

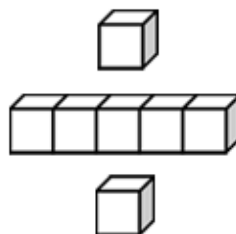
基本學習內容：AC-7-3-1

理解等量公理

並利用等量公理解一元一次方程式

班級：_____

姓名：_____



◎活動 1

(1) $5 \times 3 + 2$ 和 $20 - 3$ 一樣大？用算式怎麼記？

答： $5 \times 3 + 2$ 和 $20 - 3$ 一樣大，用算式記成 $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$

(2) $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時加 6 後， $(5 \times 3 + 2) + 6$ 和 $(20 - 3) + 6$ 誰比誰大？用算式怎麼記？

我先算左邊：

$$(5 \times 3 + 2) - 4 = 17 - 4 = 13$$

再算右邊：

$$(20 - 3) - 4 = 17 - 4 = 13$$

發現兩邊答案相同，所以相等。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4。$$



我知道 $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ 一樣大。

兩邊同時減 4，還是一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4。$$



答：一樣大，用算式記成 $(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6$

(3) $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時減 4 後， $(5 \times 3 + 2) - 4$ 和 $(20 - 3) - 4$ 誰比誰大？用算式怎麼記？

我先算左邊：

$$(5 \times 3 + 2) + 6 = 17 + 6 = 23$$

再算右邊：

$$(20 - 3) + 6 = 17 + 6 = 23$$

發現兩邊答案相同，所以一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6。$$



我知道 $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ 一樣大。

兩邊同時加上 6，還是一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) + 6 = (20 - 3) + 6。$$



答：一樣大，用算式記成 $(5 \times 3 + 2) - 4 = (20 - 3) - 4$

等式的兩邊同時加上或減去相同的數，等式兩邊一樣會相等。





(4) $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時乘 5 後， $(5 \times 3 + 2) \times 5$ 和 $(20 - 3) \times 5$ 誰比誰大？用算式怎麼記？

我先算左邊：

$$(5 \times 3 + 2) \times 5 = 17 \times 5 = 85$$

再算右邊：

$$(20 - 3) \times 5 = 17 \times 5 = 85$$

發現兩邊答案相同，所以相等。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5。$$



我知道 $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ 一樣大。

兩邊同時乘 5，還是一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5。$$



答：一樣大，用算式記成 $(5 \times 3 + 2) \times 5 = (20 - 3) \times 5$

等式的兩邊同時乘上一個相同的數，等式兩邊一樣會相等。



(5) $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ ，等號兩邊同時除以 4 後， $(5 \times 3 + 2) \div 4$ 和 $(20 - 3) \div 4$ 誰比誰大？用算式怎麼記？

我先算左邊：

$$(5 \times 3 + 2) \div 4 = 17 \div 4 = \frac{17}{4}$$

再算右邊：

$$(20 - 3) \div 4 = 17 \div 4 = \frac{17}{4}$$

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4。$$

發現兩邊答案相同，所以相等。



我知道 $5 \times 3 + 2 = 20 - 3$ 一樣大。

兩邊同時除以 4，還是一樣大。

用算式記成：

$$(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4。$$



答：一樣大，用算式記成 $(5 \times 3 + 2) \div 4 = (20 - 3) \div 4$

等式的兩邊同時除以一個不為 0 的數，等式兩邊一樣會相等。





隨堂練習

(1) 已知 $17 \times 2 + 28 = 71 - 9$ ，請在下列各題的 \square 中填入適當的符號：

$(17 \times 2 + 28) + 15 \square (71 - 9) + 15$	$(17 \times 2 + 28) - 10 \square (71 - 9) - 10$
$(17 \times 2 + 28) + 13 \square (71 - 9) + 17$	$(17 \times 2 + 28) - 8 \square (71 - 9) - 11$
$(17 \times 2 + 28) \times 4 \square (71 - 9) \times 4$	$(17 \times 2 + 28) \div 21 \square (71 - 9) \div 11$
$(17 \times 2 + 28) \times 7 \square (71 - 9) \times 12$	$(17 \times 2 + 28) \div 9 \square (71 - 9) \div 9$



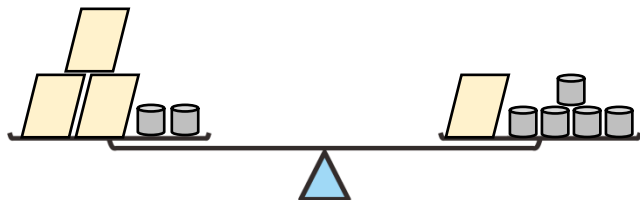
◎活動 2

在天平的左邊，放上 3 個一樣重的沙包和 2 個砝碼，每一個砝碼重 1 公克。

在天平的右邊，放上 1 個沙包和 5 個砝碼。

天平剛好平衡，天平兩邊的物品一樣重。假設沙包重 x 公克。

我們可以用算式 $3x + 2 = x + 5$ 把天平兩邊一樣重的結果記下來。



(圖一)

