

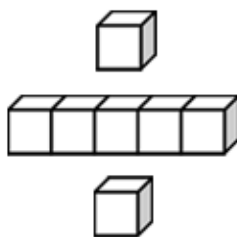
## 基本學習內容：GC-8-1-1

直角坐標上兩點的距離公式；

若  $A(a, b)$ ， $B(c, d)$

$$\text{則 } AB = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$$

【教師用】





## 基本學習內容：GC-8-1-1

**學習內容：**

G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點  $A(a,b)$  和  $B(c,d)$  的距離為

$$\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2} ; \text{生活上相關問題。}$$

**基本學習內容：**

GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式：若  $A(a,b)$ ， $B(c,d)$ ，則  $\overline{AB} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ 。

**基本學習表現：**

GCP-8-1-1-1 給予已知坐標之兩點，能算出兩點的距離。

**概要說明：**

- 本基本學習內容為 GC-7-1-1 與 SC-8-6-1 之後續學習概念，故學生已認識直角坐標相關名詞及畢氏定理。

本基本學習內容開始引入直角坐標上兩點的距離公式。

- 教師宜在直角坐標上繪圖並結合畢氏定理的應用，幫助學生看到直角三角形斜邊與兩點距離的關係。
- 基本學習評量時，主要在評量學生是否能夠正確的應用公式，故建議兩點坐標以整數為原則，避免複雜的計算或方根的化簡造成的錯誤。
- 本基本學習內容不評量兩點的中點坐標。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a \cdot b)$ 、 $B(c \cdot d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

### 複習-數線上兩點的距離

(1) 數線上有  $A(2)$ 、 $B(5)$ 、 $C(-2)$ 、 $D(-6)$  四點，請問回答下列問題：

①  $\overline{AB} = ?$

②  $\overline{CD} = ?$

③  $\overline{BC} = ?$

解：方法一：①  $\overline{AB} = 5 - 2 = 3$

②  $\overline{CD} = (-2) - (-6) = 4$

③  $\overline{BC} = 5 - (-2) = 7$

方法二：①  $\overline{AB} = |5 - 2| = |2 - 5| = 3$

②  $\overline{CD} = |(-2) - (-6)| = |(-6) - (-2)| = 4$

③  $\overline{BC} = |5 - (-2)| = |(-2) - 5| = 7$

數線上兩點的距離公式：

數線上有  $A(a)$ 、 $B(b)$  兩點，

$A$ 、 $B$  兩點的距離為  $\overline{AB} = |a - b|$  或  $|b - a|$ 。



### 隨堂練習

數線上有  $A(-1)$ 、 $B(7)$  兩點，請問  $\overline{AB} = ?$

答：8



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 頁的教學重點是複習數線上兩點的距離。

2. 第(1)題給定數線上四點，要求學生回答三個子問題：

子問題①：要求學生計算  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

子問題②：要求學生計算  $C$ 、 $D$  兩點的距離。

子問題③：要求學生計算  $B$ 、 $C$  兩點的距離。

本教材的解題方法：

方法一：利用大數減小數來解題。

方法二：利用數線上兩點距離公式來計算。

- 如果學生無法解題時，教師可以參閱 NC-7-5-3 的教材，  
或提供 NC-7-5-3 教材給學生練習。

3. 本頁教師提示重點為數線上兩點的距離公式。

4. 本頁隨堂練習評量學生計算數線上兩點距離的能力。

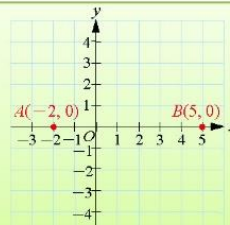


基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

### ◎直角坐標上兩點的距離

(1) 如圖，坐標平面上有  $A(-2, 0)$ 、 $B(5, 0)$  兩點，

請問  $A$ 、 $B$  兩點的距離是多少？



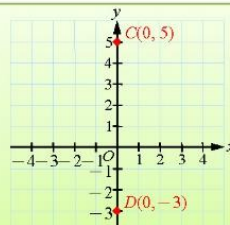
解： $A(-2, 0)$ 、 $B(5, 0)$  兩點都在  $x$  軸上，將  $x$  軸看成一條數線，

