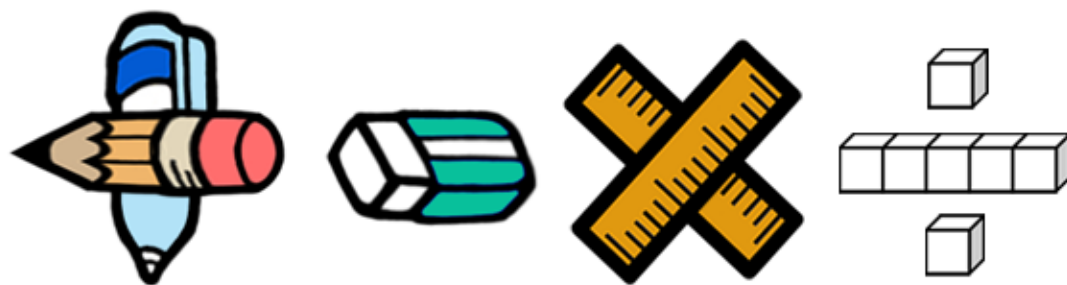


# 基本學習內容：NC-7-9-1

## 比與比值

### 【教師版】





基本學習內容：NC-7-9-1

**學習內容：**

**N-7-9 比與比例式：**比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。

**備註：**不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。

**參考教具：**計算機。

**基本學習內容：**

NC-7-9-1 比與比值。

**基本學習表現：**

NCP-7-9-1-1 理解比的名稱、意義與記法。

NCP-7-9-1-2 理解比值的名稱與意義。

NCP-7-9-1-3 理解比例式 ( $a:b=c:d$ ) 的名稱、意義與記法。

NCP-7-9-1-4 理解最簡單整數比。



**概要說明：**

- 基本學習內容 NC-7-9-1 為 NC-6-6-1（比與比值）之後續學習概念，故學生已了解異類量的比與同類量的比之比值的意義。
- 本教材幫助學生理解比、比值和比例式的名稱、意義與記法。
- 在比例概念的教學與題目設計，以簡單數值為主。
- 比例式常用來表明數量間的比例關係，和其關係密切的有比值、倍數的概念。
- 比值的定義： $a:b = \frac{a}{b} : 1$ ， $\frac{a}{b} : 1$  的前項為  $a:b$  的比值，可利用  $a \div b$  算出比值。
- 用比值或倍數關係解決相等的比的問題。

基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

## 相等的比

- (1) 奶奶的酸梅湯是遠近馳名的名產，奶奶以酸梅原汁 30 c.c.，純水 150c.c. 示範調配出一杯酸梅湯。奶奶給孫子阿叡 60 c.c. 的酸梅原汁，請問阿叡 要加入多少的純水才能調配出與奶奶一樣味道的酸梅湯？

解：

奶奶		阿叡	
酸梅原汁	純水	酸梅原汁	純水
30 c.c.	150c.c.	60 c.c.	$x$

方法一：

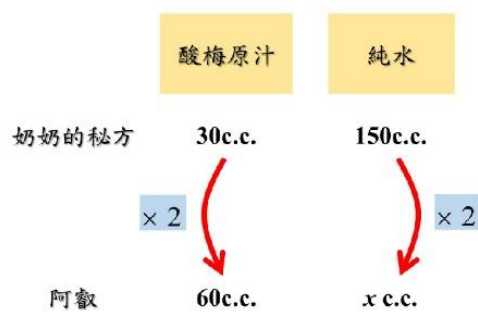
$$60 \div 30 = 2$$

$$150 \times 2 = 300$$

我們也可以記為

$$150 \times (60 \div 30) = 300$$

所以  $x = 300$ 。



方法二：

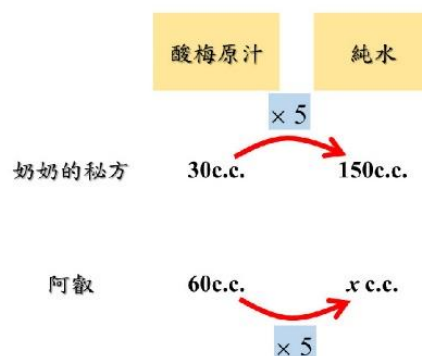
$$150 \div 30 = 5$$

$$60 \times 5 = 300$$

我們也可以記為

$$60 \times (150 \div 30) = 300$$

所以  $x = 300$ 。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。
2. 本教材第 1 頁的教學重點是幫助學生理解相等的比。
3. 第(1)題提供「以酸梅原汁及純水調配出酸梅湯」的情境，要求學生算出給定酸梅原汁的情境下需要加入多少的純水才能調配出一樣味道的酸梅湯。

