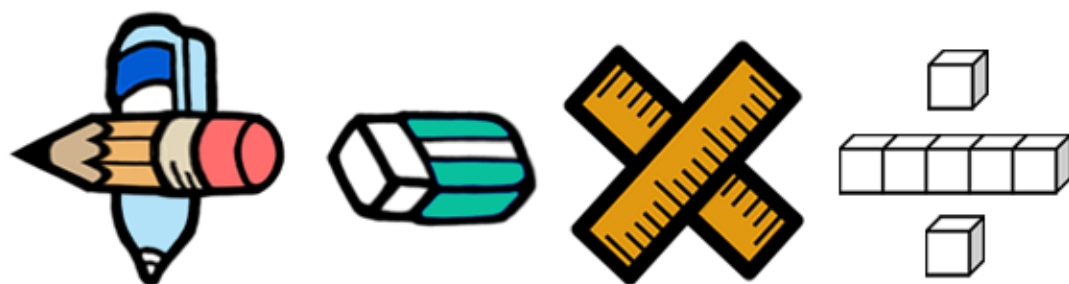


基本學習內容：NC-7-9-2

正比與反比

【教師版】





基本學習內容：NC-7-9-2

學習內容：

N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。

備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。

參考教具：計算機。

基本學習內容：

NC-7-9-2 正比與反比。

基本學習表現：

NCP-7-9-2-1 理解正比的名稱與意義。

NCP-7-9-2-2 認識反比的名稱與意義。



概要說明：

- 基本學習內容 NC-7-9-2 為 NC-7-9-1 之後續學習概念，故學生已理解比、比值和比例式的名稱、意義與記法。
- 「正比」和「比或比值」的關係密切，比的相等關係強調將相比的兩類量寫在一起，直覺上較簡單；而正比則是兩類量關係中的一種，應採用列表的方式記錄，並強調要使用比值來記錄正比關係，兩者間的關係，可運用列表的方式來統整。
- 成正比是兩個集合間特殊的對應關係。
- 反比問題的情境較為困難，不宜過度評量。
- 反比的定義有兩種
 - (1) $y \times x = k$ ， y 和 x 成定值，稱 y 和 x 成反比。
 - (2) $y = \frac{1}{x}k$ ， y 和 x 的倒數成正比，稱 y 和 x 成反比。建議老師要引入第二種，讓學生看到反比和正比是相同的關係。
- 比例問題情境不宜過度複雜，應能直接使用問題所提供的「比」求解為原則。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

◎正比

- (1)用 200ml 的紅茶及 300ml 的鮮奶可調製成厚奶茶，若使用 400ml 的紅茶，需要多少鮮奶才能保持口味相同的厚奶茶？



200ml 的紅茶要搭配 300ml 鮮奶，可以看成 $200:300$
因為口味相同，而且 $200:300 = 400:600$ ，
所以 400ml 的紅茶需要 **600ml** 的鮮奶。

- (2)承上題，老師準備 900ml 的紅茶，需多少鮮奶才能保持口味相同的厚奶茶？



上題的 $200:300$ 化成最簡單整數比等於 $2:3$ ，也就是 2 份紅茶
和 3 份鮮奶可以調製成口味相同的厚奶茶。
因為 $900 \div 2 = 450$ ，可以看成 1 份是 450ml，900ml 的紅茶就是 2
份。所以需要鮮奶 3 份，就是 $3 \times 450 = 1350$ ml。

- (3)承上題，為了保持厚奶茶的口味都相同，所需要的材料必須維持一定比例。
請你想想，求出 a 、 b 所代表的數。

紅茶(ml)	200	400	900	1500	b
鮮奶(ml)	300	600	1350	a	3000



我發現一件事～

為了保持厚奶茶的口味相同，就是紅茶 2 份和鮮奶 3 份。
這裡的紅茶 2 份和鮮奶 3 份記成最簡單整數比 $2:3$ 。

如果將紅茶 1500ml 看成 2 份，則所需的鮮奶就寫成 $2:3 = 1500:a$ ， $a = 2250$ 。
如果將鮮奶 3000ml 看成 3 份，則所需的鮮奶就寫成 $2:3 = b:3000$ ， $b = 2000$ 。