$A(-2, 0)$  在  $x$  軸的數線上記為  $A(-2)$ ， $B(5, 0)$  在  $x$  軸的數線上記為  $B(5)$ ，

$A$ 、 $B$  兩點的距離為  $\overline{AB} = |(-2) - 5| = 7$ 。

(2) 如圖，坐標平面上有  $C(0, 5)$ 、 $D(0, -3)$  兩點，

請問  $C$ 、 $D$  兩點的距離是多少？



解： $C(0, 5)$ 、 $D(0, -3)$  兩點都在  $y$  軸上，將  $y$  軸看成一條數線，

$C(0, 5)$  在  $y$  軸的數線上記為  $C(5)$ ， $D(0, -3)$  在  $y$  軸的數線上記為  $D(-3)$ ，

$C$ 、 $D$  兩點的距離為  $\overline{CD} = |5 - (-3)| = 8$ 。



#### 隨堂練習

(1) 坐標平面上， $A(0, -1)$ 、 $B(0, 3)$  兩點的距離是多少？

(2) 坐標平面上， $C(2, 0)$ 、 $D(-4, 0)$  兩點的距離是多少？

答：(1) 4；(2) 6

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁的教學重點是幫助學生學習當兩點都落在  $x$  軸上或都落在  $y$  軸上時，學生能計算此兩點的距離。

2. 第(1)題給定  $x$  軸上兩點坐標，要求學生算出兩點的距離。

本教材的解題方法：先將兩點坐標改記成數線上兩點，再利用數線上兩點距離公式解題。

3. 第(2)題給定  $y$  軸上兩點坐標，要求學生算出兩點的距離。

本教材的解題方法：先將兩點坐標改記成數線上兩點，再利用數線上兩點距離公式解題。

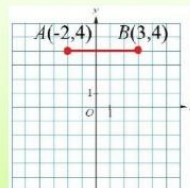
4. 本頁隨堂練習評量學生計算在  $x$  軸上或在  $y$  軸上的兩點距離的能力。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

(3) 如圖，在坐標平面上有  $A(-2, 4)$ 、 $B(3, 4)$  兩點，請問：

- ①  $A$ 、 $B$  兩點的連線和  $x$  軸平行嗎？
- ②  $A$ 、 $B$  兩點的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，

發現兩點的  $y$  坐標一樣，且兩點連線和  $x$  軸平行。

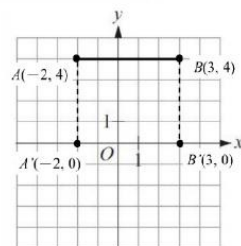
- ② 過  $A$ 、 $B$  兩點做  $x$  軸的垂線，分別交  $x$  軸於  $A'$ 、 $B'$  兩點，得到  $ABB'A'$  為長方形。

把  $x$  軸看成一條數線，

$A(-2, 4)$  在  $x$  軸上的垂足坐標為  $A'(-2, 0)$ ，

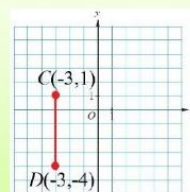
$B(3, 4)$  在  $x$  軸上的垂足坐標為  $B'(3, 0)$ ，

所以， $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \overline{A'B'} = |(-2) - 3| = 5$ 。



(4) 如圖，在坐標平面上， $C(-3, 1)$ 、 $D(-3, -4)$  兩點，請問：

- ①  $C$ 、 $D$  兩點的連線和  $y$  軸平行嗎？
- ②  $C$ 、 $D$  兩點的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，

發現兩點的  $x$  坐標一樣，且兩點連線和  $y$  軸平行。

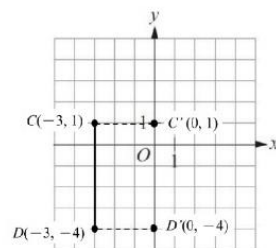
- ② 過  $C$ 、 $D$  兩點做  $y$  軸的垂線，分別交  $y$  軸於  $C'$ 、 $D'$  兩點，得到  $CDD'C'$  為長方形。

