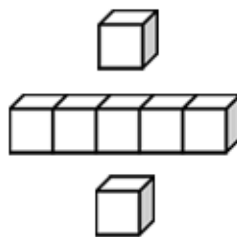


# 基本學習內容：AC-7-5-1

代入消去法或加減消去法

解二元一次聯立方程式

【教師版】



**學習內容：**

**A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：**代入消去法；加減消去法；應用問題。

**基本學習內容：**

AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式。

**基本學習表現：**

ACP-7-5-1-1 能用代入消去法和加減消去法解二元一次聯立方程式。

ACP-7-5-1-2 能解決生活情境中列出的二元一次聯立方程式。

**概要說明：**

■ 本基本學習內容AC-7-5-1為AC-7-4-2之後續學習概念，故學生應該已能利用等量公理或移項法則解一元一次方程式。本基本學習內容幫助學生利用代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式。

■ 代入消去法在解二元一次聯立方程式上，應用性較低，主要是因為計算複雜度往往較高。

以下列二元一次聯立方程式為例：

$$\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x-5y=8 \end{cases}$$

如果利用代入消去法來解題，則計算過程中會牽涉到分數的運算，導致很複雜。

然而，代入的方法在後續數學學習中反覆出現，故可儘量安排簡易的數值，

讓學生經歷代入的方法，例如：

$$\begin{cases} y=x \\ 2x+3y=10 \end{cases}, \begin{cases} y=2x \\ 2x+3y=1 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} y=x+5 \\ 3x-y=1 \end{cases}$$

當以  $y=mx+n$  代入另一式時， $m$ 、 $n$  以整數為原則。



- 本基本學習內容教學重點是讓學生學會解二元一次聯立方程式的方法，故盡量減少不必要的式子運算，需要去括號、同類項合併的式子都應避免。

- 遇到形如  $\begin{cases} y-x=3 \cdots (1) \\ 1-2y=-x \cdots (2) \end{cases}$  的二元一次聯立方程式時，若可由某式直接得到  $y$  為  $x$  或者  $x$  為  $y$  的關係式(例如：由(1)式得  $y=x+3$ )，則可讓學生以代入消去法解題，或者整理成下列型式  $\begin{cases} -x+y=3 \cdots (3) \\ x-2y=-1 \cdots (4) \end{cases}$  再利用加減消去法來解題。

- 遇到形如  $\begin{cases} 2x+3y=5 \cdots (1) \\ 3x+5y=6 \cdots (2) \end{cases}$  方程式未排成  $y=ax+b$  或  $x=ay+b$  的形式時，學生運用代入消去法整理式子時可能因為移項或等量公理的處理步驟增加造成計算錯誤。

例如： $\begin{cases} 2x+3y=5 \cdots (1) \\ 3x+5y=6 \cdots (2) \end{cases}$ 。

由(1)式得  $x = \frac{5-3y}{2} \cdots (3)$ ，再將(3)式代入(2)解  $y$ ，將會面臨分數的四則運算，此類問題請學生直接以加減消去法解二元一次聯立方程式。



基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

## ◎複習活動-列二元一次聯立方程式

(1)小禾到超商購買 15 元關東煮和 20 元果汁，共花掉 120 元，已經知道小禾關東煮和果汁總共買了 7 樣，請問小禾買了幾支關東煮？幾瓶果汁？  
請依題意列出符合題目的二元一次聯立方程式。

解：

設小禾買了  $x$  支關東煮， $y$  瓶果汁以總支付額的二元一次方程式： $15x + 20y = 120$ 以總數量的二元一次方程式： $x + y = 7$ 合併上列列式為  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases}$  即為二元一次聯立方程式。

(2)小禾和小秣兩兄弟存錢準備添購魔術方塊，小禾發現他的存款是小秣的 2 倍，且他們兩人總共存了 240 元，請問小禾和小秣各存了多少元？請列出題意的二元一次聯立方程式。

