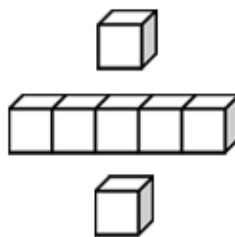


# 基本學習內容：AC-7-3-1

## 理解等量公理

### 並利用等量公理解一元一次方程式

#### 【教師版】





## 基本學習內容：AC-7-3-1

### 學習內容：

**A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：**等量公理；移項法則；驗算；應用問題。

### 基本學習內容：

AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式。

### 基本學習表現：

ACP-7-3-1-1 能理解等量公理。

ACP-7-3-1-2 能熟練以等量公理來解簡易一元一次方程式。

ACP-7-3-1-3 能驗算一元一次方程式的解是否正確。

ACP-7-3-1-4 能認識移項法則來解一元一次方程式。

ACP-7-3-1-5 能利用一元一次方程式解應用問題。

### 概要說明：

- 本基本學習內容AC-7-3-1為R-4-1-2、R-5-1-2及AC-7-2-2 之後續學習概念，故學生應該已能解決兩步驟及三步驟問題，並能理解一元一次方程式解的意義。本基本學習內容幫助學生利用等量公理找出一元一次方程式的解。
- 97課綱(民國113年前國小仍使用97課綱編寫的課本)國小階段有引入利用等量公理解一元一次方程式的教材，但是只限於單步驟的問題情境，108課綱將等量公理移至國中一年級，建議教師進行完整教學。
- 可以用沙包、砝碼與天平來表徵一元一次方程式，其中用沙包來表徵未知數  $x$ ，因為沙包的重量是確定的，但是在沒有算出或秤出重量之前，並不知道沙包有多重；用1公克的砝碼來表徵已知數1，5個1公克的砝碼可以表徵數字5；用天平來表徵算式中的等號，透過兩邊一樣重的關係，溝通兩邊的數字一樣大。



- 學生主要的學習困難發生於應用等量公理找出一元一次方程式的解時，不知該選擇哪個物件、做哪個運算。在解方程式時，必須將方程式化簡為  $ax+b=cx+d$  之型式，才能利用等量公理求解。接續的思考焦點，先選取等號兩邊的最後運算物件，再利用等量公理進行該物件的逆運算。一般而言，我們習慣將常數的部分放在等號右邊，含有未知數的部分放在等號的左邊。
- 對於形如  $ax=b$ 、 $ax+b=0$  的簡易形式，學生應能達到熟練的程度，例如：解  $2x=5$  得到  $x=\frac{5}{2}$ 、解  $2x-7=0$  得到  $x=\frac{7}{2}$ 。
- 對於含一層括號，或等號兩邊皆有未知數的方程式，數字盡量簡單，原則上以整數為主，例如： $3(2x-1)=5$ 、 $2(3x-4)+7=2-(4x-5)$ ；方程式中若有分數，以兩邊同乘一個整數就能將分數化為整數為原則，例如  $\frac{3}{2}(2x-5)=3$ ，兩邊同乘 2 就能化成  $3(2x-5)=6$ 。
- 利用移項法則解題的步驟，可視為應用等量公理解題過程中，省略某些步驟後的結果，故移項法則並非必要的工具。
- 學生容易忘記移項法則所根據的原理為等量公理，單以口訣「移項後變號」的背誦解題，造成許多不必要的錯誤。例如，解  $2x=4$ ，誤用「移項後變號」，將正 2 移到等號右邊變成負 2，所以得到  $x=-2$ 。應避免學生以口訣「移項後變號」取代移項法則為等量公理應用。

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

### ◎活動 1

(1)  $5 \times 3 + 2$  和  $20 - 3$  一樣大？用算式怎麼記？

答： $5 \times 3 + 2$  和  $20 - 3$  一樣大，用算式記成  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$

(2)  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時加 6 後， $(5 \times 3 + 2) + 6$  和  $(20 - 3) + 6$  誰比誰大？用算式怎麼記？

我先算左邊：

$$(5 \times 3 + 2) - 4 = 17 - 4 = 13$$

再算右邊：

$$(20 - 3) - 4 = 17 - 4 = 13$$

發現兩邊答案相同，所以相等。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4。$$



我知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$  一樣大。

兩邊同時減 4，還是一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4。$$



答：一樣大，用算式記成  $(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6$

(3)  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時減 4 後， $(5 \times 3 + 2) - 4$  和  $(20 - 3) - 4$  誰比誰大？用算式怎麼記？