把  $y$  軸看成一條數線，

$C(-3, 1)$  在  $y$  軸上的垂足坐標為  $C'(0, 1)$ ，

$D(-3, -4)$  在  $y$  軸上的垂足坐標為  $D'(0, -4)$ ，

所以， $C$ 、 $D$  兩點的距離  $= \overline{CD} = \overline{C'D'} = |1 - (-4)| = 5$ 。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁的教學重點是幫助學生學習當兩點連線為水平線或鉛垂線時，學生能計算此兩點的距離。

2. 第(3)題給定  $y$  坐標相等的兩點坐標，要求學生先判斷兩點連線是否與  $x$  軸平行，再算出兩點的距離。

本教材的解題方法：

①兩點的  $y$  坐標相同，所以兩點連線與  $x$  軸平行。

②教師可以依照下列兩步驟幫助學生解題：

步驟一：過  $A$ 、 $B$  兩點做  $x$  軸的垂線，分別交  $x$  軸於  $A'$ 、 $B'$  兩點。

步驟二：計算  $A'$ 、 $B'$  兩點的距離即為  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

3. 第(4)題給定  $x$  坐標相等的兩點坐標，要求學生先判斷兩點連線是否與  $y$  軸平行，再算出兩點的距離。

本教材的解題方法：

①兩點的  $x$  坐標相同，所以兩點連線與  $y$  軸平行。

②教師可以依照下列兩步驟幫助學生解題：

步驟一：過  $C$ 、 $D$  兩點做  $y$  軸的垂線，分別交  $y$  軸於  $C'$ 、 $D'$  兩點。

步驟二：計算  $C'$ 、 $D'$  兩點的距離即為  $C$ 、 $D$  兩點的距離。





基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

(5) 坐標平面上有  $A(-5, 6)$ 、 $B(5, 6)$ 、 $C(5, -3)$  三點，請回答下列問題：

① 判斷  $A$ 、 $B$  兩點連線和  $x$  軸平行或和  $y$  軸平行？ $A$ 、 $B$  兩點的距離是多少？

② 判斷  $B$ 、 $C$  兩點連線和  $x$  軸平行或和  $y$  軸平行？ $B$ 、 $C$  兩點的距離是多少？

解：①  $A(-5, 6)$ 、 $B(5, 6)$  兩點的  $y$  坐標一樣，

所以  $A$ 、 $B$  兩點連線和  $x$  軸平行。

$$A、B \text{ 兩點的距離} = \overline{AB} = |(-5) - 5| = 10。$$

②  $B(5, 6)$ 、 $C(5, -3)$  兩點的  $x$  坐標一樣，

所以  $B$ 、 $C$  兩點連線和  $y$  軸平行。

$$B、C \text{ 兩點的距離} = \overline{BC} = |6 - (-3)| = 9。$$



#### 隨堂練習

(1) 坐標平面上， $A(-3, 2)$ 、 $B(4, 2)$  兩點的距離是多少？

(2) 坐標平面上， $C(-1, 6)$ 、 $D(-1, 2)$  兩點的距離是多少？

答：(1) 7；(2) 4



### 教材內容說明：

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁的教學重點是幫助學生學習有相同  $x$  坐標或有相同  $y$  坐標的兩點距離。

2. 第(5)題給定坐標平面上三點，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：要求學生先判斷兩點連線是否與  $x$  軸平行，再算出兩點的距離。

本教材的解題方法：先判斷有相同  $y$  坐標的兩點會與  $x$  軸平行，再解題。

子問題②：要求學生先判斷兩點連線是否與  $y$  軸平行，再算出兩點的距離。

本教材的解題方法：先判斷有相同  $x$  坐標的兩點會與  $y$  軸平行，再解題。

● 如果學生無法解題，教師請學生先複習第 3 頁的第 1 題和第 2 題，再要求學生解題。

3. 本頁隨堂練習評量學生計算有相同  $x$  坐標或有相同  $y$  坐標的兩點距離的能力。

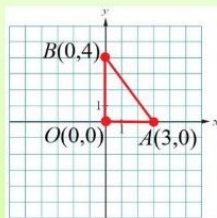


基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

(6) 如圖，在坐標平面上有  $O(0, 0)$ 、 $A(3, 0)$  及  $B(0, 4)$  三點，請回答下列問題：

①  $\triangle AOB$  是直角三角形嗎？

②  $A$ 、 $B$  兩點的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

$x$  軸和  $y$  軸互相垂直， $\angle AOB = 90^\circ$ ，

所以， $\triangle AOB$  為直角三角形。

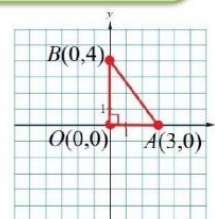
② 利用畢氏定理，計算直角  $\triangle OAB$  斜邊  $\overline{AB}$  的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AO} = |3-0| = 3$ 、 $\overline{BO} = |4-0| = 4$ ，