本教材提供兩種解法：

方法一：對照奶奶的配方，利用阿叡的酸梅原汁 60ml 是奶奶酸梅原汁 30ml 的 2 倍，

推得需要的純水為 150ml 的 2 倍才能調配出一樣味道的酸梅湯，所以需要 300ml 的純水。

方法二：對照奶奶的配方，原本配方中的純水 150ml 是酸梅原汁 30ml 的 5 倍，

所以阿叡需要的純水是酸梅原汁 60ml 的 5 倍，所以需要 300ml 的純水。

- 教師不宜限制學生解題方法。

基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

第(1)題的奶奶和阿叔調出味道相同的酸梅湯，  
可以記成  $30 : 150 = 60 : 300$ 。

從右圖我們發現，比的前項和後項  
同乘以一個數後比會相同，我們稱  
 $30 : 150 = 60 : 300$  是相等的比。

$$\begin{array}{c} \times 2 \\ \curvearrowright \\ 30 : 150 = 60 : 300 \\ \curvearrowleft \\ \times 2 \end{array}$$

如右圖，

如果將一個比的前項、後項同除以一個數，  
所得的比也會和原來的比相等。

$$\begin{array}{c} \div 8 \\ \curvearrowright \\ 72 : 40 = 9 : 5 \\ \curvearrowleft \\ \div 8 \end{array}$$



(2) 算算看，「 $30 : 40$ 」和哪些比會相等？

(A)  $210 : 280$  (B)  $15 : 20$  (C)  $63 : 80$  (D)  $0.12 : 0.16$  (E)  $\frac{21}{10} : 3$  (F)  $\frac{3}{5} : \frac{4}{5}$

解：

(A) 因為  $210 \div 30 = 7$ ，我算出  $40 \times 7 = 280$ ，  
所以  $30 : 40 = 210 : 280$ 。

$$\begin{array}{c} \times 7 \\ \curvearrowright \\ 30 : 40 = 210 : 280 \\ \curvearrowleft \\ \times 7 \end{array}$$

(B) 因為  $30 \div 2 = 15$ ，我算出  $40 \div 2 = 20$ ，  
所以  $30 : 40 = 15 : 20$ 。

$$\begin{array}{c} \div 2 \\ \curvearrowright \\ 30 : 40 = 15 : 20 \\ \curvearrowleft \\ \div 2 \end{array}$$

(C) 我先計算後項，發現  $40 \times 2 = 80$ ，  
再求出  $30 \times 2 = 60$ ，  
發現得到的值和原來比的前項不同，  
所以  $30 : 40 \neq 63 : 80$ 。

$$\begin{array}{c} \times 2 \\ \curvearrowright \\ 30 : 40 \neq 63 : 80 \\ \curvearrowleft \\ \times 2 \end{array}$$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。
2. 本頁上方教師提示重點在說明：
  - (1)  $30 : 150$  和  $60 : 300$  代表味道相同的酸梅湯，可以記為  $30 : 150 = 60 : 300$ 。
  - (2) 將比的前項和後項同乘以一個數後比會相等，就稱為相等的比。
  - (3) 將比的前項和後項同除以一个數後比也會相等。
3. 第(2)題要求學生判斷「 $30 : 40$ 」和哪些比相等。

本教材解法在引導學生看到比的前(後)項的倍數變化：

(A) 前項  $30 \xrightarrow{\times 7} 210$

後項  $40 \xrightarrow{\times 7} 280$

所以「 $30 : 40$ 」和「 $210 : 280$ 」是相等的比。

(B) 前項  $30 \xrightarrow{\div 2} 15$

後項  $40 \xrightarrow{\div 2} 20$

所以「 $30 : 40$ 」和「 $15 : 20$ 」是相等的比。

(C) 前項  $30 \xrightarrow{\times 2} 60$

後項  $40 \xrightarrow{\times 2} 80$

所以「 $30 : 40$ 」和「 $60 : 80$ 」不是相等的比。



基本學習內容：NC-7-9-1

基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

(D)