解：

假設小禾存款  $x$  元，小秣存款  $y$  元存款關係的二元一次方程式： $x = 2y$ 以總數量的二元一次方程式： $x + y = 240$ 合併上列列式為  $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 240 \end{cases}$  即為二元一次聯立方程式。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 頁的教學重點是複習列二元一次聯立方程式，幫助學生列二元一次聯立方程式。

2. 第(1)題給定給定一生活情境，關東煮一支 15 元，果汁一瓶 20 元，共花了 120 元，小禾一共買了 7 樣，問買了幾支關東煮和幾瓶果汁，要求學生依題意列出二元一次聯立方程式。

共買 7 樣可以列出  $x + y = 7$ ，

共花 120 可以列出  $15x + 20y = 120$ ，

將上面兩式併列得到  $\begin{cases} x + y = 7 \\ 15x + 20y = 120 \end{cases}$ 。

3. 第(2)題給定一生活情境，小禾存款是小秣的兩倍，兩人共存 240 元，請問兩人分別存多少錢，依題意列出二元一次聯立方程式。

假設小禾存款  $x$  元，小秣存款  $y$  元，

依存款關係可列式  $x = 2y$ ，

依總金額可列式  $x + y = 240$ ，

將上面兩式併列得到  $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 240 \end{cases}$ 。



基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

## ◎二元一次聯立方程式的解

(1) 試求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x+y=50 \\ 2x+y=70 \end{cases}$  的解。

解法一：

由第一個  $x+y=50$  式子，我們可以列出  $x$  和  $y$  的解為下列：

$x$	...	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
$y$	...	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	...

從上方，我們可以發現此  $x+y=50$  二元一次方程式的解有無限多組。

由第二個  $2x+y=70$  式子，我們可以列出  $x$  和  $y$  的解為下列：

$x$	...	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
$y$	...	48	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	...

再由從上方，我們可以發現此  $2x+y=70$  二元一次方程式的解仍有無限多組。

其中  $x=20$ ， $y=30$  是  $x+y=50$  的解，也是  $2x+y=70$  的解，

我們稱  $x=20$ ， $y=30$  是  $\begin{cases} x+y=50 \\ 2x+y=70 \end{cases}$  的解。

其次  $x=11$ ， $y=39$  是  $x+y=50$  的解，但不是  $2x+y=70$  的解，

我們稱  $x=11$ ， $y=39$  不是  $\begin{cases} x+y=50 \\ 2x+y=70 \end{cases}$  的解。



### 教材內容說明：

1. 本教材 2~4 頁的教學重點是透過生活情境幫助學生理解二元一次聯立方程式解的意義。
2. 第(1)題給定一生活情境，小禾買了 1 支原子筆和 1 個立可帶共付 50 元，小秣買了 2 支原子筆和 1 個立可帶共付 70 元，請問 1 支原子筆和 1 個立可帶分別多少錢？

依題意列出二元一次聯立方程式 
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases}。$$

本教材提供三種解法：

解法一：



分別在表格中列出  $x + y = 50$  及  $2x + y = 70$  的許多組解，

其中  $x = 20$ 、 $y = 30$  是  $x + y = 50$  的解，也是  $2x + y = 70$  的解。






我們稱  $x = 20$ 、 $y = 30$  是 
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases}$$
 的解。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

解法二：

我們以  線段長度代表  $x$  元，以  線段長度代表  $y$  元

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases} \text{ 可表示為 } \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{blue} \quad \text{red} \\ \text{blue} \quad \text{red} \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 50 \\ 70 \end{array}$$

我們可以發現  $2x + y$  的線段長比  $x + y$  的線段長多出 ，利用下方總線段長減掉上方總線段長可得到  線段長其數值相差  $70 - 50 = 20$ ，得到  長度為 20其次，再由   長度為 50，其中  長度為 20，得到  長度為 30即  $x = 20$ ， $y = 30$ 。

上、下兩線段總長均具紅色線段長，為刪除紅色線段長，以下方線段總長減去上方線段總長





### 教材內容說明：

1. 本教材 2~4 頁的教學重點是透過生活情境幫助學生理解二元一次聯立方程式解的意義。
2. 第(1)題給定一生活情境，小禾買了 1 支原子筆和 1 個立可帶共付 50 元，小秣買了 2 支原子筆和 1 個立可帶共付 70 元，請問 1 支原子筆和 1 個立可帶分別多少錢？