則斜邊長  $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ ，

$A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = 5$ 。



#### 隨堂練習

坐標平面上， $A(0, 6)$ 、 $B(-8, 0)$  兩點的距離是多少？

答：10

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁教學重點是幫助學生學習一點在  $x$  軸上和一點在  $y$  軸上的兩點距離。

2. 第(6)題給定坐標平面上原點、 $x$  軸及  $y$  軸上各一點，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：要求學生判斷  $\triangle AOB$  是否為直角三角形。

$x$  軸和  $y$  軸互相垂直， $\angle AOB=90^\circ$ ，所以  $\triangle AOB$  為直角三角形。

子問題②：要求學生算出  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AO}=3$ ， $\overline{BO}=4$ ，所以斜邊長  $\overline{AB}=5$ 。

$A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB}=5$ 。

- 如果學生無法解題時，教師可協助學生發現  $\triangle OAB$  為直角三角形，再請學生標示出兩股長，並利用畢氏定理解題。如果學生不會使用畢氏定理，教師可以參閱 SC-8-6-1 的教材，或提供 SC-8-6-1 教材給學生練習。

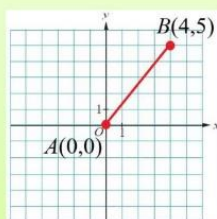
3. 本頁隨堂練習評量學生計算一點在  $x$  軸上和一點在  $y$  軸上之兩點距離的能力。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

(7) 如圖，坐標平面上有  $A(0, 0)$ 、 $B(4, 5)$  兩點， $C$  點在  $x$  軸上，已知  $B$ 、 $C$  的連線和  $y$  軸平行，請回答下列問題：

- ①  $C$  點坐標為何？
- ②  $\triangle ABC$  是直角三角形嗎？
- ③  $A$ 、 $B$  的距離是多少？



解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現  $A$ 、 $B$  兩點的連線為一斜直線。

過  $B$  點做  $x$  軸的垂線，與  $x$  軸交於一點  $C(4, 0)$ 。

②  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  垂直， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

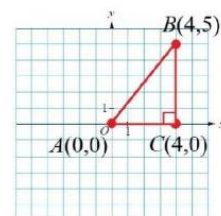
所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

③利用畢氏定理，計算直角  $\triangle ABC$  斜邊  $\overline{AB}$  的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC} = |4 - 0| = 4$ 、 $\overline{BC} = |5 - 0| = 5$ ，

所以， $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$ 。



#### 隨堂練習

坐標平面上， $A(0, 0)$ 、 $B(-5, 6)$  兩點的距離是多少？

答： $\sqrt{61}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁教學重點是幫助學生學習原點與非坐標軸上一點的兩點距離。

2. 第(7)題給定  $A(0,0)$  和第一象限內一點  $B(4,5)$ ，以及  $x$  軸上一點  $C$  使得  $B$ 、 $C$  連線平行  $y$  軸，要求學生回答三個子問題：

子問題①：要求學生找出  $C$  點坐標。

因為  $\overline{BC}$  平行於  $y$  軸且  $C$  點在  $x$  軸上，由直角坐標系的定義可得  $C$  點坐標為  $(4,0)$ 。

子問題②：要求學生判斷  $\triangle ABC$  是否為直角三角形。

因為  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  垂直， $\angle ACB=90^\circ$ ，所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

子問題③：要求學生計算  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=5$ ，

所以  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \sqrt{41}$ 。

- 如果學生無法順利解題，教師幫助學生複習直角坐標系的定義，教師可以參閱 GC-7-1-1 的教材，或提供 GC-7-1-1 教材給學生練習。

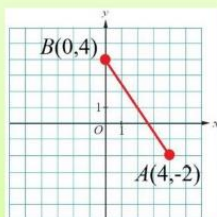
3. 本頁隨堂練習評量學生計算原點與非坐標軸上一點之兩點距離的能力。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

