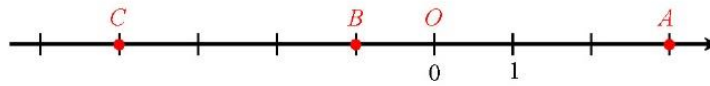
- 建議教師協助學生發現絕對值算式代表的兩點距離，並將距離用弧線標示在數線上，再進行計算。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式



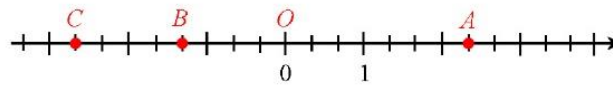
### 小試身手

1. 寫出下列各點的坐標。



答：A(3)、B(-1)、C(-4)。

2. 寫出下列各點的坐標。



答：A( $2\frac{1}{3}$ )、B( $-1\frac{1}{3}$ )、C( $-2\frac{2}{3}$ )。

3. 計算下列各式的值。

①  $|2\frac{3}{5}| = ?$

②  $|-3.4| = ?$

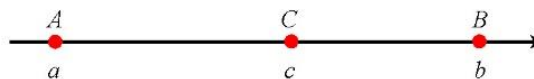
③  $|-2| - |-5| = ?$

答：①  $2\frac{3}{5}$ 、② 3.4、③ -7。

5. 數線上有 A(2.1)、B(-3.7)、O(0)三點，求  $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 、 $\overline{AB}$ 。

答： $\overline{AO} = 2.1$ 、 $\overline{BO} = 3.7$ 、 $\overline{AB} = 5.8$ 。

6. 如圖，數線上有 A(a)、B(b)、C(c)三點，



已知  $|a-c| = 10$ ， $|b-c| = 8$ ，求  $|a-b| = ?$

答：18。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 19 頁為小試身手。

第 1 題評量學生是否理解坐標的意義。

第 2 題評量學生描點的能力。

第 3 題評量學生計算絕對值算式的能力。

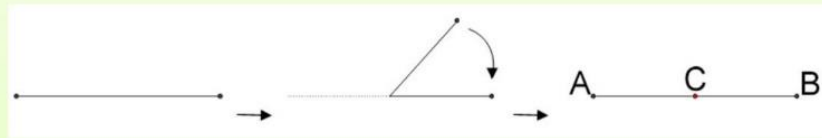
第 4 題評量學生計算兩點距離的能力。

第 5 題評量學生是否理解兩點距離公式的意義。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

## 附錄一中點坐標公式

**活動** 將一條直線(圖一)端點對端點對折後攤開(圖二)



▲圖一

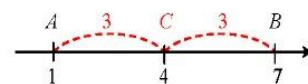
▲圖二

我們知道這條直線對折後，中間會有一個摺痕，使兩段一樣長。如果將兩端點及摺痕標示  $A$ 、 $B$ 、 $C$ (圖二)，你將會發現—— $C$  點與  $A$ 、 $B$  兩點的距離相等，也就是  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，我們稱  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點。

數線上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  相異三點，如果  $C$  點與  $A$ 、 $B$  兩點中間，且  $C$  點與  $A$ 、 $B$  兩點的距離相等，則稱  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點。

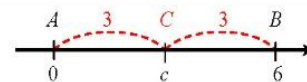
如右圖，數線上三點  $A(1)$ 、 $B(7)$ 、 $C(4)$ ，

其中  $C$  點是中點，使  $\overline{AC} = \overline{BC} = 3$ 。



(1) 數線上兩點  $A(0)$ 、 $B(6)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，求  $C$  點坐標。

解：將  $A(0)$ 、 $B(6)$ 、 $C(c)$  在數線上標示出來。



$\overline{AB} = 6 - 0 = 6$ ，因為  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點，所以  $\overline{AC} = \overline{BC} = 6 \div 2 = 3$ ，

$C$  點坐標可由  $A$  點坐標往右 3 個單位，得  $0 + 3 = 3$ ，

或由  $B$  點坐標往左 3 個單位，得  $6 - 3 = 3$ 。

即  $A$ 、 $B$  兩點的中點  $C(3)$ 。



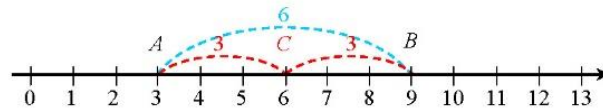
**教材內容說明：**

1. 本教材第 20～24 頁為附錄，教學重點為數線上兩點的中點坐標公式。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(2) 數線上兩點  $A(3)$ 、 $B(9)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，求  $C$  點坐標。

解：將  $A(3)$ 、 $B(9)$  在數線上標示出來。



$$\overline{AB} = 9 - 3 = 6,$$

因為  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點，所以  $\overline{AC} = \overline{BC} = 6 \div 2 = 3$ ，

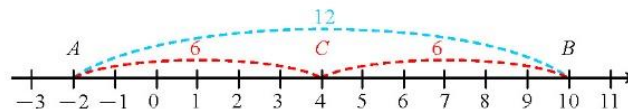
$C$  點坐標可由  $A$  點坐標往右 3 個單位，得  $3 + 3 = 6$ ，

或由  $B$  點坐標往左 3 個單位，得  $9 - 3 = 6$ 。

即  $A$ 、 $B$  兩點的中點  $C(6)$ 。

(3) 數線上兩點  $A(-2)$ 、 $B(10)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，求  $C$  點坐標。