依題意列出二元一次聯立方程式 
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases}$$

本教材提供三種解法：

解法二：

透過兩種不同的線段表徵  $x$  元及  $y$  元。

透過圖示，可以發現多出的線段是  $x$ ，數值相差是  $70 - 50 = 20$ ，代表  $x = 20$ 。

再透過  $x + y = 50$  的線段，得到  $y = 30$ 。



基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

解法三：

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases} \quad \text{利用等量公理消除 } y$$

$$(2x + y) - (x + y) = 70 - 50 \quad \leftarrow \text{因為 } x+y=50, \text{ 原等式左邊減 } x+y, \text{ 右邊減 } 50$$

$$(2x - x) + (y - y) = 20$$

$$x + 0y = 20$$

$$x = 20$$

$$20 + y = 50$$

$$20 + y - 20 = 50 - 20$$

$$y = 30$$

因此我們得到  $x = 20$ ， $y = 30$ 。

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases} \quad \text{利用等量公理消除 } x$$

$$(2x + y) - 2(x + y) = 70 - 2 \times 50$$

$$(2x + y) + (-2x - 2y) = 70 - 100$$

$$(2x - 2x) + (y - 2y) = 30$$

$$0x - y = -30$$

$$y = 30$$

$$x + 30 = 50$$

$$x + 30 - 30 = 50 - 30$$

$$x = 20$$

因此我們得到  $x = 20$ ， $y = 30$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材 2~4 頁的教學重點是透過生活情境幫助學生理解二元一次聯立方程式解的意義。
2. 第(1)題給定一生活情境，小禾買了 1 支原子筆和 1 個立可帶共付 50 元，小秣買了 2 支原子筆和 1 個立可帶共付 70 元，請問 1 支原子筆和 1 個立可帶分別多少錢？

依題意列出二元一次聯立方程式 
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases}。$$

本教材提供三種解法：

解法三：

(1)利用等量公理清除  $y$

觀察二元一次聯立方程式將  $2x + y = 70$  減掉  $x + y = 50$ ，列出  $(2x + y) - (x + y) = 70 - 50$ ，得到  $x = 20$ ，再將  $x = 20$  代回  $x + y = 50$ ，得到  $y = 30$ 。

(2)利用等量公理清除  $x$

觀察二元一次聯立方程式將  $2x + y = 70$  減掉  $2(x + y) = 2 \times 50$ ，

列出  $(2x + y) - 2(x + y) = 70 - 2 \times 50$ ，得到  $y = 30$ ，再將  $y = 30$  代回  $x + y = 50$ ，得到  $x = 20$ 。

- 若學生無法利用等量公理解出答案，教師應幫助學生回到二元一次式的單元，熟練二元一次式的運算。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

## ◎解二元一次聯立方程式

(1)求二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ 的解。

解： $\begin{cases} x-y=1 \dots\dots ① \\ 2x+y=8 \dots\dots ② \end{cases}$ ，我們可以發現，

若要減少未知數，我們可以直接透過兩式相加，則可刪除  $y$  項

因此運用②式+①式，得知

$$(2x+y)+(x-y)=1+8$$

$$(2x+x)+[y+(-y)]=1+8$$

$$3x=9$$

$x=3$  將此代入①式

$$3-y=1$$

$$y=2$$

(2)求二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 15x+20y=120 \\ x+y=7 \end{cases}$ 的解。

解法一：

$\begin{cases} 15x+20y=120 \\ x+y=7 \end{cases}$  我們可以發現，若要減少未知數，有三種方式：

其一是等量公理

$$(15x+20y)-15(x+y)=120-7 \times 15$$

$$(15x-15x)+20y-15y=120-105$$

$$5y=15$$

$$y=3$$

$y=3$  將此代入②式

$$x+3=7$$

$$x=4$$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是幫助學生利用加減消去法解出二元一次聯立方程式。