我先算左邊：

$$(5 \times 3 + 2) + 6 = 17 + 6 = 23$$

再算右邊：

$$(20 - 3) + 6 = 17 + 6 = 23$$

發現兩邊答案相同，所以一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6。$$



我知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$  一樣大。

兩邊同時加上 6，還是一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6。$$



答：一樣大，用算式記成  $(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4$

等式的兩邊同時加上或減去相同的數，等式兩邊一樣會相等。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生認識計算式中的等量公理。
2. 第(1)題給定  $5 \times 3 + 2$  和  $20 - 3$ ，要求學生判斷兩式是否一樣大，使用算式要如何記錄。

$5 \times 3 + 2$  和  $20 - 3$  都是 17 所以一樣大，可用算式紀錄成  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ 。

- 108 新課綱在國小學習階段並未學習等量公理的相關概念。本教材利用活動一，先引入算式的數值一樣，可用等於將式子連接，後續例題在引入加法、減法、乘法與除法的等量公理概念。

3. 第(2)題給定  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時加 6 後，要求學生判斷兩式是否一樣大，使用算式要如何記錄。

本教材提供兩個解法：

解法一：先將  $(5 \times 3 + 2) + 6$  算出來，再將  $(20 - 3) + 6$  算出來，發現兩式數值都為 23，

所以一樣大，再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6$ 。

解法二：由例題(1)，知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時加上 6 還是會一樣大，

再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6$ 。

4. 第(3)題給定  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時減 4 後，要求學生判斷兩式是否一樣大，使用算式要如何記錄。

本教材提供兩個解法：

解法一：先將  $(5 \times 3 + 2) - 4$  算出來，再將  $(20 - 3) - 4$  算出來，發現兩式數值都為 13，

所以一樣大，再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4$ 。

解法二：由例題(1)，知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時減 4 還是會一樣大，

再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4$ 。

5. 教師對話框說明只要是等式，加上或減去同樣的數字，等式兩邊會相等。

## 基本學習內容：AC-7-3-1

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

(4)  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時乘 5 後， $(5 \times 3 + 2) \times 5$  和  $(20 - 3) \times 5$  誰比誰大？用算式怎麼記？



我先算左邊：  
 $(5 \times 3 + 2) \times 5 = 17 \times 5 = 85$   
 再算右邊：  
 $(20 - 3) \times 5 = 17 \times 5 = 85$   
 發現兩邊答案相同，所以相等。  
 用算式記成：  
 $(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5$ 。

我知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$  一樣大。  
 兩邊同時乘 5，還是一樣大。  
 用算式記成：  
 $(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5$ 。



答：一樣大，用算式記成  $(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5$

等式的兩邊同時乘上一個相同的數，等式兩邊一樣會相等。



(5)  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時除以 4 後， $(5 \times 3 + 2) \div 4$  和  $(20 - 3) \div 4$  誰比誰大？用算式怎麼記？



我先算左邊：  
 $(5 \times 3 + 2) \div 4 = 17 \div 4 = \frac{17}{4}$   
 再算右邊：  
 $(20 - 3) \div 4 = 17 \div 4 = \frac{17}{4}$   
 用算式記成：  
 $(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4$ 。  
 發現兩邊答案相同，所以相等。

我知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$  一樣大。  
 兩邊同時除以 4，還是一樣大。  
 用算式記成：  
 $(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4$ 。



答：一樣大，用算式記成  $(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4$

等式的兩邊同時除以一個不為 0 的數，等式兩邊一樣會相等。







### 教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生認識計算式中的等量公理。
2. 第(5)題給定  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時乘以 5 後，要求學生判斷兩式是否一樣大，使用算式要如何記錄。

本教材提供兩個解法：

解法一：先將  $(5 \times 3 + 2) \times 5$  算出來，再將  $(20 - 3) \times 5$  算出來，發現兩式數值都為 85，

所以一樣大，再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5$ 。

解法二：由例題(1)，知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時乘以 5 還是會一樣大，

再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5$ 。

3. 教師對話框說明只要是等式，乘上同樣的數字，等式兩邊會相等。
4. 第(6)題給定  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時除以 4 後，要求學生判斷兩式是否一樣大，使用算式要如何記錄。

本教材提供兩個解法：

解法一：先將  $(5 \times 3 + 2) \div 4$  算出來，再將  $(20 - 3) \div 4$  算出來，發現兩式數值都為  $\frac{17}{4}$ ，

所以一樣大，再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4$ 。

解法二：由例題(1)，知道  $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，兩邊同時除以 4 還是會一樣大，