解：將  $A(-2)$ 、 $B(10)$  在數線上標示出來。



$$\overline{AB} = 10 - (-2) = 12,$$

因為  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點，所以  $\overline{AC} = \overline{BC} = 12 \div 2 = 6$ ，

$C$  點坐標可由  $A$  點坐標往右 6 個單位，得  $(-2) + 6 = 4$ ，

或由  $B$  點坐標往左 6 個單位，得  $10 - 6 = 4$ 。

即  $A$ 、 $B$  兩點的中點  $C(4)$ 。





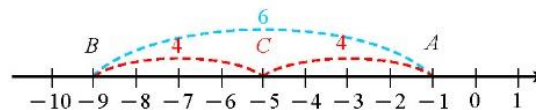
**教材內容說明：**

1. 本教材第 20～24 頁為附錄，教學重點為數線上兩點的中點坐標公式。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(4) 數線上兩點  $A(-1)$ 、 $B(-9)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，求  $C$  點坐標。

解：將  $A(-1)$ 、 $B(-9)$  在數線上標示出來。



$$\overline{AB} = (-1) - (-9) = 8,$$

因為  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點，所以  $\overline{AC} = \overline{BC} = 8 \div 2 = 4$ ，

$C$  點坐標可由  $A$  點坐標往左 4 個單位，得  $-1 - 4 = -5$ ，

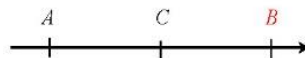
或由  $B$  點坐標往右 4 個單位，得  $-9 + 4 = -5$ 。

即  $A$ 、 $B$  兩點的中點  $C(-5)$ 。

(5) 如圖，數線上兩點  $A$ 、 $C$ ，已知  $C$  點在  $A$  點右邊，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  的中點，則  $B$  點會在數線上①、②、③的哪一個位置呢？



解：因為  $C$  點是  $A$ 、 $B$  的中點，所以  $B$  點應在數線上③的位置，如圖：



當我們在計算數線上點的坐標時，  
要先確定點的位置，再進行解題喔！





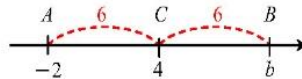
**教材內容說明：**

1. 本教材第 20～24 頁為附錄，教學重點為數線上兩點的中點坐標公式。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

(6) 數線上兩點  $A(-2)$ 、 $C(4)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，求  $B$  點坐標。

解：將  $A(-2)$ 、 $C(4)$ 、 $B(b)$  在數線上標示出來。



$$\overline{AC} = 4 - (-2) = 6,$$

因為  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點，所以  $\overline{AC} = \overline{BC} = 6$ ，

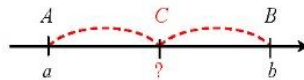
$B$  點坐標可由  $C$  點坐標往右 6 個單位，得  $4 + 6 = 10$ 。

所以  $B$  點坐標  $B(10)$ 。

### 中點坐標公式

想一想，數線上兩點  $A(a)$ 、 $B(b)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，則  $C$  點坐標為

何？說明：我們可以假設  $b > a$ ，先將這三點在數線上標示出來。



按照第(2)題、第(3)題、第(4)題的做法，如下：

① 算出  $\overline{AB} = b - a > 0$ 。

②  $C$  點為  $A$ 、 $B$  兩點的中點，所以  $\overline{AC} = \overline{BC} = \frac{b-a}{2}$ 。

③  $C$  點坐標可由左邊的點( $B$  點)往右  $\frac{b-a}{2}$  個單位，

$$\text{得 } a + \frac{b-a}{2} = \frac{2a+b-a}{2} = \frac{a+b}{2}, \text{ 所以, } C \text{ 點坐標為 } \frac{a+b}{2}.$$

如果  $b < a$ ，也可以由相同方法來說明： $C$  點坐標為  $\frac{a+b}{2}$ 。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 20～24 頁為附錄，教學重點為數線上兩點的中點坐標公式。

基本學習內容:NC-7-5-1、2、3 數與數線的對應關係；絕對值的意義與計算；數線上兩點的距離公式

## ◎中點坐標公式

數線上兩點  $A(a)$ 、 $B(b)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，則  $C$  點坐標  $c = \frac{a+b}{2}$ 。

我們將第(2)題、第(3)題、第(4)題用上述結果來算算看：

第(2)題 數線上兩點  $A(3)$ 、 $B(9)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，則  $C$  點坐標為  $\frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6$ 。第(3)題 數線上兩點  $A(-2)$ 、 $B(10)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，則  $C$  點坐標為  $\frac{-2+10}{2} = \frac{8}{2} = 4$ 。第(4)題 數線上兩點  $A(-1)$ 、 $B(-9)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，則  $C$  點坐標為  $\frac{(-1)+(-9)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$ 。

所以，我們可以利用這個結果將中點坐標算出來。

若已知數線上兩點的中點坐標及其一點坐標，也可利用公式算出另一點的坐標。

第(6)題 數線上兩點  $A(-2)$ 、 $C(4)$ ，若  $C$  點是  $A$ 、 $B$  兩點的中點，利用中點坐標公式  $c = \frac{a+b}{2}$ ，求  $B$  點坐標  $b$ 。 $4 = \frac{-2+b}{2}$ ， $b = 10$ 。所以  $B$  點坐標  $B(10)$ 。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 20～24 頁為附錄，教學重點為數線上兩點的中點坐標公式。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學  
學生學習扶助教材 **7** 年級數學