2. 第(1)題給定  $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

我們可以透過減少未知數，來解出二元一次方程式的答案。

3. 透過觀察  $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ ，發現  $y$  的係數為 -1 與 1，可以透過兩式相加將未知數  $y$  消去，

得到  $x = 3$ ，再代入  $x - y = 1$ ，得到  $y = 2$ 。

4. 第(2)題給定  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

本教材提供三個解法來減少未知數，

解法一：利用等量公理減少未知數

我們可以透過減少未知數，來解出二元一次方程式的答案。

透過觀察  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases}$ ，利用等量公理列出  $(15x + 20y) - 15(x + y) = 120 - 15 \times 7$

得到  $y = 3$ ，再代入  $x + y = 7$ ，得到  $x = 4$ 。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

解法二：
$$\begin{cases} 15x + 20y = 120 \dots\dots ① \\ x + y = 7 \dots\dots ② \end{cases}$$

我們可以②式 $\times 20$ 後，再與①式相減，即可刪除 $y$ 項

因此運用②式 $\times 20$ ，得知 $20x + 20y = 140 \dots\dots ③$

③式 $-$ ①式，得知③

$$\begin{aligned} (20x + 20y) - (15x + 20y) &= 140 - 120 \\ (20x - 15x) + (20y - 20y) &= 140 - 120 \\ 5x &= 20 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$x = 4$ 將此代入②式

$$\begin{aligned} 4 + y &= 7 \\ y &= 3 \end{aligned}$$



解法三：我們可以②式 $\times 15$ 後，再與①式相減，即可刪除 $x$ 項

因此運用②式 $\times 15$ ，得知 $15x + 15y = 105 \dots\dots ③$

①式 $-$ ③式，得知

$$\begin{aligned} (15x + 20y) - (15x + 15y) &= 120 - 105 \\ (15x - 15x) + (20y - 15y) &= 120 - 105 \\ 5y &= 15 \end{aligned}$$

$y = 3$ 將此代入②式

$$\begin{aligned} x + 3 &= 7 \\ x &= 4 \end{aligned}$$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是幫助學生利用加減消去法解出二元一次聯立方程式。
2. 第(2)題給定  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

本教材提供三個解法來減少未知數，

解法二:先消去未知數  $y$

透過觀察  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases}$ ，我們可以將  $x + y = 7$  乘以 20，得到  $20x + 20y = 140$ ，

再將此式減去  $15x + 20y = 120$ ，得到  $x = 4$ ，再代入  $x + y = 7$ ，得到  $y = 3$ 。

- 若學生無法判斷如何進行式子的運算，教師可將兩式寫一起  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 20x + 20y = 140 \end{cases}$ ，

幫助學生觀察係數，進而透過兩式相減，消去未知數  $y$ 。

解法三:先消去未知數  $x$

透過觀察  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases}$ ，我們可以將  $x + y = 7$  乘以 15，得到  $15x + 15y = 105$ ，

再利用  $15x + 20y = 120$  減去  $15x + 15y = 105$ ，得到  $y = 3$ ，再代入  $x + y = 7$ ，得到  $x = 4$ 。

- 若學生無法判斷如何進行式子的運算，教師可將兩式寫一起  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 15x + 15y = 105 \end{cases}$ ，

幫助學生觀察係數，進而透過兩式相減，消去未知數  $x$ 。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

(3)求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 3x + 7y = 45 \end{cases}$  的解。

解法一：  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 3x + 7y = 45 \end{cases}$

其一是等量公理



$$\begin{aligned} (15x + 20y) - 5(3x + 7y) &= 120 - 5 \times 45 \\ (15x - 15x) + (20y - 35y) &= 120 - 225 \\ -15y &= 105 \\ y &= 7 \\ 3x + 7 \times 7 &= 45 \\ 3x + 49 &= 45 \\ 3x &= -4 \\ x &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

解法二：  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \dots\dots ① \\ 3x + 7y = 45 \dots\dots ② \end{cases}$