再用算式紀錄成  $(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4$ 。

5. 教師對話框說明只要是等式，兩邊同時除以一個不為零的數字，等式兩邊會相等。



基本學習內容：AC-7-3-1

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式



隨堂練習

(1) 已知  $17 \times 2 + 28 = 71 - 9$ ，請在下列各題的  $\square$  中填入適當的符號：

$(17 \times 2 + 28) + 15$ <input checked="" type="checkbox"/> $(71 - 9) + 15$	$(17 \times 2 + 28) - 10$ <input checked="" type="checkbox"/> $(71 - 9) - 10$
$(17 \times 2 + 28) + 13$ <input type="checkbox"/> $(71 - 9) + 17$	$(17 \times 2 + 28) - 8$ <input type="checkbox"/> $(71 - 9) - 11$
$(17 \times 2 + 28) \times 4$ <input checked="" type="checkbox"/> $(71 - 9) \times 4$	$(17 \times 2 + 28) \div 21$ <input type="checkbox"/> $(71 - 9) \div 11$
$(17 \times 2 + 28) \times 7$ <input type="checkbox"/> $(71 - 9) \times 12$	$(17 \times 2 + 28) \div 9$ <input checked="" type="checkbox"/> $(71 - 9) \div 9$





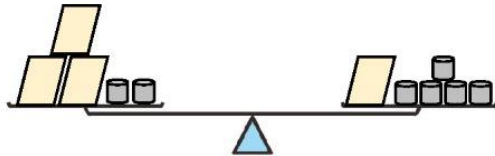
**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生認識計算式中的等量公理。
2. 隨堂練習給定一等式，要求學判斷等式的加法、減法、乘法及除法等量公理是否成立。

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

## ◎活動 2

在天平的左邊，放上 3 個一樣重的沙包和 2 個砝碼，每一個砝碼重 1 公克。  
 在天平的右邊，放上 1 個沙包和 5 個砝碼。  
 天平剛好平衡，天平兩邊的物品一樣重。假設沙包重  $x$  公克。  
 我們可以用算式  $3x + 2 = x + 5$  把天平兩邊一樣重的結果記下來。



(圖一)

- (1) 在圖一天平的兩邊各放上 3 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。  
 用算式怎麼記？

可以用算式  $(3x + 2) + 3 = (x + 5) + 3$   
 把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (2) 在圖一天平的兩邊各拿走 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。  
 用算式怎麼記？

可以用算式  $(3x + 2) - 2 = (x + 5) - 2$   
 把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (3) 在圖一天平的兩邊各放上 1 個沙包，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。  
 用算式怎麼記？

可以用算式  $(3x + 2) + x = (x + 5) + x$   
 把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (4) 在圖一天平的兩邊各拿走 1 個沙包，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。  
 用算式怎麼記？

可以用算式  $(3x + 2) - x = (x + 5) - x$   
 把天平兩邊一樣重的結果記下來。



等式的兩邊同時加上或減去相同的數，等式兩邊一樣會相等。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~6 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的加法與減法等量公理。
2. 本頁為活動二，天平上有一些重  $x$  克的沙包及重 1 克的砝碼，且可利用等式將天平的狀況記錄為  $3x+2=x+5$ 。
3. 第(1)題將天平兩邊各放上 3 個砝碼，要求學生使用算式記錄。  
可用算式紀錄成  $(3x+2)+3=(x+5)+3$ 。
4. 第(2)題將天平兩邊各拿走 2 個砝碼，要求學生使用算式記錄。  
可用算式紀錄成  $(3x+2)-2=(x+5)-2$ 。
5. 第(3)題將天平兩邊各放上放上一個沙包，要求學生使用算式記錄。  
可用算式紀錄成  $(3x+2)+x=(x+5)+x$ 。
6. 第(4)題將天平兩邊各拿走一個沙包，要求學生使用算式記錄。  
可用算式紀錄成  $(3x+2)-x=(x+5)-x$ 。
7. 教師對話框說明只要是等式，加上或減去同樣的數字，等式兩邊會相等。
  - 本頁透過天平上的  $x$  克沙包表徵  $x$ ，砝碼表徵 1，再透過天平兩邊加減同等量的沙包或者砝碼來引導出一元一次式的加法與減法等量公理。

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

### 隨堂練習

- (1) 在天平的左邊，放上 4 個一樣重的沙包和 3 個砝碼，每一個砝碼重 1 公克。  
在天平的右邊，放上 3 個沙包和 2 個砝碼。



天平剛好平衡，天平兩邊的物品一樣重。假設沙包重  $x$  公克。

- ①說說看，沙包跟砝碼的重量關係，用算式怎麼記？  
②在天平的兩邊各拿走 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。  
用算式怎麼記？

- (5) 甲原來不知道有多少元，乙給甲 3 元，最後甲有 5 元，請問甲原有多少元？

#### 解法一：

假設甲原有  $x$  元，我把  $x$  看成是沙包，數字 3 和 5 看成是砝碼，  
用天平表示「1 個沙包和 3 個砝碼合起來」和「5 個砝碼合起來」一樣重，  
天秤還是平衡。用算式表示： $x+3=5$