我知道了～

紅茶：鮮奶的最簡單整數比都是 $2:3$ ，而 $2:3$ 的比值就是 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$
所以當兩數的最簡單整數比相等時其比值也相等。





教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 第(1)題給定「200ml 的紅茶及 300ml 的鮮奶可調製成厚奶茶」的情境，要求學生算出 400ml 的紅茶需要多少的鮮奶才能保持口味相同。

教師引導學生利用相等的比算出 400ml 的紅茶需要 600ml 的鮮奶。

3. 第(2)題，給定 900ml 的紅茶，要求學生算出需要多少的鮮奶才能保持口味相同。

教師引導學生看到 $200:300$ 的最簡單整數比等於 $2:3$ ，可視為 2 份紅茶和 3 份鮮奶可調製口味相同的厚奶茶。

因為 $900 \div 2 = 450$ 等於 450，將 1 份看成 450ml，所以 900ml 是 2 份，鮮奶需要 3 份就是 $3 \times 450 = 1350$ ml。

4. 第(3)題給定表格記錄紅茶與鮮奶的調配量，要求學生將正確數值填入空格。

教師幫助學生看到為了保持厚奶茶口味相同，需要紅茶 2 份和鮮奶 3 份，也就是最簡單整數比為 $2:3$ 。

如果將 1500ml 的紅茶看成 2 份，1 份就是 $1500 \div 2 = 750$ ml，則鮮奶 3 份就需要 $3 \times 750 = 2250$ ml。

如果將 3000ml 的鮮奶看成 3 份，1 份就是 $3000 \div 3 = 1000$ ml，則紅茶 2 份就需要 $2 \times 1000 = 2000$ ml。

5. 本頁下方對話框說明最簡單整數比相等時其比值也相等。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

(4) 下表是傍晚 5 點又利與班上 4 位同學在籃球場打球時所量測到的身高與影子長關係表。

	又利	小平	亮亮	阿凱	光正
身高(公分)	150	120	144	136	130
影長(公分)	75	60	72	68	65

請問身高和影長的①最簡單整數比相等嗎？②比值相等嗎？

將身高和影長關係製表：

	又利	小平	亮亮	阿凱	光正
身高(公分)	150	120	144	136	130
影長(公分)	75	60	72	68	65
身高：影長	$150 : 75$ $= 2 : 1$	$120 : 60$ $= 2 : 1$	$144 : 72$ $= 2 : 1$	$136 : 68$ $= 2 : 1$	$130 : 65$ $= 2 : 1$
身高和影長的比值	$\frac{150}{75} = 2$	$\frac{120}{60} = 2$	$\frac{144}{72} = 2$	$\frac{136}{68} = 2$	$\frac{130}{65} = 2$

- ① 身高和影長的最簡單整數比都等於 2 : 1。
- ② 身高和影長的比值都等於 2。

我發現最簡單整數比相等時，比值也會相等。

我知道了～



同一時間量測時，每位同學的身高和影長的比值都等於 2。
像這樣兩組數據中，對應的數據其比值都相等，
我們稱「兩組數據成正比關係」。



教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 第(4)題給定 5 位學生在傍晚 5 點的身高與影長關係表，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：最簡單整數比相等嗎？

子問題②：比值相等嗎？

本教材提供子問題①及子問題②解法如下：

列表呈現身高和影長的比和比值的關係，教師幫助學生看到「身高和影長的最簡單整數比

都是 2:1」，而且「身高和影長的比值都是 $\frac{2}{1}=2$ 」，也可以說身高是影長的 2 倍，說明最簡

單整數比相等時，比值也會相等。

3. 本頁下方對話框幫助學生理解「兩組數據中，對應的數據其比值都相等」時，我們就稱「兩組數據成正比關係」。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

紅茶	鮮奶	比值
200	300	$\frac{2}{3}$
400	600	$\frac{2}{3}$
900	1350	$\frac{2}{3}$
\vdots	\vdots	\vdots
y	x	$\frac{y}{x}$