其二是先消去  $x$



$$\begin{aligned} ② \text{式} \times 5 \text{ 得到 } 15x + 35y &= 225 \dots\dots ③ \\ ③ \text{式} - ① \text{式} \\ (15x + 35y) - (15x + 20y) &= 225 - 120 \\ (15x - 15x) + (35y - 20y) &= 105 \\ 15y &= 105 \\ y &= 7 \\ y = 7 \text{ 將此代入 } ② \text{式} \\ 3x + 7 \times 7 &= 45 \\ 3x + 49 &= 45 \\ 3x &= -4 \\ x &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是幫助學生利用加減消去法解出二元一次聯立方程式。
2. 第(3)題給定  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 3x + 7y = 45 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

本教材提供兩個解法來減少未知數，

解法一：利用等量公理減少未知數

透過觀察  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 3x + 7y = 45 \end{cases}$ ，利用等量公理列出  $(15x + 20y) - 5(3x + 7y) = 120 - 5 \times 45$

得到  $y = 7$ ，再代入  $3x + 7y = 45$ ，得到  $x = -\frac{4}{3}$ 。

解法二：先消去未知數  $x$

透過觀察  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 3x + 7y = 45 \end{cases}$ ，我們可以將  $3x + 7y = 45$  乘以 5，

得到  $15x + 35y = 225$ ，再將此式減去  $15x + 20y = 120$ ，得到  $y = 7$ ，再代入  $3x + 7y = 45$ ，

得到  $x = -\frac{4}{3}$ 。

- 若學生無法判斷如何進行式子的運算，教師可將兩式寫一起  $\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ 15x + 35y = 225 \end{cases}$ ，

幫助學生觀察係數，進而透過兩式相減，消去未知數  $x$ 。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

(4) 求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+2y=16 \end{cases}$  的解。

解法一：  $\begin{cases} 2x-3y=2 \dots\dots ① \\ 3x+2y=16 \dots\dots ② \end{cases}$  我們可以發現，若要減少未知數，有兩種方式：

其一  
是先  
消去  
y

我們可以①式 $\times 2$ 後，再與②式 $\times 3$ 式相加，即可刪除y項

因此運用①式 $\times 2$ ，得知  $4x-6y=4 \dots\dots ③$

運用②式 $\times 3$ ，得知  $9x-6y=48 \dots\dots ④$

③式+④式，得知

$$(4x-6y)+(9x+6y)=4+48$$

$$(9x+4x)+[(-6y)+6y]=4+48$$

$$13x=52$$

$x=4$  將此代入②式

$$3 \times 4 + 2y = 16$$

$$12 + 2y = 16$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$



解法二： 我們可以②式 $\times 2$ 後，再與①式 $\times 3$ 相減，即可刪除x項

其二  
是先  
消去  
x

因此運用②式 $\times 2$ ，得知  $6x+4y=32 \dots\dots ③$

運用①式 $\times 3$ ，得知  $6x-9y=6 \dots\dots ④$

③式-④式，得知

$$(6x+4y)-(6x-9y)=32-6$$

$$(6x-6x)+[4y-(-9y)]=32-6$$

$$13y=26$$

$y=2$  將此代入②式

$$3x+2 \times 2=16$$

$$3x+4=16$$

$$3x=12$$

$$x=4$$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是幫助學生利用加減消去法解出二元一次聯立方程式。
2. 第(4)題給定  $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+2y=16 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

本教材提供兩個解法來減少未知數，

解法一：先消去未知數  $y$

透過觀察  $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+2y=16 \end{cases}$ ，將  $2x-3y=2$  乘以 2 與  $3x+2y=16$  乘以 3，

再將  $4x-6y=4$  與  $9x+6y=48$  相加，得到  $x=4$ ，再代入  $3x+2y=16$ ，得到  $y=2$ 。

- 若學生無法判斷如何進行式子的運算，教師可將兩式寫一起  $\begin{cases} 4x-6y=4 \\ 9x+6y=48 \end{cases}$ ，

幫助學生觀察係數，進而透過兩式相加，消去未知數  $y$ 。

解法二：先消去未知數  $x$

透過觀察  $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+2y=16 \end{cases}$ ，將  $2x-3y=2$  乘以 3 與  $3x+2y=16$  乘以 2，