左右兩邊各拿掉 3 公克的砝碼，發現天平還是平平的。

用算式表示： $x+3-3=5-3$

左邊剩 1 個沙包，右邊剩 2 公克。用算式表示： $x=2$

由此可知：1 個沙包和 2 個砝碼一樣重，也就是甲原有 2 元。

#### 解法二：

假設甲原有  $x$  元，可以用算式： $x+3=5$  把題目記下來。

兩邊同時減 3，還是一樣大： $x+3-3=5-3$

計算後得： $x=2$ ，回到原題目， $x=2$

答：甲原有 2 元



### 教材內容說明：

1. 本教材第 4~6 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的加法與減法等量公理。
2. 隨堂練習給定一天平情境，要求學判斷一元一次式式的加法及減法等量公理是否成立。
3. 第(5)題給定一情境，甲不知道有多少錢，乙給甲 3 元，甲最後有 5 元，請問甲有多少錢？

本教材提供兩種解法：

方法一：使用天平表徵甲的情境，天平一邊的沙包是甲原有的錢，3 個砝碼表示乙給甲 3 元，另一邊是 5 個砝碼表示最後有 5 元。

透過天平可以知道左右兩邊若同時拿掉 3 個砝碼仍然平衡。

可列式為  $x+3-3=5-3$ ，最後得到  $x=2$ ，得知甲元有 2 元。

方法二：假設甲原有  $x$  元，依題意可列式  $x+3=5$ 。兩邊同時減 3 之後還是一樣大，

可列式為  $x+3-3=5-3$ ，最後得到  $x=2$ ，得知甲元有 2 元。

- 本教材提供天平來表徵等式，若學生無法理解解法二，建議老師回到解法一再次解釋，並利用天平的表徵看到等式，幫助學生解出未知數  $x$ 。

## 基本學習內容：AC-7-3-1

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

- (6) 一瓶橄欖油不知道幾毫升，用掉 180 毫升，還剩下 570 毫升，這瓶橄欖油原有多少毫升？

設橄欖油一瓶  $y$  毫升，

$$y - 180 = 570$$

$$y - 180 + 180 = 570 + 180$$

$$y = 750$$

兩邊同時加上 180，還是一樣大。



答：橄欖油原有 750 毫升

- (7) 求方程式  $x + 10 = 22$  的解。

$$x + 10 = 22$$

$$x + 10 - 10 = 22 - 10$$

$$x = 12$$

等式兩邊同時減去 10，使左邊只有  $x$ 。就能算出  $x$  是多少。



一個方程式若可以經過化簡為  $ax + b = 0$  或者  $ax = c$ ，我們稱為一元一次方程式  
例如：

方程式  $2x + 5 = 12$  可以化簡為  $2x = 7$

方程式  $100 - x = 15$  可以化簡為  $-x + 85 = 0$

- (8) 解一元一次方程式  $23 = x + 19$ 。

$$23 = x + 19$$

$$x + 19 = 23$$

$$x + 19 - 19 = 23 - 19$$

$$x = 4$$

等式兩邊同時減去 19，使右邊只有  $x$ 。就能算出  $x$  是多少。



答： $x = 4$

- (9) 解一元一次方程式  $2x - 5 = x + 15$ 。

$$2x - 5 = x + 15$$

$$2x - 5 + 5 = x + 15 + 5$$

$$2x = x + 20$$

$$2x - x = x + 20 - x$$

$$x = 20$$

等式兩邊同時加上 5。

等式兩邊同時  $-x$ 。



答： $x = 20$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 4~6 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的加法與減法等量公理。
2. 第(6)題給定一生活情境，一瓶橄欖油不知道幾毫升，用掉 180 毫升之後，剩下 570 毫升，問橄欖油有多少毫升。  
 假設橄欖油原本  $y$  毫升，依題意可列式  $y-180=570$ ，可透過等式兩邊同時加上 180，得到  $y=750$ 。橄欖油原有 750 毫升。  
 ● 若學生無法理解等式兩邊可以同時加上 180，教師可再回到前一例題，使用天平意象，幫助學生透過等量公理解出未知數。
3. 第(7)題給定  $x+10=22$ ，要求學生算出  $x$ 。  
 透過減法等量公理  $x+10-10=22-10$ ，可以計算出  $x=12$ 。  
 ● 若學生無法理解等式兩邊可以同時減掉 10，教師可再回到前一例題，使用天平意象，幫助學生透過等量公理解出未知數。
4. 定義框定義一元一次方程式可以透過化簡為  $ax+b=0$  或  $ax=c$ 。
5. 第(8)題給定  $23=x+19$ ，要求學生算出  $x$ 。  
 $23=x+19$  可改寫成  $x+19=23$ ，透過減法等量公理  $x+19-19=23-19$ ，可以計算出  $x=4$ 。  
 ● 教師可幫助學生觀察算式，透過等量公理的減法可以計算出未知數  $x$ 。
6. 第(9)題給定  $2x-5=x+15$ ，要求學生算出  $x$ 。  
 $2x-5=x+15$  透過加法等量公理算式可寫成  $2x-5+5=x+15+5$ ，  
 $2x=x+20$  透過減法等量公理算式可寫成  $2x-x=x+20-x$ ，得到  $x=20$ 。  
 ● 教師可幫助學生觀察算式，先透過加法等量公理將係數消去，將等式的一邊留下一次式，再利用減法等量公理，計算出未知數  $x$ 。