我把比寫成  $30 : 40 = 3 : 4 = 0.03 : 0.04 = 0.12 : 0.16$

前後項  $\div 10$       前後項  $\times 4$

前後項  $\div 100$

所以  $30 : 40 = 0.12 : 0.16$

(E)

我把比寫成  $30 : 40 = 3 : 4 = 21 : 28 = \frac{21}{10} : \frac{28}{10}$

前後項  $\div 10$       前後項  $\div 10$

前後項  $\times 7$

發現比的後項  $\frac{28}{10} \neq 3$ ，所以  $30 : 40 \neq \frac{21}{10} : 3$

(F)

我把比寫成  $30 : 40 = 3 : 4 = \frac{3}{5} : \frac{4}{5}$

前後項  $\div 10$

前後項  $\div 5$

所以  $30 : 40 = \frac{3}{5} : \frac{4}{5}$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。
2. 第(2)題要求學生判斷「30：40」和哪些比相等。

本教材解法在引導學生看到比的前(後)項的倍數變化：

$$(D) \text{ 前項 } 30 \xrightarrow{\div 10} 3 \xrightarrow{\div 100} 0.03 \xrightarrow{\times 4} 0.12$$

$$\text{後項 } 40 \xrightarrow{\div 10} 4 \xrightarrow{\div 100} 0.04 \xrightarrow{\times 4} 0.16$$

所以「30：40」和「0.12：0.16」是相等的比。

$$(E) \text{ 前項 } 30 \xrightarrow{\div 10} 3 \xrightarrow{\times 7} 21 \xrightarrow{\div 10} \frac{21}{10}$$

$$\text{後項 } 40 \xrightarrow{\div 10} 4 \xrightarrow{\times 7} 28 \xrightarrow{\div 10} \frac{28}{10}$$

所以「30：40」和「 $\frac{21}{10}：3$ 」不是相等的比。

$$(F) \text{ 前項 } 30 \xrightarrow{\div 10} 3 \xrightarrow{\div 5} \frac{3}{5}$$

$$\text{後項 } 40 \xrightarrow{\div 10} 4 \xrightarrow{\div 5} \frac{4}{5}$$

所以「30：40」和「 $\frac{3}{5}：\frac{4}{5}$ 」是相等的比。

(3) 老闆用 500 毫升的紅茶和 300 毫升的牛奶調成奶茶。

① 1800 毫升的紅茶要加入多少毫升的牛奶，才能調成相同口味的奶茶？

② 120 毫升的紅茶要加入多少毫升的牛奶，才能調成相同口味的奶茶？

③ 3 公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

④  $\frac{1}{4}$  公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

⑤ 0.3 公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

解：

① 假設加入牛奶  $x$  毫升，

先將題目記下來

$$500 : 300 = 1800 : x$$

$$\text{所以 } x = 300 \times \frac{18}{5} = 1080$$

$$500 : 300 = 1800 : x$$

Diagram showing the ratio equation with arrows indicating the transformation:  $500 \times \frac{18}{5} = 1800$  and  $300 \times \frac{18}{5} = x$ .



② 假設加入牛奶  $y$  毫升，

先將題目記下來

$$500 : 300 = 120 : y$$

$$\text{所以 } y = 300 \div 50 \times 12 = 72$$

$$500 : 300 = 10 : 6 = 120 : y$$

Diagram showing the ratio equation with arrows indicating the transformation:  $500 \div 50 = 10$  and  $300 \div 50 = 6$ , then  $10 : 6 = 120 : y$  with  $10 \times 12 = 120$  and  $6 \times 12 = y$ .

③ 假設加入紅茶  $a$  公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = a : 3$$

$$\text{所以 } a = 500 \div 100 = 5$$

$$500 : 300 = a : 3$$

Diagram showing the ratio equation with arrows indicating the transformation:  $500 \div 100 = a$  and  $300 \div 100 = 3$ .