第(3)題中，如果將紅茶看成 y 毫升、鮮奶看成 x 毫升，則紅茶和鮮奶的調配量的比值都是 $\frac{2}{3}$ ，寫成 $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ ，就是「紅茶的調配量和鮮奶的調配量成正比關係」。

身高	影長	比值
150	75	$\frac{150}{75} = 2$
120	60	$\frac{120}{60} = 2$
144	72	$\frac{144}{72} = 2$
\vdots	\vdots	\vdots
y	x	$\frac{y}{x}$

第(4)題中，如果將身高看成 y 公分、影長看成 x 公分，則身高和影長的比值都是2，成 $\frac{y}{x} = 2$ ，就是「身高和影長成正比關係」。

從第(3)、(4)題得知，兩組數據中對應的數據其比值都相等時，會成正比關係。

當兩組數據成正比關係時，可以寫成 $\frac{y}{x} = k$ ，其中 k 就是比值。

也可以將 x 、 y 的關係式寫成 $y = kx$ ，例如：

第(3)題的正比關係式可以寫成 $y = \frac{2}{3}x$ ，第(4)題的正比關係式可以寫成 $y = 2x$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。

2. 本頁第一個對話框將第(3)題的兩組數據製表並列出比值。

教師引導學生看到紅茶和鮮奶的比值都等於 $\frac{2}{3}$ ，可以寫成 $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$ ，說明「紅茶的調配量和鮮奶的調配量成正比關係」。

3. 本頁第二個對話框將第(4)題的兩組數據製表並列出比值。

教師引導學生看到身高和影長的比值都等於 2，可以寫成 $\frac{y}{x} = 2$ ，說明「身高和影長成正比關係」。

4. 本頁第三個對話框引導學生理解「兩組數據的比值相等時會成正比關係」，「成正比關係兩組數據可以寫成 $\frac{y}{x} = k$ ，其中 k 就是比值。」

教師說明 x 、 y 的關係式可以寫成 $y=kx$ ，第(3)題的正比關係式可以寫成 $y = \frac{2}{3}x$ 、第(4)題的關係式可以寫成 $y=2x$ 。

●教師在本頁教材幫助學生理解比值相同的兩組數據成正比關係，可以表示成 $\frac{y}{x} = k$ ， k 為比值。不要求學生記憶 x 、 y 的關係式表示方法。



基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

(5) 下表是過季衣服拍賣的價格表。

件數(件)	1	2	3	4	5
價錢(元)	200	400	600	800	1000

衣服的件數和價錢成正比例關係嗎？

解法一：找到件數和價錢的比值

件數(件)	1	2	3	4	5
價錢(元)	200	400	600	800	1000
件數和價錢的 比值	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{200}$

因為件數和價錢的比值都等於 $\frac{1}{200}$ ，所以衣服的件數和價錢成正比例關係。解法二：利用 x 、 y 的關係式檢查設件數為 y 件時、價錢為 x 元，檢查「件數和價錢滿足 $y=kx$ 的關係」嗎？將 $y=1$ 、 $x=200$ 代入 $y=kx$ ，求得 $k=\frac{1}{200}$ 得到 x 、 y 的關係式為 $y=\frac{1}{200}x$ ，

接著將所有價格代入關係式檢查：

 $y=2$ 、 $x=400$ 代入 $y=\frac{1}{200}x$ → 成立 $y=3$ 、 $x=600$ 代入 $y=\frac{1}{200}x$ → 成立 $y=4$ 、 $x=800$ 代入 $y=\frac{1}{200}x$ → 成立 $y=5$ 、 $x=1000$ 代入 $y=\frac{1}{200}x$ → 成立因為件數與價錢代入關係式 $y=\frac{1}{200}x$ 都成立，

所以衣服的件數和價錢成正比例關係。



教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 第(5)題給定過季衣服拍賣的件數和價錢列表，要求學生判斷衣服的件數和價錢是否成正比關係。

本教材提供兩種解題的方法：

解法一：找到件數和價錢的比值，發現兩數量件數和價錢的「比值」都等於 $\frac{1}{200}$ ，

所以件數和價錢成正比關係。

解法二：利用 x 、 y 的關係式檢查，設件數為 y 、價錢為 x ，

檢查「件數和價錢是否滿足 $y=kx$ 」的關係。

將第一組數據 $y=1$ 、 $x=200$ 代入，求得 $k=\frac{1}{200}$ ，得到 x 、 y 的關係式為 $y=\frac{1}{200}x$ 。