再將  $6x+4y=32$  與  $6x-9y=6$  相減，得到  $y=2$ ，再代入  $3x+2y=16$ ，得到  $x=4$ 。

- 若學生無法判斷如何進行式子的運算，教師可將兩式寫一起  $\begin{cases} 6x+4y=32 \\ 6x-9y=6 \end{cases}$ ，

幫助學生觀察係數，進而透過兩式相減，消去未知數  $x$ 。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

(5) 求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x+0y=5 \\ x+y=20 \end{cases}$  的解。

解：  $\begin{cases} x+0y=5 \dots\dots ① \\ x+y=20 \dots\dots ② \end{cases}$



我們由上方式子①可以發現  $x=5$ ，只要善用式子①，即可求出式子②的  $y$  值

因此將①代入②得到

$$5+y=20$$

$$5+y-5=20-5$$

$$y=15$$



這道題目除了先前的加減消去法，我發現帶入消去法解題較快

(6) 求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x=y \\ x+y=20 \end{cases}$  的解。

解：  $\begin{cases} x=y \dots\dots ① \\ x+y=20 \dots\dots ② \end{cases}$



我們由上方式子①可以發現  $x=y$ ，只要善用式子①，即可求出式子②的  $y$  值

因此將①代入②得到

$$y+y=20$$

$$2y=20$$

$$y=10$$

$y=10$ ，因為  $x=y$ ，所以得知  $x=10$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 9 頁的教學重點是幫助學生利用代入消去法解出二元一次聯立方程式。

2. 第(5)題給定  $\begin{cases} x + 0y = 5 \\ x + y = 20 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

透過觀察  $\begin{cases} x + 0y = 5 \\ x + y = 20 \end{cases}$ ，發現  $x + 0y = 5$  可以化簡為  $x = 5$ ，再將  $x = 5$  代入  $x + y = 20$ ，

得到  $y = 15$ 。

● 本題教師也可利用加減消去法解題，幫助學生看到使用代入消去法解題較快。

3. 第(6)題給定  $\begin{cases} x = y \\ x + y = 20 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

透過觀察  $\begin{cases} x = y \\ x + y = 20 \end{cases}$ ，將  $x = y$  代入  $x + y = 20$ ，得到  $y = 10$ ，又  $x = y$ ，得到  $x = 10$ 。

● 學生也可以將  $x + y = 20$  中的  $y$  替代為  $x$ ，得到  $x + x = 20$ ，得到  $x = 10$ ，又  $x = y$ ，得到  $y = 10$ 。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式



隨堂練習

求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x = y \\ 3x - y = 4 \end{cases}$  的解。

(7) 求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$  的解。

解法一：

$$\text{解：} \begin{cases} y = 3x + 5 \dots\dots ① \\ x + 2y = 20 \dots\dots ② \end{cases}$$



我們由上方式子①可以發現  $y = 3x + 5$ ，只要善用式子①，

即可求出式子②的  $y$  值，因此將①代入②得到

$$x + 2(3x + 5) = 20$$

$$x + 6x + 10 = 20$$

$$x + 6x + 10 - 10 = 20 - 10$$

$$7x = 10$$

$$x = \frac{10}{7}$$

$$\text{因為 } y = 3x + 5 \text{ 且 } x = \frac{10}{7}$$

$$\text{所以得知 } y = 3 \times \frac{10}{7} + 5$$

$$= \frac{30}{7} + \frac{35}{7}$$

$$= \frac{65}{7}$$

我可  
利用  
代入  
消去





### 教材內容說明：

1. 本教材第 10 頁的教學重點是幫助學生利用代入消去法及加減消去法解出二元一次聯立方程式。
2. 隨堂練習給定一聯立方程式，要求學生解出二元一次聯立方程式。
3. 第(7)題給定  $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

本教材提供兩個解法，

解法一：透過代入消去法消去未知數  $y$ 。

透過觀察  $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$ ，發現  $y = 3x + 5$ ，再將  $y = 3x + 5$  代入  $x + 2y = 20$ ，得到  $x = \frac{10}{7}$ 。又因