- (1) 在圖一天平的兩邊各放上 3 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式 $(3x + 2) + 3 = (x + 5) + 3$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (2) 在圖一天平的兩邊各拿走 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式 $(3x + 2) - 2 = (x + 5) - 2$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (3) 在圖一天平的兩邊各放上 1 個沙包，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式 $(3x + 2) + x = (x + 5) + x$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (4) 在圖一天平的兩邊各拿走 1 個沙包，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式 $(3x + 2) - x = (x + 5) - x$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



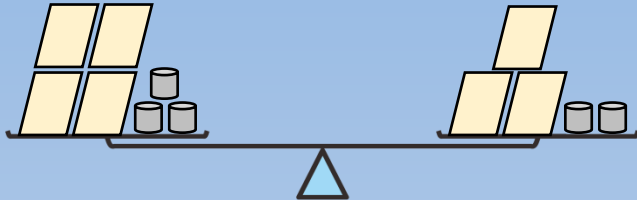
等式的兩邊同時加上或減去相同的數，等式兩邊一樣會相等。





隨堂練習

- (1) 在天平的左邊，放上 4 個一樣重的沙包和 3 個砝碼，每一個砝碼重 1 公克。
在天平的右邊，放上 3 個沙包和 2 個砝碼。



天平剛好平衡，天平兩邊的物品一樣重。假設沙包重 x 公克。

- ①說說看，沙包跟砝碼的重量關係，用算式怎麼記？
- ②在天平的兩邊各拿走 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。
用算式怎麼記？

- (5) 甲原來不知道有多少元，乙給甲 3 元，最後甲有 5 元，請問甲原有多少元？

解法一：

假設甲原有 x 元，我把 x 看成是沙包，數字 3 和 5 看成是砝碼，
用天平表示「1 個沙包和 3 個砝碼合起來」和「5 個砝碼合起來」一樣重，
天秤還是平衡。用算式表示： $x+3=5$



左右兩邊各拿掉 3 公克的砝碼，發現天平還是平平的。

用算式表示： $x+3-3=5-3$

左邊剩 1 個沙包，右邊剩 2 公克。用算式表示： $x=2$

由此可知：1 個沙包和 2 個砝碼一樣重，也就是甲原有 2 元。



解法二：

假設甲原有 x 元，可以用算式： $x+3=5$ 把題目記下來。

兩邊同時減 3，還是一樣大： $x+3-3=5-3$

計算後得： $x=2$ ，回到原題目， $x=2$



答：甲原有 2 元



(6) 一瓶橄欖油不知道幾毫升，用掉 180 毫升，還剩下 570 毫升，這瓶橄欖油原有多少毫升？

設橄欖油一瓶 y 毫升，

$$y - 180 = 570$$

$$y - 180 + 180 = 570 + 180$$

$$y = 750$$

兩邊同時加上 180，還是一樣大。



答：橄欖油原有 750 毫升

(7) 求方程式 $x + 10 = 22$ 的解。

$$x + 10 = 22$$

$$x + 10 - 10 = 22 - 10$$

$$x = 12$$

等式兩邊同時減去 10，使左邊只有 x 。
就能算出 x 是多少。



一個方程式若可以經過化簡為 $ax + b = 0$ 或者 $ax = c$ ，我們稱為一元一次方程式
例如：

方程式 $2x + 5 = 12$ 可以化簡為 $2x = 7$

方程式 $100 - x = 15$ 可以化簡為 $-x + 85 = 0$

(8) 解一元一次方程式 $23 = x + 19$ 。

$$23 = x + 19$$

$$x + 19 = 23$$

$$x + 19 - 19 = 23 - 19$$

$$x = 4$$

等式兩邊同時減去 19，使右邊只有 x 。
就能算出 x 是多少。



答： $x = 4$

(9) 解一元一次方程式 $2x - 5 = x + 15$ 。

$$2x - 5 = x + 15$$

$$2x - 5 + 5 = x + 15 + 5$$

$$2x = x + 20$$

$$2x - x = x + 20 - x$$

$$x = 20$$

等式兩邊同時加上 5。

等式兩邊同時 $-x$ 。



答： $x = 20$

◎活動 3

在天平的左邊，放上 1 個一樣重的沙包和 2 個砝碼，每一個砝碼重 1 公克。

在天平的右邊，放上 2 個砝碼。

天平剛好平衡，天平兩邊的物品一樣重。假設沙包重 x 公克。

我們可以用算式 $x+2=2$ 把天平兩邊一樣重的結果記下來。

- (1) 在天平的兩邊再放上 1 個沙包跟 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式 $(x+2) \times 2 = 2 \times 2$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (2) 在天平的兩邊拿走一半，包括 1 個沙包跟 2 個砝碼，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。用算式怎麼記？