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

## ◎活動 3

在天平的左邊，放上 1 個一樣重的沙包和 2 個砝碼，每一個砝碼重 1 公克。

在天平的右邊，放上 2 個砝碼。

天平剛好平衡，天平兩邊的物品一樣重。假設沙包重  $x$  公克。

我們可以用算式  $x+2=2$  把天平兩邊一樣重的結果記下來。

- (1) 在天平的兩邊再放上 1 個沙包跟 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式  $(x+2) \times 2 = 2 \times 2$   
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (2) 在天平的兩邊拿走一半，包括 1 個沙包跟 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式  $(x+2) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2}$   
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (3) 在天平的兩邊分成 3 份，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式  $(x+2) \div 3 = 2 \div 3$   
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



除以 3 與乘  $\frac{1}{3}$  相同，

我也可以用算式  $(x+2) \times \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$  來表示。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~10 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的乘法與除法等量公理。

2. 本頁為活動三，天平左邊有 1 個沙包和 2 個砝碼，右邊有 2 個砝碼，

可利用等式將天平的狀況記錄為  $x+2=2$ 。

3. 第(1)題將天平兩邊再各多放上 1 個沙包與 2 個砝碼，要求學生使用算式記錄。

可用算式紀錄成  $(x+2) \times 2 = 2 \times 2$ 。

4. 第(2)題將天平兩邊各拿走一半，要求學生使用算式要如何記錄。

可用算式紀錄成  $(x+2) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2}$ 。

5. 第(3)題將天平兩邊各分成 3 份，要求學生使用算式要如何記錄。

可用算式紀錄成  $(x+2) \div 3 = 2 \div 3$ 。

因為除以 3 與乘以  $\frac{1}{3}$  相同，可用算式記錄成  $(x+2) \times \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$ 。

## 基本學習內容：AC-7-3-1

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

- (4) 書涵在天平的一邊放上 4 個一樣重的沙包和 6 個砝碼，岱霖在天平的一邊放上 2 個沙包和 8 個砝碼，發現天秤兩端保持平衡，已知 1 個砝碼重 1 公克，沙包有多重？



假設一個沙包重  $x$  公克，  
我用算式把天平兩邊平衡的結果記下來。

$$4x + 6 = 2x + 8$$

$$4x + 6 = 2x + 8$$

$$4x + 6 - 6 = 2x + 8 - 6$$

$$4x = 2x + 2$$

$$4x - 2x = 2x + 2 - 2x$$

$$2x = 2$$

$$2x \div 2 = 2 \div 2$$

$$x = 1$$

左右兩邊各拿掉 6 公克的砝碼，天平依然保持平衡，就是同時減掉 6，兩邊還是一樣重。

左右兩邊各拿掉 2 個沙包，天平依然保持平衡，就是同時減掉  $2x$ ，兩邊還是一樣重。

左右兩邊同時分一半，天平依然保持平衡，就是同時除以 2，兩邊還是一樣重。

一個沙包和 1 個砝碼一樣重。

答：沙包重 1 公克

- (5) 大雄國小畢業時身高 142 公分，從國中開始平均每年長高  $x$  公分，三年後國中畢業已經有 160 公分，則大雄平均每年長高幾公分？

先依題意列式，再算算看。

$$142 + 3 \times x = 160$$

$$142 + 3 \times x - 142 = 160 - 142$$

$$3 \times x = 18$$

$$3 \times x \div 3 = 18 \div 3$$

$$x = 6$$

等式兩邊同時減掉 142。

等式兩邊同時  $\div 3$ 。

答：大雄平均每年長高 6 公分



### 教材內容說明：

1. 本教材第 7~10 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的乘法與除法等量公理。
2. 第(4)題給定一天平情境，一邊放 4 個重  $x$  克的沙包與 6 個重 1 克的砝碼，一邊放 2 個重  $x$  克的沙包與 8 個砝碼，要求學生計算出沙包重量。

依題意可將天平記錄成  $4x+6=2x+8$  再依減法等量公理，兩邊同時減 6，

記錄成  $4x+6-6=2x+8-6$ ，兩邊同時減  $2x$ ，記錄成  $4x-2x=2x+2-2x$ ，

再依除法等量公理，兩邊同時除以 2， $2x\div 2=2\div 2$ ，得到  $x=1$ 。

- 本題不直接引入生活情境或數學式，而是使用天平的情境，幫助學生看到平衡的天平兩邊，同時減去某數或某未知數、除以某數仍會維持平衡，進一步使用此概念進行等量公理得應用。