接著將其它組數據代入關係式檢查都成立，所以件數和價錢成正比關係。



基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

(6) 承第(5)題，衣服的「件數」和「價錢」成正比關係，那麼「價錢」和「件數」也會成正比關係嗎？

價錢(元)	200	400	600	800	1000
件數(件)	1	2	3	4	5

解法一：找到「價錢」和「件數」的比值

價錢(元)	200	400	600	800	1000
件數(件)	1	2	3	4	5
件數和價錢的 比值	200	200	200	200	200

因為「價錢」和「件數」的比值都相等，
所以衣服的「價錢」和「件數」成正比關係。

解法二：利用 x 、 y 的關係式檢查

設價錢為 y 元時、件數為 x 件，檢查「價錢和件數滿足 $y=kx$ 的關係」嗎？

將 $y=200$ 、 $x=1$ 代入 $y=kx$ ，求得 $k=200$ ，

得到 x 、 y 的關係式為 $y=200x$ 。

接著將所有價格代入關係式檢查：

$y=400$ 、 $x=2$ 代入 $y=200x \rightarrow$ 成立

$y=600$ 、 $x=3$ 代入 $y=200x \rightarrow$ 成立

$y=800$ 、 $x=4$ 代入 $y=200x \rightarrow$ 成立

$y=1000$ 、 $x=5$ 代入 $y=200x \rightarrow$ 成立

因為「價錢」和「件數」代入關係式 $y=200x$ 都成立，

所以衣服的「價錢」和「件數」成正比關係。

我知道了～



若甲和乙成正比關係時，其對應項的比值 k 都會相等。

而乙和甲的對應項的比值都是 $\frac{1}{k}$ ，所以我們說乙和甲也成正比關係。



教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 第(6)題承第(5)題內容，給定衣服的「價錢」和「件數」，要求學生判斷「價錢」和「件數」是否成正比關係。

本教材提供兩種解題方法：

解法一：找到「價錢」和「件數」的比值，發現兩數量「價錢」和「件數」的「比值」都等於 200，所以「價錢」和「件數」成正比關係。

解法二：利用 x 、 y 的關係式檢查，設價錢為 y 、件數為 x ，

檢查「價錢和件數是否滿足 $y=kx$ 」的關係。

將第一組數據 $y=200$ 、 $x=1$ 代入，求得 $k=200$ ，得到 x 、 y 的關係式為 $y=200x$ 。

接著將其它組數據代入關係式檢查都成立，所以「價錢」和「件數」成正比關係。

3. 本頁下方對話框幫助學生理解當甲和乙成正比關係時，其對應項的比值 k 都會相等。

而乙和甲的對應項的比值都是 $\frac{1}{k}$ ，所以乙和甲也成正比關係。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

(7) 下表是爸爸和小佑年齡變化的關係表：

	現在	1 年後	2 年後	5 年後	10 年後
爸爸(歲)	32	33	34	37	42
小佑(歲)	2	3	4	7	12

爸爸和小佑的年齡成正比關係嗎？解法一：找到爸爸和小佑年齡的比值

	現在	1 年後	2 年後	5 年後	10 年後
爸爸和 <u>小佑</u> 年齡的比值	$\frac{32}{2} = \frac{16}{1}$	$\frac{33}{3} = \frac{11}{1}$	$\frac{34}{4} = \frac{17}{2}$	$\frac{37}{7}$	$\frac{42}{12} = \frac{7}{2}$

因為爸爸和小佑年齡的比值都不相等，所以爸爸和小佑的年齡不會成正比關係。解法二：利用 x 、 y 的關係式檢查設爸爸年齡= y 、小佑年齡= x ，爸爸和小佑的年齡滿足 $y=kx$ 的關係將 $y=32$ 、 $x=2$ 代入 $y=kx$ ，求得 $k=16$ 得到 x 、 y 的關係式為 $y=16x$ ，