可以用算式 $(x+2) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2}$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



- (3) 在天平的兩邊分成 3 份，天平剛好平衡，天平的兩邊物品一樣重。
用算式怎麼記？

可以用算式 $(x+2) \div 3 = 2 \div 3$
把天平兩邊一樣重的結果記下來。



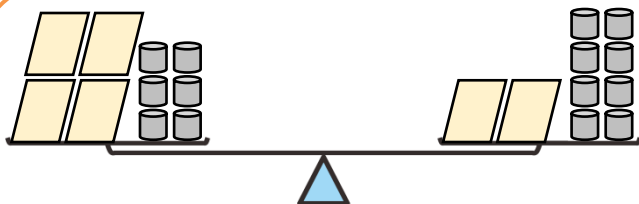
除以 3 與乘 $\frac{1}{3}$ 相同，

我也可以用算式 $(x+2) \times \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$ 來表示。





- (4) 書涵在天平的一邊放上 4 個一樣重的沙包和 6 個砝碼，岱霖在天平的一邊放上 2 個沙包和 8 個砝碼，發現天秤兩端保持平衡，已知 1 個砝碼重 1 公克，沙包有多重？



假設一個沙包重 x 公克，
我用算式把天平兩邊平衡的結果記下來。
 $4x + 6 = 2x + 8$

$$4x + 6 = 2x + 8$$

$$4x + 6 - 6 = 2x + 8 - 6$$

$$4x = 2x + 2$$

$$4x - 2x = 2x + 2 - 2x$$

$$2x = 2$$

$$2x \div 2 = 2 \div 2$$

$$x = 1$$

左右兩邊各拿掉 6 公克的砝碼，天平依然保持平衡，就是同時減掉 6，兩邊還是一樣重。

左右兩邊各拿掉 2 個沙包，天平依然保持平衡，就是同時減掉 $2x$ ，兩邊還是一樣重。

左右兩邊同時分一半，天平依然保持平衡，就是同時除以 2，兩邊還是一樣重。

一個沙包和 1 個砝碼一樣重。

答：沙包重 1 公克

- (5) 大雄國小畢業時身高 142 公分，從國中開始平均每年長高 x 公分，三年後國中畢業已經有 160 公分，則大雄平均每年長高幾公分？

先依題意列式，再算算看。

$$142 + 3 \times x = 160$$

$$142 + 3 \times x - 142 = 160 - 142$$

$$3 \times x = 18$$

$$3 \times x \div 3 = 18 \div 3$$

$$x = 6$$

等式兩邊同時減掉 142。

等式兩邊同時 $\div 3$ 。

答：大雄平均每年長高 6 公分

(6) 解一元一次方程式 $7x-2=26$ 。

$$7x-2=26$$

$$7x-2+2=26+2$$

$$7x\div 7=28\div 7$$

$$x=4$$

等式兩邊同時加上 2，使左邊只有 $7x$ 。
就能算出 $7x$ 是多少。

等式兩邊同時 $\div 7$ ，使左邊只有 x 。
就能算出 x 是多少。



答： $x=4$

(7) 小米全家去看電影，全票比優待票的兩倍多 30 元，如果全票一張 180 元，那麼優待票一張為多少元？

先假設未知數，依題意列式，再算算看。



設優待票一張 x 元，全票 $2x+30$ 元

$$2x+30=180$$

$$2x+30-30=180-30$$

$$2x=150$$

$$2x\div 2=150\div 2$$

$$x=75$$

等式兩邊同時 -30 ，使左邊只有 $2x$ 。就能算出 $2x$ 是多少。

等式兩邊同時 $\div 2$ ，使左邊只有 x 。
就能算出 x 是多少。



答：優待票 75 元

(8) 一隻熊娃娃賣若干元，小熙買了 2 隻，又買了 1 本 800 元的書；曉妍買 4 隻，發現兩人付的錢一樣多，1 隻熊娃娃賣幾元？

先假設未知數，依題意列式，再算算看。



假設一隻熊娃娃賣 x 元

$$2x+800=4x$$

$$2x+800-2x=4x-2x$$

$$800=2x$$

$$2x=800$$

$$2x\div 2=800\div 2$$

$$x=400$$

等式兩邊同時 $-2x$ 。

等式兩邊同時 $\div 2$ ，使左邊只有 x 。
就能算出 x 是多少。



答：熊娃娃賣 400 元



隨堂練習

(1) 用等量公理算算看， x 或 y 是多少？

① $x - 5 = -5$

② $x + 115 = 500$

③ $2x - 15 = x + 25$

④ $x \times 3 = 120$

⑤ $-6x = 3x + 9$

⑥ 小惠 每個月存若干元，存了半年後，共存 5100 元，黛林 每個月存多少元？

⑦ 戀愛巴士分組活動，男生分成 2 組，每組 y 人，女生分成 3 組，每組 5 人，