④ 假設加入紅茶  $b$  公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = b : \frac{1}{4}$$

$$\text{所以 } b = 500 \div 300 \div 4 = \frac{5}{12}$$

$$500 : 300 = \frac{5}{3} : 1 = b : \frac{1}{4}$$

Diagram showing the ratio equation with arrows indicating the transformation:  $500 \div 300 = \frac{5}{3}$  and  $1 : \frac{1}{4} = b : \frac{1}{4}$  with  $1 \div 4 = \frac{1}{4}$  and  $\frac{5}{3} \div 4 = b$ .





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。
2. 第(3)題要求學生利用「相等的比」計算 5 個子問題。

● 本題為引入「最簡整數比」的例題。

本教材提供解法步驟如下：

(1) 利用比例式記錄題目。

(2) 從比的前(後)項的倍數變化算出  $x$  的值。

① 假設加入牛奶  $x$  毫升，發現前項  $500 \xrightarrow{\times \frac{18}{5}} 1800$ ，

$$\text{所以 } x = 300 \times \frac{18}{5} = 1080。$$

② 假設加入牛奶  $y$  毫升，用比例式記錄題目，

發現前項  $500 \xrightarrow{+50} 10 \xrightarrow{\times 12} 120$ ，

$$\text{所以 } y = 300 \div 50 \times 12 = 72。$$

③ 假設加入紅茶  $a$  公升，用比例式記錄題目，

發現後項  $300 \xrightarrow{\div 100} 3$ ，

$$\text{所以 } a = 500 \div 100 = 5。$$

④ 假設加入紅茶  $b$  公升，用比例式記錄題目，

發現後項  $300 \xrightarrow{+300} 1 \xrightarrow{\div 4} \frac{1}{4}$ ，

$$\text{所以 } b = 500 \div 300 \div 4 = \frac{5}{12}。$$

基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

⑤ 假設加入紅茶  $c$  公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = c : 0.3$$

$$\text{所以 } c = 500 \div 100 \div 10 = 0.5$$

$$500 : 300 = 5 : 3 = c : 0.3$$

前後項  $\div 100$   
前後項  $\div 10$

- ① 「1800 毫升的紅茶和 1080 毫升的牛奶」、  
「120 毫升的紅茶和 72 毫升的牛奶」、  
「5 公升的紅茶和 3 公升的牛奶」、  
「 $\frac{5}{12}$  公升的紅茶和  $\frac{1}{4}$  公升的牛奶」、  
「0.5 公升的紅茶和 0.3 公升的牛奶」  
這樣所調製出的奶茶口味都一樣。

紅茶	牛奶
1800 毫升	1080 毫升
120 毫升	72 毫升
5 公升	3 公升
$\frac{5}{12}$ 公升	$\frac{1}{4}$ 公升
0.5 公升	0.3 公升

② 如果比的前項、後項都是整數，我們說他們是整數比。

例如：「1800 : 1080」、「120 : 72」、「5 : 3」都是整數比。

而「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4}$ 」、「0.5 : 0.3」不是整數比。

這 3 個相等的整數比「1800 : 1080」、「120 : 72」和「5 : 3」中，  
「5 : 3」的前項與後項互質，不能再寫成更簡單的整數比，  
我們稱「5 : 3」為這些比中的「**最簡整數比**」。

③ 上表中口味相同的奶茶，都可以看成 5 份紅茶和 3 份牛奶調製而成的，  
可以用最簡整數比「紅茶：牛奶=5 : 3」表示調製奶茶的方法。

例如：

「1800 : 1080 = 5 : 3」，表示紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 360 毫升。

「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4} = 5 : 3$ 」，表示紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 24 毫升。

「0.5 : 0.3 = 5 : 3」，表示紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 0.1 公升。

如果 1 份是  $x$  克，則「 $5x : 3x = 5 : 3$ 」一樣是紅茶 5 份，牛奶 3 份。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。