接著將 1 年後的年齡代入關係式檢查：

 $y=33$ 、 $x=3$ 代入 $y=16x \rightarrow$ 不成立只要有一組年齡代入關係式不成立，則爸爸和小佑的年齡不會成正比關係。

我知道了～

如果「一個值增加，另一個值也隨著增加」不一定是正比關係，一定要檢查(1)比值是否相等或(2)代入 x 、 y 的關係式判斷兩數是否成正比關係。



教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 第(7)題給定爸爸和小佑的年齡變化關係表，要求學生判斷爸爸和小佑的年齡是否成正比關係。

本教材提供兩種解法：

解法一：找到爸爸和小佑年齡的比值，發現兩組數據的比值都不相等，

所以爸爸和小佑的年齡不會成正比關係。

解法二：利用 x 、 y 的關係式檢查，設爸爸年齡為 y 、小佑 年齡為 x ，

檢查「爸爸和小佑年齡是否滿足 $y=kx$ 」的關係。

將第一組數據 $y=32$ 、 $x=2$ 代入，求得 $k=16$ ，得到 x 、 y 的關係式為 $y=16x$ 。

接著將 1 年後的年齡代入關係式發現不成立，教師說明只要有一組年齡代入關係式不成立，則爸爸和小佑的年齡不會成正比關係。

3. 本頁下方對話框幫助學生澄清常見正比迷思概念「一個值增加，另一個值也增加」，教師協助學生判斷正比關係要從上述兩種解法擇一檢驗。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

(8) 某種合金的銅與鐵含量成正比關係，則：

① 求出 a 和 b 所代表的數字。 ② 找出 x 、 y 的關係式。

銅(公斤)	3	4.5	6	b
鐵(公斤)	4	a	8	14

銅和鐵的含量成正比關係，表示比值會相等。

$$\frac{\text{銅}}{\text{鐵}} = \frac{3}{4} = \frac{4.5}{a} = \frac{6}{8} = \frac{b}{14}$$



解法一：比值相等

$$\textcircled{1} \quad \frac{3}{4} = \frac{4.5}{a}$$

$$4 \times 4.5 = 3 \times a$$

$$18 = 3a$$

$$6 = a$$

$$\frac{3}{4} = \frac{b}{14}$$

$$4 \times b = 3 \times 14$$

$$4b = 42$$

$$b = \frac{42}{4} = \frac{21}{2}$$

② 設銅= y 、鐵= x ，則 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$ ，可以寫成 $y = \frac{3}{4}x$ 。

解法二：利用 x 、 y 的關係式

設銅= y 、鐵= x ，滿足 $y=kx$ 的關係

將 $y=3$ 、 $x=4$ 代入 $y=kx$ ，求得 $k = \frac{3}{4}$ ，則 x 、 y 的關係式為 $y = \frac{3}{4}x \cdots \textcircled{2}$

接著將 $y=4.5$ 代入關係式，求出 $x=6$ ，

將 $x=14$ 代入關係式，求出 $y = \frac{21}{2} \cdots \textcircled{1}$



教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 第(8)題給定某種合金的銅與鐵含量成正比關係，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：求出未知數代表的數字。

子問題②：找出 x 、 y 的關係式。

本教材提供兩種解法：

解法一：利用比值相等列式，透過交叉相乘兩式相等，

$$\text{解一元一次方程式求得 } a=6、b=\frac{21}{2}。$$

假設銅= y ，鐵= x ，則比值可以寫成 $\frac{y}{x}=\frac{3}{4}$ ，可以寫成 $y=\frac{3}{4}x$ 。

解法二：利用 x 、 y 的關係式，假設銅= y ，鐵= x ，

將第一組數據代入 $y=kx$ ，求得 $k=\frac{3}{4}$ ，則 x 、 y 的關係式為 $y=\frac{3}{4}x$ 。

接著將 $y=4.5$ 代入求得 $x=6$ ，將 $x=14$ 代入求得 $y=\frac{21}{2}$ 。

- 本頁教材第(8)題幫助學生應用正比關係求未知數，並列出正比關係式。
- 建議教師複習比例式內項乘積＝外項乘積，再引導學生看到比值相等的交叉相乘兩式相等。
- 學生可以自行判斷由兩種解法擇一解題。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比