本次參加活動共 35 人，男生一組有多少人？

⑧ 一個蘋果比一個梨子貴 10 元，買 5 個蘋果和 3 個梨子要付 250 元，問一個蘋果是多少元？

◎活動 4

(1) 解一元一次方程式 $x - 15 = 32$ 。

$$\begin{aligned} x - 15 &= 32 \\ x - 15 + 15 &= 32 + 15 \\ x &= 32 + 15 \end{aligned}$$

由等量公理解題的過程，

我發現，

左邊的 -15 (減 15) 搬到右邊變成 $+15$ (加 15)，
我們可以省略 $x - 15 + 15 = 32 + 15$ 的算式，
就可以直接求出答案 $x = 47$



答： $x = 47$

(2) 解一元一次方程式 $17 = x + 9$ 。

$$\begin{aligned} 17 &= x + 9 \\ x + 9 &= 17 \\ x + 9 - 9 &= 17 - 9 \\ x &= 17 - 9 \end{aligned}$$

由等量公理解題的過程，

我發現，

左邊的 $+9$ (加 9) 搬到右邊變成 -9 (減 9)，
我們可以省略 $x + 9 - 9 = 17 - 9$ 的算式，
就可以直接求出答案 $x = 8$



答： $x = 8$

(3) 解一元一次方程式 $x + 10 = 28$ 。

$$\begin{aligned} x + 10 &= 28 \\ x &= 28 - 10 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

左邊的 $+10$ (加 10) 搬到右邊變成 -10 (減 10)
就可以直接求出答案 $x = 18$



答： $x = 18$

(4) 解一元一次方程式 $15 = x - 9$ 。

$$\begin{aligned} 15 &= x - 9 \\ x - 9 &= 15 \\ x &= 15 + 9 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

左邊的 -9 (減 9) 搬到右邊變成 $+9$ (加 9)，
就可以直接求出答案 $x = 24$ 。



答： $x = 24$



(5) 解一元一次方程式 $5x - 2 = 28$ 。

$$5x - 2 = 28$$

$$5x = 28 + 2$$

$$5x = 30 \div 5$$

$$x = 6$$

將右邊的 -2 (減 2) 搬到左邊變成 $+2$ (加 2)。

將右邊的 5 倍，搬到左邊變成 $\div 5$ (除以 5)。



答： $x = 6$

(6) 解一元一次方程式 $2x + 600 = 4x$ 。

$$2x + 800 = 4x$$

$$600 = 4x - 2x$$

$$600 = 2x$$

$$2x = 600$$

$$x = 600 \div 2$$

$$x = 300$$

將右邊的 $-2x$ (減 $2x$) 搬到左邊變成 $+2x$ (加 $2x$)。

將右邊的 2 倍，搬到右邊變成 $\div 2$ (除以 2)。



答： $x = 300$

(7) 解一元一次方程式 $2x - 3 = x - 1$ 。

$$2x - 3 = x - 1$$

$$2x = x - 1 + 3$$

$$2x = x + 2$$

$$2x - x = 2$$

$$x = 2$$

由解題過程我發現，將左邊 -3 (減 3) 搬到右邊變成 $+3$ (加 3)。

由解題過程我發現，右邊 x 搬到左邊變成 $-x$ (減 x)。



答： $x = 2$



小試身手

1. 用等量公理算算看， x 或 y 是多少？

① $18 - x = -2$

② $x - 5 = 17$

③ $x \times 15 = 60$

④ $20 = x - 5$

⑤ $x + 3 = -6$

⑥ $15 = -x \times 5$

⑦ $x \div 5 = 17$

2. 解下列一元一次方程式

① $18 - 3x = -2$

② $-2x - 5 = 17$

③ $15 - 3x = 2x$

④ $2x + 5 = -8x$

3. 解下列一元一次方程式

① $2x - 8 = x + 15$

② $3x - 15 = -2x + 10$

③ $3 - 8x = x - 15$

④ $4x - 10 = x + 11$



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