3. 第(5)題給定一生活情境，大雄國小畢業身高 142 公分，國中每年平均長高  $x$  公分，三年後身高 160 公分，平均每年長高幾公分？

依題意可列式  $142+3\times x=160$ ，透過等量公理同時減去 142，得到  $3x=18$ ，

等式兩邊再除以 3，得到  $x=6$ ，平均每年長高 6 公分。

- 此處列式並未將  $3\times x$  簡記成  $3x$ ，而是透過  $\times$  號，幫助學生使用除法等量公理。
- 本題學生很容易使用小學經驗，直接使用  $(160-142)\div 3=6$ ，雖然此方法可以得到答案，但教師仍應幫助學生在此題列出一元一次方程式，再透過等量公理求出未知數  $x$ 。

基本學習內容：AC-7-3-1

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

(6) 解一元一次方程式  $7x - 2 = 26$ 。

$$7x - 2 = 26$$

$$7x - 2 + 2 = 26 + 2$$

$$7x \div 7 = 28 \div 7$$

$$x = 4$$

等式兩邊同時加上 2，使左邊只有  $7x$ 。就能算出  $7x$  是多少。

等式兩邊同時  $\div 7$ ，使左邊只有  $x$ 。就能算出  $x$  是多少。



答： $x = 4$

(7) 小米全家去看電影，全票比優待票的兩倍多 30 元，如果全票一張 180 元，那麼優待票一張為多少元？

先假設未知數，依題意列式，再算算看。



設優待票一張  $x$  元，全票  $2x + 30$  元

$$2x + 30 = 180$$

$$2x + 30 - 30 = 180 - 30$$

$$2x = 150$$

$$2x \div 2 = 150 \div 2$$

$$x = 75$$

等式兩邊同時  $- 30$ ，使左邊只有  $2x$ 。就能算出  $2x$  是多少。

等式兩邊同時  $\div 2$ ，使左邊只有  $x$ 。就能算出  $x$  是多少。



答：優待票 75 元

(8) 一隻熊娃娃賣若干元，小熙買了 2 隻，又買了 1 本 800 元的書；曉妍買 4 隻，發現兩人付的錢一樣多，1 隻熊娃娃賣幾元？

先假設未知數，依題意列式，再算算看。



假設一隻熊娃娃賣  $x$  元

$$2x + 800 = 4x$$

$$2x + 800 - 2x = 4x - 2x$$

$$800 = 2x$$

$$2x = 800$$

$$2x \div 2 = 800 \div 2$$

$$x = 400$$

等式兩邊同時  $- 2x$ 。

等式兩邊同時  $\div 2$ ，使左邊只有  $x$ 。就能算出  $x$  是多少。



答：熊娃娃賣 400 元





### 教材內容說明：

1. 本教材第 7~10 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的乘法與除法等量公理。

2. 第(6)題給定  $7x-2=26$ ，要求學生計算出  $x$ 。

透過加法等量公理兩邊同時加上 2，列式  $7x-2+2=26+2$  再透過除法等量公理，

兩邊同時除以 7， $7x \div 7 = 28 \div 7$ ，計算出  $x=4$ 。

●教師應幫助學生看到，我們先透過加減法的等量公理將常數項去除後，得到  $7x=28$ ，

也就是  $ax=c$  的形式，再透過除法等量公理的運算，得到  $x=4$ ，即  $x=\frac{c}{a}$ 。

3. 第(7)題給定一生活情境，電影票全票比優待票的兩倍多 30 元，若全票一張 180 元，優待票一張多少錢？

先假設優待票每張  $x$  元，全票每張  $2x+30$  元，依題意列式  $2x+30=180$ ，再透過等量公理同時減去 30，得到  $2x=150$ ，再透過除法等量公理，兩邊同時除以 2，計算出  $x=75$ 。

●教師應幫助學生觀察算式，透過兩邊同時減去 30，就能得到  $ax=c$  的形式，進而求出  $x=\frac{c}{a}$ 。

4. 第(8)題給定一生活情境，小熙買 2 隻熊娃娃和 1 本 800 元的書和曉妍買 4 隻熊娃娃的錢一樣多，要求學生計算熊娃娃一隻多少錢。

假設熊娃娃一隻  $x$  元，依題意列式  $2x+800=4x$ ，再透過等量公理同時減去  $2x$ ，得到  $2x=800$ ，再透過除法等量公理，兩邊同時除以 2，計算出  $x=400$ 。

●教師應幫助學生觀察算式，透過兩邊同時減去  $2x$ ，就能得到  $ax=c$  的形式，進而求出  $x=\frac{c}{a}$ 。

●本題學生很容易使用小學經驗，直接使用  $800 \div (4-2) = 400$ ，雖然此方法可以得到答案，但教師仍應幫助學生在此題列出一元一次方程式，再透過等量公理求出未知數  $x$ 。