小試身手

(1) 下表是正三角形邊長與周長的關係表。

邊長(公分)	5	10	15	20	25
周長(公分)	15	30	45	60	75

正三角形的邊長和周長成正比關係嗎？

答：是

(2) 龍華麵包店推出同款麵包多買一個就折 5 元的回饋，也就是第 2 個麵包開始都比原價少 5 元。下表是小美和同學買麵包的數量及應付的價格。

	小美	阿傑	阿文	小庭
麵包(個)	1	2	3	4
應付價格(元)	30	55	80	105

麵包數量和應付價格成正比關係嗎？

答：否

(3) 已知爸爸騎健身車的時間與顯示的距離成正比關係，則：

時間 x (分鐘)	10	15	b	60
距離 y (公里)	2	a	8	12

① 求出 a 、 b 所代表的數。 ② 找出 x 、 y 的關係式。

答：① $a=3$ 、 $b=40$ ② $y=0.2x$



教材內容說明：

1. 本教材第 1～8 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的正比關係。
2. 本頁小試身手針對正比的問題進行練習。

第(1)題：給定正三角形的邊長與周長的表格，要求學生判斷正三角形的邊長與周長是否成正比關係。

第(2)題：給定購買麵包數量及應付價格的表格，要求學生判斷麵包數量和應付價格是否成正比關係。

第(3)題：給定時間與顯示的距離成正比關係及含有未知數的時間和距離的表格，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：求出 a 、 b 所代表的數。

子問題②：找出 x 、 y 的關係式。



基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

◎反比

(1)王老先生有一塊面積為 20 平方公尺的長方形菜園(邊長為整數)，長與寬有下列幾種可能：

	甲	乙	丙	丁	戊	己
長(公尺)	1	2	4	5	10	20
寬(公尺)	20	10	5	4	2	1

假設長= x ，寬= y ，找出寬的倒數 $\frac{1}{y}$ 和 $x:\frac{1}{y}$ 的比值，如下表：

	甲	乙	丙	丁	戊	己
長(x)	1	2	4	5	10	20
寬(y)	20	10	5	4	2	1
$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$x:\frac{1}{y}$ 的 比值	$1:\frac{1}{20}$ =20	$2:\frac{1}{10}$ =20	$4:\frac{1}{5}$ =20	$5:\frac{1}{4}$ =20	$10:\frac{1}{2}$ =20	$20:1$ =20

因為 $x:\frac{1}{y}$ 的比值都相同，所以 x 與 $\frac{1}{y}$ 成正比關係。

我知道了～

- 1.如果兩組數據 x 、 y ，具有「 x 與 $\frac{1}{y}$ 成正比關係」，我們說「 x 與 y 成反比關係」。
- 2.在第(1)題中，假設長方形的長為 x 公尺、寬為 y 公尺。
先找出寬的倒數 $\frac{1}{y}$ ，我們發現 $x:\frac{1}{y}$ 比值都等於20，所以「長方形的面積固定為20平方公尺時，長與寬成反比關係」，即「 $xy=20$ 」。
- 3.設長方形的長為 x 公尺、寬為 y 公尺。當長方形的面積固定為 k 平方公尺時，我們發現 $x:\frac{1}{y}$ 比值都相同，所以 x 與 y 成反比關係，記為「 $xy=k$ 」。
- 4.我們常直接用關係式 $xy=k$ 來檢查兩組數據 x 、 y 是否成反比關係，較為容易！！





教材內容說明：

1. 本教材第 9～12 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的反比關係。
2. 第(1)題列表呈現面積 20 平方公尺的長方形菜園其長與寬的各種可能組合，要求學生判斷長與寬的倒數是否成正比關係。