2. 第(3)題要求學生利用「相等的比」計算 5 個子問題。

● 本題為引入「最簡整數比」的例題。

本教材提供解法步驟如下：

(1)利用「相等的比」記錄題目

(2)從比的前(後)項的倍數變化算出  $x$  的值

⑤ 假設加入紅茶  $c$  毫升，用比例式記錄題目，

$$\text{發現後項 } 300 \xrightarrow{\div 100} 3 \xrightarrow{\div 10} 0.3,$$

$$\text{所以 } c = 500 \div 100 \div 10 = 0.5。$$

3. 本頁下方教師提示重點在說明「最簡整數比」。

(1)從第(3)題發現「 $1800 : 1080$ 」、「 $120 : 172$ 」、「 $5 : 3$ 」、

「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4}$ 」和「 $0.5 : 0.3$ 」都是相等的比。

(2)比的前後項都是整數的稱為整數比。

整數比的前項與後項互質，不能再寫成更簡單的整數比，就稱為「最簡整數比」。

(3)「最簡整數比  $5 : 3$ 」可以代表調配相同口味的奶茶需要紅茶 5 份和 3 份牛奶，

其中 1 份代表多少份量可依題目需求而定。

## 重點整理

## 最簡整數比

- ① 比的前項和後項都是整數而且互質。
- ② 所有相等的整數比都可以由最簡整數比同時乘上一個整數得到。

(4)右表是老闆用不同份量的冬瓜茶和檸檬汁，調成相同口味的冬瓜檸檬。請算出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  所代表的數字。

	冬瓜茶	檸檬汁
①	1400 毫升	$a$ 毫升
②	$b$ 毫升	300 毫升
	70 毫升	30 毫升
③	$c$ 公升	$\frac{3}{10}$ 公升
④	2.1 公升	$d$ 公升

解：

先求出最簡整數比， $70:30=7:3$ 。

「 $7:3$ 」是這些比中的最簡整數比，

可以看成冬瓜茶 7 份和檸檬汁 3 份所調成的味道都一樣。



- ①  $1400:a=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

7 份冬瓜茶 1400 毫升， $1400 \div 7 = 200$ ，每 1 份是 200 毫升。

$200 \times 3 = 600$ ，檸檬汁 3 份是 600 毫升，所以  $a = 600$ 。

- ②  $b:300=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

3 份檸檬汁 300 毫升， $300 \div 3 = 100$ ，每 1 份是 100 毫升。

$100 \times 7 = 700$ ，冬瓜茶 7 份是 700 毫升，所以  $b = 700$ 。

- ③  $c:\frac{3}{10}=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

3 份檸檬汁  $\frac{3}{10}$  公升， $\frac{3}{10} \div 3 = \frac{1}{10}$ ，每 1 份是  $\frac{1}{10}$  公升。

$\frac{1}{10} \times 7 = \frac{7}{10}$ ，冬瓜茶 7 份是  $\frac{7}{10}$  公升， $c = \frac{7}{10}$ 。

- ④  $2.1:d=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份、檸檬汁看成 3 份。

7 份冬瓜茶 2.1 公升， $2.1 \div 7 = 0.3$ ，每 1 份是 0.3 公升。

$0.3 \times 3 = 0.9$ ，檸檬汁 3 份是 0.9 公升， $d = 0.9$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。
2. 本頁上方重點整理框在說明最簡整數比的意義。
3. 第(4)題給定不同份量的冬瓜茶和檸檬汁，要調成相同口味的冬瓜檸檬，要求學生算出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  代表的數字。

本教材提供解題步驟如下：

(1)找到最簡整數比 7：3，也就是冬瓜茶 7 份和檸檬汁 3 份可調成相同口味的冬瓜檸檬，並利用最簡整數比記錄問題。

(2)算出 1 份代表的量。

(3)求出未知數的值。

以下為各子問題解題過程的說明：

①題目用比例式記錄為  $1400:a=7:3$ ，算出  $1400 \xrightarrow{\div 7} 200$ ，

也就是 1 份代表 200 毫升，所以  $a = 3 \text{份} \times 200 = 600$  毫升。

②題目用比例式記錄為  $b:300=7:3$ ，算出  $300 \xrightarrow{\div 3} 100$ ，

也就是 1 份代表 100 毫升，所以  $b = 7 \text{份} \times 100 = 700$  毫升。

③題目用比例式記錄為  $c:\frac{3}{10}=7:3$ ，算出  $\frac{3}{10} \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{10}$ ，