基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式



## 隨堂練習

(1) 用等量公理算算看， $x$  或  $y$  是多少？

①  $x - 5 = -5$      $x = 0$

②  $x + 115 = 500$      $x = 385$

③  $2x - 15 = x + 25$      $x = 40$

④  $x \times 3 = 120$      $x = 40$

⑤  $-6x = 3x + 9$      $x = -1$

⑥ 小惠 每個月存若干元，存了半年後，共存 5100 元，黛林 每個月存多少元？

850 元

⑦ 戀愛巴士分組活動，男生分成 2 組，每組  $y$  人，女生分成 3 組，每組 5 人，本次參加活動共 35 人，男生一組有多少人？ 10 人

⑧ 一個蘋果比一個梨子貴 10 元，買 5 個蘋果和 3 個梨子要付 250 元，問一個蘋果是多少元？ 35 元



**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~10 頁的教學重點是幫助學生認識一元一次式中的乘法與除法等量公理。
2. 隨堂練習給定數個一元一次方程式及生活情境，要求學生計算出未知數。

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

### ◎活動 4

(1) 解一元一次方程式  $x - 15 = 32$ 。

$$\begin{aligned} x - 15 &= 32 \\ x - 15 + 15 &= 32 + 15 \\ x &= 32 + 15 \end{aligned}$$

由等量公理解題的過程，

我發現，

左邊的  $-15$  (減 15) 搬到右邊變成  $+15$  (加 15)，  
我們可以省略  $x - 15 + 15 = 32 + 15$  的算式，  
就可以直接求出答案  $x = 47$



答： $x = 47$

(2) 解一元一次方程式  $17 = x + 9$ 。

$$\begin{aligned} 17 &= x + 9 \\ x + 9 &= 17 \\ x + 9 - 9 &= 17 - 9 \\ x &= 17 - 9 \end{aligned}$$

由等量公理解題的過程，

我發現，

左邊的  $+9$  (加 9) 搬到右邊變成  $-9$  (減 9)，  
我們可以省略  $x + 9 - 9 = 17 - 9$  的算式，  
就可以直接求出答案  $x = 8$



答： $x = 8$

(3) 解一元一次方程式  $x + 10 = 28$ 。

$$\begin{aligned} x + 10 &= 28 \\ x &= 28 - 10 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

左邊的  $+10$  (加 10) 搬到右邊變成  $-10$  (減 10)  
就可以直接求出答案  $x = 18$



答： $x = 18$

(4) 解一元一次方程式  $15 = x - 9$ 。

$$\begin{aligned} 15 &= x - 9 \\ x - 9 &= 15 \\ x - 9 + 9 &= 15 + 9 \\ x &= 26 \end{aligned}$$

左邊的  $-9$  (減 9) 搬到右邊變成  $+9$  (加 9)，  
就可以直接求出答案  $x = 26$ 。



答： $x = 26$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 11~12 頁的教學重點是幫助學生透過等量公理認識移項法則。

2. 第(1)題給定  $x-15=32$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第一式： $x-15=32$

第二式： $x-15+15=32+15$ ，透過加法等量公理兩邊同時加上 15

第三式： $x=32+15$

觀察第一式與第三式，發現左邊的減 15( $-15$ )，搬到右邊變成加 15( $+15$ )，

因此可直接求出  $x=47$ 。

●透過此例，教師應幫助學生認識移項法則是等量公理的化簡。

3. 第(2)題給定  $17=x+9$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第二式： $x+9=17$

第三式： $x+9-9=17-9$ ，透過減法等量公理兩邊同時減掉 9

第四式： $x=17-9$

觀察第二式與第四式，發現左邊的加 9( $+9$ )，搬到右邊變成減 9( $-9$ )，

因此可直接求出  $x=17-9=8$ 。

●透過此例，教師應幫助學生認識移項法則是等量公理的化簡。

●若學生已熟悉等量公理的運算，也可以使用  $17=x+9$  來計算，

不需將算式改記成  $x+9=17$ 。

4. 第(3)題給定  $x+10=28$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第一式： $x+10=28$

第二式： $x=28-10$

觀察第一式與第二式，發現左邊的加 10( $+10$ )，搬到右邊變成減 10( $-10$ )，

因此可直接求出  $x=28-10=18$ 。本題為移項法則的應用。

5. 第(4)題給定  $15=x-9$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第二式： $x-9=15$