本教材利用列表呈現長、寬、寬的倒數以及長：寬的倒數的比值，發現長：寬的倒數的比值都相等，所以長與寬的倒數成正比關係。

3. 本頁下方對話框透過下列步驟引導學生理解反比關係：

步驟一：定義兩組數據 x 、 y 具有「 x 與 $\frac{1}{y}$ 成正比關係」，則「 x 與 y 成反比關係」。

步驟二：透過「 $x:\frac{1}{y}$ 的比值都等於 20」，發現「長方形的面積固定為 20 平方公尺時，

長與寬成反比關係」，則「 x 與 y 的關係式為 $xy=20$ 」。

步驟三：透過「長方形的面積固定為 k 平方公尺」，發現「 $x:\frac{1}{y}$ 的比值都相同，

所以 x 與 y 成反比關係」，則「 x 與 y 的關係式為 $xy=20$ 」。

步驟四：教師說明我們常用關係式 $xy=k$ 來檢查兩組數據 x 、 y 是否成反關係較為容易。



- (2) 香香蛋糕店推出四款 A、B、C、D 超人氣杯子蛋糕，售價分別是 A：20 元、B：30 元、C：40 元及 D：60 元。阿原帶了零用錢 600 元要買杯子蛋糕請同學吃，如果每次只買同一款杯子蛋糕且花完所有的錢，請問阿原各可以買到幾個杯子蛋糕？

①請將正確的數字填入下表。

- ②設該款杯子蛋糕的售價為 x 元、阿原買了 y 個，判斷售價 x 與個數 y 是否成反比關係？

	A	B	C	D
售價(元)	20	30	40	60
杯子蛋糕(個)				

- ①將 600 元分別除以四款杯子蛋糕的售價分別求出能買到的個數。

	A	B	C	D
售價(元)	20	30	40	60
杯子蛋糕(個)	30	20	15	10

- ②解法一：檢查「 x 和 $\frac{1}{y}$ 是否成正比」

杯子蛋糕個數 的倒數 ($\frac{1}{y}$)	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$
---------------------------------	----------------	----------------	----------------	----------------

因為 $20:\frac{1}{30}$ 、 $30:\frac{1}{20}$ 、 $40:\frac{1}{15}$ 、 $60:\frac{1}{10}$ 的比值都是 600，

所以售價 x 與個數的倒數 $\frac{1}{y}$ 成正比關係，也就是售價 x 與個數 y 成反比關係。

- ③解法二：檢查「是否滿足 $xy=k$ 」

找第一筆數據，將 $x=20$ 、 $y=30$ 代入 $xy=k$ ，求得 $k=600$ ，

得到 x 、 y 的關係式為 $xy=600$ 。

接著將其他筆的數據代入關係式檢查：

$x=30$ 、 $y=20$ 代入 $xy=600$ → 成立

$x=40$ 、 $y=15$ 代入 $xy=600$ → 成立

$x=60$ 、 $y=10$ 代入 $xy=600$ → 成立

所以 x 、 y 滿足關係式 $xy=600$ ，也就是售價 x 與個數 y 成反比關係。



教材內容說明：

1. 本教材第 9～12 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的反比關係。
2. 第(2)題給定 600 元買四款杯子蛋糕的情境，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：給定四款杯子蛋糕的售價，要求學生算出零用錢 600 元可以各買多少個蛋糕。

本教材將 600 元分別除以四款杯子蛋糕的售價算出可以購買的個數並填入表格。

子問題②要求學生判斷售價與個數是否成反比。

本教材提供兩種解法：

解法一：「檢查售價和個數的倒數是否成正比」，發現每一筆資料的兩組數據的比值都是 600，

所以售價和個數的倒數成正比關係，則售價與個數成反比關係。

解法二：「檢查每一筆資料的兩組數據是否滿足 $xy=k$ 」，將第一筆數據代入求得 $k=600$ ，

則 x 與 y 的關係式為 $xy=600$ 。

接著將其它筆數據也代入檢驗，發現每一筆數據代入關係式的結果都成立，

所以 x 、 y 滿足關係式 $xy=600$ ，也就是售價與個數成反比關係。



基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比

- (3) 龍華研究室培養細菌做傳染病實驗，每次實驗後細菌的數量就會減少。
下表是連續 5 小時細菌數量統計表：

時間	1 小時	2 小時	3 小時	4 小時	5 小時
剩下細菌數量(隻)	1000	900	800	700	600

時間和剩下的細菌數量成反比關係嗎？

我發現 1×1000 、 2×900 、 3×800 、 4×700 、 5×600 的值都不相等，
所以時間和剩下的細菌數量沒有滿足「 $xy=k$ 」的關係，故時間和剩下的
細菌數量不是反比關係。