也就是 1 份代表  $\frac{1}{10}$  公升，所以  $c = 7 \text{份} \times \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$  公升。

④題目用比例式記錄為  $2.1:d=7:3$ ，算出  $2.1 \xrightarrow{\div 7} 0.3$ ，

也就是 1 份代表 0.3 公升，所以  $d = 3 \text{份} \times 0.3 = 0.9$  公升。





基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

(5) 求出下列各題的最簡整數比。

①  $45 : 30$

②  $\frac{5}{4} : 3$

③  $\frac{3}{2} : \frac{6}{5}$

④  $3.6 : 2.1$

解：

- ① 比的前後項都是整數，我先找到 45 和 30 的公因數並約分，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$45 : 30 = 3 : 2$$

- ② 比的前項是分數，我將比的前後項同乘以 4，得到整數比，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$\begin{aligned}\frac{5}{4} : 3 &= \frac{5}{4} \times 4 : 3 \times 4 \\ &= 5 : 12\end{aligned}$$

- ③ 比的前後項都是分數，我將比的前後項同乘以同乘以兩分母的最小公倍數，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} : \frac{6}{5} &= \frac{3}{2} \times 10 : \frac{6}{5} \times 10 \\ &= 15 : 12 = 5 : 4\end{aligned}$$

- ④ 比的前後項都是小數，我先把前後項同乘以 10，得到整數比，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$\begin{aligned}3.6 : 2.1 &= 3.6 \times 10 : 2.1 \times 10 \\ &= 36 : 21 \\ &= 12 : 7\end{aligned}$$

當比的前後項不是整數時，先將前後項同乘以一個倍數，化成整數比，再將前後項同時除以公因數得到最簡整數比。

例如：

$$\frac{9}{10} : 2.4 = \frac{9}{10} \times 10 : 2.4 \times 10 = 9 : 24 = 3 : 8$$







### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。

2. 第(5)題要求學生求出各題的最簡整數比，包含 4 個子問題。

本教材提供解題策略為先將比的前後項都同時乘上一個整數，使其變為整數比，再找出其最簡整數比。各子問題的說明如下：

(1)比的前後項都是整數時，找到前後項的公因數並約分，化為最簡整數比。

(2)比的前項或後項是分數，將比的前後項同乘以該分數的分母後化為整數，

再依步驟(1)化為最簡整數比。

(3)比的前後項都是分數，將比的前後項同乘以兩個分數中分母的最小公倍數後化為整數，

再依步驟(1)化為最簡整數比。

(4)比的前後項有小數，將比的前後項同乘以 $10^n$  ( $n$  代表小數點後有幾位)後化為整數，

再依步驟(1)化為最簡整數比。

3. 本頁下方教師提示重點在說明求出最簡整數比的過程。



基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值



隨堂練習

- (1) 右圖是老闆用不同份量的麵粉和水，調成相同比例的粉漿水，以製作同樣 Q 度的春捲皮。請你算出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  所代表的數字。

	麵粉	水
①	1200 公克	$a$ 公克
②	$b$ 公克	30 公克
	480 公克	360 公克
③	$c$ 公斤	$\frac{2}{3}$ 公斤
④	1.8 公斤	$d$ 公斤

答： $a=900$ 、 $b=40$ 、 $c=\frac{8}{9}$ 、 $d=1.35$

- (2) 求出下列各題的最簡單整數比：

①  $39:130$     ②  $10:\frac{8}{3}$     ③  $4:\frac{4}{7}$     ④  $4.5:3.6$

答：①  $3:10$     ②  $15:4$     ③  $7:1$     ④  $5:4$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解比的名稱、意義與記法。
2. 本頁隨堂練習提供相等的比及最簡單整數比的練習。