為  $y = 3x + 5$ ，得到  $y = \frac{65}{7}$ 。

基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

解法二：

$$\text{解：} \begin{cases} y = 3x + 5 \dots\dots ① \\ x + 2y = 20 \dots\dots ② \end{cases}$$

我們將①式經過等量減法運算後得到  $-3x + y = 5 \dots\dots ③$

$$\text{合併整理後} \begin{cases} x + 2y = 20 \dots\dots ② \\ -3x + y = 5 \dots\dots ③ \end{cases}$$

$$① \text{式} \times 3 \text{ 得到 } 3x + 6y = 60 \dots\dots ④$$

$$③ \text{式} + ④ \text{式 得到 } (-3x + y) + (3x + 6y) = 5 + 60$$

我可  
利用  
加減  
消去



$$(-3x + y) + (3x + 6y) = 5 + 60$$

$$7y = 65$$

$$y = \frac{65}{7}$$

$$\text{因為 } y = 3x + 5 \text{ 且 } y = \frac{65}{7}$$

$$\text{所以得知 } \frac{65}{7} = 3x + 5$$

$$\frac{65}{7} - 5 = 3x + 5 - 5$$

$$\frac{30}{7} = 3x$$

$$\frac{30}{7} \times \frac{1}{3} = 3x \times \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{10}{7}$$



隨堂練習

求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} 2x + 7y = 9 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$  的解。

$$x = 1, y = 1$$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 11 頁的教學重點是幫助學生利用代入消去法及加減消去法解出二元一次聯立方程式。

2. 第(7)題給定  $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$ ，要求學生解出答案。

本教材提供兩個解法，

解法二:透過加減消去法消去未知數  $x$ 。

透過觀察  $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ x + 2y = 20 \end{cases}$ ，將  $y = 3x + 5$ ，改記成  $-3x + y = 5$ 。

將聯立方程式整理成  $\begin{cases} x + 2y = 20 \\ -3x + y = 5 \end{cases}$ ，觀察此聯立方程式，

將  $x + 2y = 20$  乘以 3，得到  $3x + 6y = 60$ ，再將兩式相加消去  $x$  得到  $y = \frac{65}{7}$ ，

又因為  $y = 3x + 5$ ，得到  $x = \frac{10}{7}$ 。

3. 隨堂練習給定一聯立方程式，要求學生解出二元一次聯立方程式。



基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

## ◎應用問題

(1) 小禾到超商購買 15 元關東煮和 20 元果汁，共花掉 120 元，已經知道小禾關東煮和果汁總共買了 7 樣，請問小禾買了幾支關東煮？幾瓶果汁？

解：

設小禾買了  $x$  支關東煮， $y$  瓶果汁，依題意列式為 
$$\begin{cases} 15x + 20y = 120 \dots\dots ① \\ x + y = 7 \dots\dots ② \end{cases}$$

②式 $\times 15$ 得到  $15x + 15y = 105 \dots\dots ③$

合併整理後 
$$\begin{cases} 15x + 20y = 120 \dots\dots ① \\ 15x + 15y = 105 \dots\dots ③ \end{cases}$$

①式-③式得到  $5y = 15$

$$y = 3 \dots\dots ④$$

①式代入②式得到  $x + 3 = 7$   
 $x = 4$

答：小禾買了 4 支關東煮，3 瓶果汁

(2) 小禾和班上同學小秣一起到文具店購買文具，小禾買了 1 支原子筆和 1 個立可帶共支付 50 元，小秣買了同價位的 2 支原子筆和 1 個立可帶共支付 70 元，請求出一支原子筆和一個立可帶各是多少元？

解：

假設一支原子筆  $x$  元，一個立可帶  $y$  元，依題意列式為 
$$\begin{cases} x + y = 50 \dots\dots ① \\ 2x + y = 70 \dots\dots ② \end{cases}$$