- (4) 某台機器人行走 100 公尺的時間與速率結果如下表。

已知時間與速率成反比關係，請 a 、 b 、 c 所代表的數字。

	第一次	第二次	第三次
時間(秒)	50	b	100
速率(公尺/秒)	a	1.25	c

- ① 求出 a 、 b 、 c 所代表的數。 ② 找出時間與速率的關係式。

- ① 利用距離固定為 100 公尺分別算出 a 、 b 、 c 所代表的數。

第一次： $50 \times a = 100$ ，所以 $a = 100 \div 50 = 2$

第二次： $b \times 1.25 = 100$ ，所以 $b = 100 \div 1.25 = 80$

第三次： $100 \times c = 100$ ，所以 $c = 100 \div 100 = 1$

- ② 假設時間= x 、速率= y ，已知時間 \times 速率=距離

所以時間與速率的關係式為 $xy=100$



教材內容說明：

1. 本教材第 9～12 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的反比關係。

2. 第(3)題給定時間與剩下細菌數量，要求學生判斷時間與剩下細菌數量是否成反比關係。

本教材利用乘積是否為定值檢查反比關係，發現 1×1000 、 2×900 、 3×800 、 4×700 、 5×600 的值都不相等，所以時間與剩下細菌數量不滿足 $xy=k$ 的關係，故不會成反比關係。

● 第(3)題幫助學生澄清常見的反比迷思概念。

3. 第(4)題給定固定距離及含有未知數的行走時間和速率的表格，要求學生解決兩個子問題。

子問題①：要求學生算出未知數所代表的數。

本教材利用固定距離為 100 公尺，分別計算 a 、 b 、 c 代表的值。

因為 $50 \times a = 100$ ，所以 $a = 100 \div 50 = 2$ ，

$b \times 1.25 = 100$ ，所以 $b = 100 \div 1.25 = 80$ ，

$100 \times c = 100$ ，所以 $c = 100 \div 100 = 1$ 。

子問題②：找出時間與速率的關係式。

本教材假設時間= x 、速率= y ，利用「時間 \times 速率=距離」列出時間與速率關係式為 $xy=100$ 。

● 本頁教材第(4)題幫助學生應用反比關係求未知數，並列出反比關係式。

基本學習內容：NC-7-9-2 正比與反比



小試身手

- (1) 某工廠生產商品需要甲、乙兩種原物料，請根據下表的數字，判斷甲、乙兩種原物料是否成反比關係。

	A	B	C	D	E
甲	20	16	10	60	15
乙	24	30	48	8	32

答：是

- (2) 食物鏈是表示物種之間「吃」與「被吃」的關係，而海洋中的海豹就是「吃」的角色，而烏賊就是「被吃」的食物之一。

下表為每個月統計某一區域海洋中海豹與烏賊數量的關係：

海豹(隻)	250	265	280	300
烏賊(尾)	500	480	460	440

海豹和烏賊的數量成反比關係嗎？

答：否

- (3) 已知 x 與 y 成反比關係，則：

x	150	100	b	80
y	a	30	24	c

① 算出表格中 a 、 b 、 c 所代表的值。

② 寫出 x 、 y 的關係式。

答：① $a=20$ 、 $b=125$ 、 $c=37.5$ ② $xy=3000$



教材內容說明：

1. 本教材第 9～12 頁的教學重點是幫助學生理解兩數量的反比關係。
2. 本頁小試身手針對反比的問題進行練習。

第(1)題：給定工廠生產商品需要甲、乙兩種原料數量的表格，要求學生判斷甲、乙兩種原料是否成反比關係。

第(2)題：給定某一區域海洋中海豹與烏賊數量關係的表格，要求學生判斷海豹和烏賊的數量是否成反比關係。

第(3)題：給定 x 、 y 成反比關係及含有未知數的 x 和 y 的表格，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：求出 a 、 b 、 c 所代表的值。

子問題②：寫出 x 、 y 的關係式。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