### 比值

- (6) 學校園遊會，班上要賣紅豆湯圓，負責採買紅豆的同學查訪了三家店，紅豆的價格如下表：

	紅豆價格(元)	紅豆重量(公斤)
甲店	50	2
乙店	14	0.5
丙店	90	4

為了降低成本，請問他們應該選擇哪一家的紅豆？

解：

為了知道哪一家最便宜，所以我先計算每一家店 1 公斤的紅豆的價格來比較：

方法一：我用除法來計算 1 公斤紅豆的價格。

$$\text{甲店} \quad 50 \div 2 = 25 \text{ 元}$$

$$\text{乙店} \quad 14 \div 0.5 = 28 \text{ 元}$$

$$\text{丙店} \quad 90 \div 4 = 22.5 \text{ 元}$$

丙店比較便宜，所以選擇丙店。

方法二：我先用「價格:重量」記錄三家店的販售狀況，再將比的後項化成 1，來比較價格。

紅豆價格(元)：紅豆重量(公斤)

$$\text{甲店} \quad 50 : 2 = \frac{50}{2} : 1 = 25 : 1$$

$$\text{乙店} \quad 14 : 0.5 = \frac{14}{0.5} : 1 = \frac{14 \times 2}{0.5 \times 2} : 1 = 28 : 1$$

$$\text{丙店} \quad 90 : 4 = \frac{90}{4} : 1 = 22.5 : 1$$

丙店比較便宜，所以選擇丙店。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是幫助學生理解比值的意義。
2. 第(6)題列表呈現三家店販售紅豆的價格與重量關係，要求學生判斷選擇哪一家的紅豆能降低購買成本。

本教材提供解法如下：

方法一：先算出各店每 1 公斤紅豆的售價，再比售價的高低。

發現丙店最便宜。

方法二：將各店的「紅豆價格：紅豆重量」的後項化成 1，再比前項的大小。

發現丙店的前項最小。

所以要選丙店的紅豆才能降低成本。

基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

1. 在相等的比中，找到比的後項為 1 時，這個比的前項就是比值。

例如：用  $5:3 = \frac{5}{3}:1$  來算比值，「 $5:3$ 」的比值就是  $\frac{5}{3}$ 。

2. 比的前項除以後項稱為該比的比值。

例如：「 $5:3$ 」可以用  $5 \div 3$  來算比值，



(7) 請求出下列比的比值。

- ①  $56:128$       ②  $90:24$       ③  $1.8:4.5$       ④  $\frac{5}{9}:\frac{2}{3}$

解：

① 阿泰說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow 56 \div 128 : 128 \div 128 = \frac{7}{16} : 1$ ，比值為  $\frac{7}{16}$ 。

小穎說：我用除法計算  $56 \div 128 = \frac{56}{128} = \frac{7}{16}$ ，比值為  $\frac{7}{16}$ 。

② 丁丁說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow 90 \div 24 : 24 \div 24 = \frac{15}{4} : 1$ ，比值為  $\frac{15}{4}$ 。

小盛說：我用除法計算  $90 \div 24 = \frac{90}{24} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ ，比值為  $\frac{15}{4}$ 。

③ 亞勳說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow 1.8 \div 4.5 : 4.5 \div 4.5 = 0.4 : 1$ ，比值為 0.4。

大強說：我用除法計算  $1.8 \div 4.5 = \frac{1.8}{4.5} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$ ，比值為  $\frac{2}{5}$ 。

④ 明珊說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow \frac{5}{9} \div \frac{2}{3} : \frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6} : 1$ ，比值為  $\frac{5}{6}$ 。

禎翊說：我用除法計算  $\frac{5}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{6}$ ，比值為  $\frac{5}{6}$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是幫助學生理解比值的名稱與意義。

2. 本頁上方教師提示重點：

(1)幫助學生理解比的後項為 1 時，前項就是這個比的『比值』。

(2)計算時，可以用「前項÷後項」找到『比值』。

例如： $90:3=30:1$  我們稱後項為 1 時，其前項 30 為  $90:3$  的比值，

也可以利用 90 除以 3 算出比值。

3. 第(7)題要求學生算出各題的比值，包含 4 個子問題。

本教材提供兩種解法：

方法一：將比的後項化為 1，則比的前項就是比值。

方法二：用除法(前項÷後項)計算比值。



基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值

- (8) 有甲、乙、丙三杯檸檬水，它們皆由檸檬原汁及純水調配而成的，請你依酸度由強到弱排列出來。

甲杯：	乙杯：	丙杯：
檸檬汁 30 c.c.	檸檬汁 50 c.c.	檸檬汁 60 c.c.
純水 120c.c.	純水 250c.c.	純水 180c.c.