②式-①式得到  $x = 20 \dots\dots ③$

③式代入①式得到  $20 + y = 50$

$$y = 30$$

答：一支原子筆 20 元，一個立可帶 30 元



### 教材內容說明：

1. 本教材第 12~13 頁的教學重點是幫助學生利用二元一次聯立方程式解決生活情境問題。
2. 第(1)題給定一生活情境，關東煮一支 15 元，果汁一瓶 20 元，共花了 120 元，小禾一共買了 7 樣，問買了幾支關東煮和幾瓶果汁，要求學生依題意列出二元一次聯立方程式。

依題意可列式得到 
$$\begin{cases} 15x + 20y = 120 \\ x + y = 7 \end{cases},$$

將  $x + y = 7$  乘以 15，得到  $15x + 15y = 105$ ，再透過加減消去法將兩式相減，得到  $y = 3$ ，再代入  $x + y = 7$ ，得到  $x = 4$ 。

因此小禾買了 4 支關東煮，3 瓶果汁。

● 本題也可以使用代入消去法解題，教師可讓學生自由選擇解題方式。

3. 第(2)題給定一生活情境，給定一生活情境，小禾買了 1 支原子筆和 1 個立可帶共付 50 元，小秣買了 2 支原子筆和 1 個立可帶共付 70 元，請問 1 支原子筆和 1 個立可帶分別多少錢？

依題意列出二元一次聯立方程式 
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 70 \end{cases},$$

透過加減消去法將  $2x + y = 70$  與  $x + y = 50$  相減，得到  $x = 20$ ，再代入  $x + y = 50$ ，得到  $y = 30$ 。

因此一支原子筆 20 元，一個立可帶 30 元。

● 本題也可以使用代入消去法解題，教師可讓學生自由選擇解題方式。



基本學習內容：AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式

(3) 小禾和小秣兩兄弟存錢準備添購魔術方塊，小禾發現他的存款是小秣的 2 倍，且他們兩人總共存了 240 元，請問小禾和小秣各存了多少元？

解：

假設小禾存款  $x$  元，小秣存款  $y$  元，依題意列式為 
$$\begin{cases} x = 2y \dots\dots ① \\ x + y = 240 \dots\dots ② \end{cases}$$

將①式代入②式得到  $2y + y = 240$

$$\begin{aligned} 3y &= 240 \\ y &= 80 \dots\dots ③ \end{aligned}$$

將③式代入①式得到  $x = 2 \times 80$

$$x = 160$$

答：小禾存 160 元，小秣存款 80 元



#### 隨堂練習

有一些紅花與黃花，黃花是紅花的 3 倍多 15 朵，且紅花和黃花共有 159 朵，請問紅花與黃花原來各有多少朵？ **紅花 36 朵，黃花 123 朵**



#### 小試身手

1. 求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x = 5y \\ -x + 9y = 20 \end{cases}$  的解。  **$x = 25$ 、 $y = 5$**

2. 求二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x - 7y = 5 \\ -x + 2y = 15 \end{cases}$  的解。  **$x = 23$ 、 $y = 4$**



### 教材內容說明：

1. 本教材第 12~13 頁的教學重點是幫助學生利用二元一次聯立方程式解決生活情境問題。
2. 第(3)題給定一生活情境，小禾存款是小秣的兩倍，兩人共存 240 元，請問兩人分別存多少錢，依題意列出二元一次聯立方程式。

假設小禾存款  $x$  元，小秣存款  $y$  元，

依題意可列式得到 
$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 240 \end{cases}$$

利用代入消去法將  $x = 2y$  代入  $x + y = 240$ ，得到  $y = 80$ ，又  $x = 2y$ ，得到  $x = 160$ 。

因此小禾存 160 元，小秣存 80 元。

- 本題也可以使用加減消去法解題，教師可讓學生自由選擇解題方式，但仍建議透過此題讓學生比較代入消去法與加減消去法的異同，鼓勵學生本題使用代入消去法來解題。

3. 隨堂練習給定一生活情境，要求學生利用二元一次聯立方程式解決此問題。
4. 小試身手針對本基本學習內容做綜合練習。

第(1)題給定二元一次聯立方程式，作解二元一次聯立方程式的練習。

第(2)題給定二元一次聯立方程式，作解二元一次聯立方程式的練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