第三式： $x=15+9$

直接觀察第二式與第三式，發現左邊的減 9( $-9$ )，搬到右邊變成加 9( $+9$ )，

因此可直接求出  $x=15+9=24$ 。本題為移項法則的應用。

●若學生已熟悉等量公理的運算，也可以使用  $15=x-9$  來計算，不需將算式改記成  $x-9=15$ 。

基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式

(5) 解一元一次方程式  $5x - 2 = 28$ 。

$$\begin{aligned} 5x - 2 &= 28 \\ 5x &= 28 + 2 \\ 5x &= 30 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

將右邊的  $-2$  (減 2) 搬到左邊變成  $+2$  (加 2)。

將右邊的  $5$  倍，搬到左邊變成  $\div 5$  (除以 5)。



答： $x = 6$

(6) 解一元一次方程式  $2x + 600 = 4x$ 。

$$\begin{aligned} 2x + 800 &= 4x \\ 600 &= 4x - 2x \\ 600 &= 2x \\ 2x &= 600 \\ x &= 600 \div 2 \\ x &= 300 \end{aligned}$$

將右邊的  $-2x$  (減  $2x$ ) 搬到左邊變成  $+2x$  (加  $2x$ )。

將右邊的  $2$  倍，搬到右邊變成  $\div 2$  (除以 2)。



答： $x = 300$

(7) 解一元一次方程式  $2x - 3 = x - 1$ 。

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= x - 1 \\ 2x &= x - 1 + 3 \\ 2x &= x + 2 \\ 2x - x &= 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

由解題過程我發現，將左邊  $-3$  (減 3) 搬到右邊變成  $+3$  (加 3)。

由解題過程我發現，右邊  $x$  搬到左邊變成  $-x$  (減  $x$ )。



答： $x = 2$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 11~12 頁的教學重點是幫助學生透過等量公理認識移項法則。

2. 第(5)題給定  $5x-2=28$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第一式： $5x-2=28$

第二式： $5x=28+2$ ，左邊的加 2(+2)，搬到右邊變成減 2(-2)

第三式： $x=30\div5$ ，左邊的 5 倍，搬到右邊變成除以 5( $\div5$ )

第四式： $x=6$

●透過此例，教師應幫助學生認識移項法則是等量公理的化簡。

3. 第(6)題給定  $2x+600=4x$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第二式： $600=4x-2x$ ，左邊的 +2x，搬到右邊變成 -2x

第四式： $2x=600$

第五式： $x=600\div2$ ，左邊的 2 倍，搬到右邊變成除以 2( $\div2$ )

第六式： $x=300$

●透過此例，教師應幫助學生認識移項法則是等量公理的化簡。

●若學生已熟悉等量公理的運算，也可以使用  $600=2x$  來計算，

不需將算式改記成  $2x=600$ 。

4. 第(7)題給定  $2x-3=x-1$ ，要求學生計算出  $x$ 。

第二式： $2x=x-1+3$ ，左邊減 3(-3)，搬到右邊變成加 3(+3)

第三式： $2x=x+2$

第四式： $2x-x=2$ ，右邊的  $x$ ，搬到左邊變成  $-x$

第五式： $x=2$ ，左邊的 2 倍，搬到右邊變成除以 2( $\div2$ )

●透過此例，教師應幫助學生認識移項法則是等量公理的化簡。

●教師應幫助學生觀察算式，透過兩邊同時減去 3，就能得到  $2x=x+2$  ( $ax=bx+c$  的形式)，

再透過兩邊同時減去  $x$ ，得到  $x=2$ 。



基本學習內容：AC-7-3-1 理解等量公理，並利用等量公理解一元一次方程式



## 小試身手

1. 用等量公理算算看， $x$  或  $y$  是多少？

①  $18 - x = -2$      $x = 20$

②  $x - 5 = 17$      $x = 22$

③  $x \times 15 = 60$      $x = 4$

④  $20 = x - 5$      $x = 25$

⑤  $x + 3 = -6$      $x = -9$

⑥  $15 = -x \times 5$      $x = -3$

⑦  $x \div 5 = 17$      $x = 85$

2. 解下列一元一次方程式

①  $18 - 3x = -2$      $x = \frac{20}{3}$

②  $-2x - 5 = 17$      $x = -11$

③  $15 - 3x = 2x$      $x = 3$

④  $2x + 5 = -8x$      $x = -\frac{1}{2}$

3. 解下列一元一次方程式

①  $2x - 8 = x + 15$      $x = 23$

②  $3x - 15 = -2x + 10$      $x = 5$

③  $3 - 8x = x - 15$      $x = 2$

④  $4x - 10 = x + 11$      $x = 7$



**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手針對本基本學習內容做綜合練習
2. 第(1)題給定 $x$ 項係數為1的一元一次方程式，做等量公理的練習。
3. 第(2)題給定 $x$ 項係數非為1的一元一次方程式，做等量公理的練習。
4. 第(3)題給定等式兩邊皆有 $x$ 項，且係數非為1的一元一次方程式，做等量公理的練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