解：

酸度：檸檬汁愈多代表酸度愈強。

我用除法計算檸檬汁與純水的比值：

$$\text{甲杯 } 30 \div 120 = \frac{1}{4} \quad (\text{當純水為 } 1\text{c.c.時，檸檬汁為 } \frac{1}{4}\text{c.c.})$$

$$\text{乙杯 } 50 \div 250 = \frac{1}{5} \quad (\text{當純水為 } 1\text{c.c.時，檸檬汁為 } \frac{1}{5}\text{c.c.})$$

$$\text{丙杯 } 60 \div 180 = \frac{1}{3} \quad (\text{當純水為 } 1\text{c.c.時，檸檬汁為 } \frac{1}{3}\text{c.c.})$$

因為  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ ，所以三杯的酸度強度大小為：丙杯 > 甲杯 > 乙杯。



## 隨堂練習

- (3) 詠聖與他二位朋友正在討論誰的車速度快，以下是他們在這個週末開車的距離與其所花費時間的記錄。  
請問誰的平均車速最快？

	距離(公里)	時間(小時)
詠聖	45	1.8
寬有	60	2
仲恩	36	1.5

答：寬有





### 教材內容說明：

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是幫助學生理解比值的名稱與意義。

2. 比的情境有兩類，分別是同類量的比和異類量的比。

同類量比的比值其對應的情境意義為比率或倍數，例如：男(女)生佔全班的比率、男生和女生的比值代表男生是女生的幾倍。

異類量比的比值其對應的情境意義為導出量，例如：單價、速率、濃度、密度等都是異類量比值的情境意義。

3. 第(8)題給定甲、乙、丙三杯檸檬水的檸檬原汁與純水的含量，要求學生依酸度的強弱排列。

本教材利用除法計算檸檬汁與純水的比值，比值越大，代表酸度越強。

甲杯的比值為  $\frac{1}{4}$ ，代表純水 1 c.c.時，檸檬汁有  $\frac{1}{4}$  c.c.。

乙杯的比值為  $\frac{1}{5}$ ，代表純水 1 c.c.時，檸檬汁有  $\frac{1}{5}$  c.c.。

甲杯的比值為  $\frac{1}{3}$ ，代表純水 1 c.c.時，檸檬汁有  $\frac{1}{3}$  c.c.。

因為  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ ，所以酸度強度大小為丙>甲>乙。

4. 本頁下方隨堂練習提供平均速率(距離÷時間的比值)的題目練習。



基本學習內容：NC-7-9-1 比與比值



小試身手

(1) 下列哪些和「105：63」是相等的比？

- ① 35：21    ② 5：3    ③ 10.5：6.3    ④ 2.1：1.26    ⑤  $\frac{21}{2}$ ：6.3

答：都是

(2) 求出下列各題的最簡單整數比：

- ① 125：20    ②  $\frac{3}{5}$ ：6    ③  $\frac{8}{5}$ ：7    ④ 9.9：8.8

答：① 25：4    ② 1：30    ③ 8：35    ④ 9：8

(3) 請求出下列各式的比值。

- ① 325：390    ② 123：82    ③ 1.5：2.5    ④  $2\frac{5}{6}$ ： $8\frac{1}{2}$

答：①  $\frac{5}{6}$     ②  $\frac{3}{2}$     ③  $\frac{3}{5}$     ④  $\frac{1}{3}$

(4) 欣宜正在做焦糖布丁，以下是欣宜煮焦糖的紀錄。

請你依甜度從較甜到較不甜排列出來。

	砂糖(g)	水(g)
第一次	60	45
第二次	75	50
第三次	48	40

答：第二次>第一次>第三次



**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手針對比的問題進行練習。

第(1)題：要求學生利用倍數變化找到與給定題目相等的比。

第(2)題：要求學生算出各題的最簡單整數比。

第(3)題：要求學生算出各題的比值。

第(4)題：要求學生利用比值判斷甜度大小。



教育部國民及學前教育署 編

# 國民中學

# 7 年級數學

學生學習扶助教材