- (8) 如圖，在坐標平面上有  $A(4, -2)$ 、 $B(0, 4)$  兩點， $C$  點在  $y$  軸上，已知  $A$ 、 $C$  的連線和  $x$  軸平行，請回答下列問題：

- ①  $C$  點坐標為何？
- ②  $\triangle ABC$  是直角三角形嗎？
- ③  $A$ 、 $B$  的距離是多少？



解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過  $A$  點做  $y$  軸的垂線，與  $y$  軸交於一點  $C(0, -2)$ 。

- ②  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  垂直， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

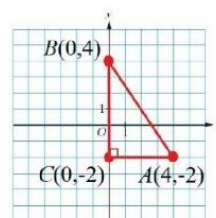
所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

- ③利用畢氏定理，計算直角  $\triangle ABC$  斜邊  $\overline{AB}$  的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC} = |0 - 4| = 4$ 、 $\overline{BC} = |4 - (-2)| = 6$ ，

則  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ 。



#### 隨堂練習

坐標平面上， $A(0, -2)$ 、 $B(-5, 3)$  兩點的距離是多少？

答：  $5\sqrt{2}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁教學重點是幫助學生學習一點在坐標軸上和另一點在非坐標軸上的兩點距離。

2. 第(8)題給定坐標平面上第四象限內一點、 $y$  軸上一點，要求學生回答三個子問題：

子問題①：要求學生找出  $C$  點坐標。

因為  $\overline{AC}$  平行於  $x$  軸且  $C$  點在  $y$  軸上，由直角坐標系的定義可得  $C$  點坐標為  $(0, -2)$ 。

子問題②：要求學生判斷  $\triangle ABC$  是否為直角三角形。

因為  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  垂直， $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

子問題③：要求學生計算  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 6$ ，

所以  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = 2\sqrt{13}$ 。

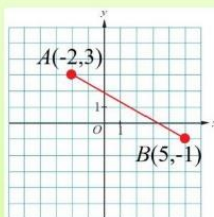
3. 本頁隨堂練習評量學生計算一點在坐標軸上和另一點在非坐標軸上之兩點距離的能力。





基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

- (9) 如圖，坐標平面上有  $A(-2, 3)$ 、 $B(5, -1)$  兩點，請找出一點  $C$ ，讓  $A$ 、 $C$  的連線和  $y$  軸平行， $B$ 、 $C$  的連線和  $x$  軸平行，請回答下列問題：
- ①  $C$  點坐標為何？
  - ②  $\triangle ABC$  是直角三角形嗎？
  - ③  $A$ 、 $B$  的距離是多少？

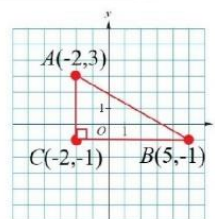


解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過  $A$  點做  $x$  軸的垂線，過  $B$  點做  $y$  軸的垂線，

兩線交於一點  $C(-2, -1)$ 。



②  $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

③利用畢氏定理，計算直角  $\triangle ABC$  斜邊  $\overline{AB}$  的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC} = |3 - (-1)| = 4$ 、 $\overline{BC} = |(-2) - 5| = 7$ ，

則  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}$

也可以將上列算式合併寫成：

$$\overline{AB} = \sqrt{[3 - (-1)]^2 + [(-2) - 5]^2} = \sqrt{4^2 + (-7)^2} = \sqrt{65}$$



#### 隨堂練習

坐標平面上， $A(-1, 4)$ 、 $B(-4, -2)$  兩點的距離是多少？

答：  $3\sqrt{5}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上任意兩點的距離。

2. 第(9)題給定坐標平面上兩點，要求學生回答三個子問題：

子問題①：要求學生找出  $C$  點坐標。

教師協助學生過  $A$  點做  $x$  軸的垂線，過  $B$  點做  $y$  軸的垂線，兩線交於一點  $C(-2, -1)$ 。

子問題②：要求學生判斷  $\triangle ABC$  是否為直角三角形。

因為  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  垂直， $\angle ACB=90^\circ$ ，所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

子問題③：要求學生計算  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=4$ ，

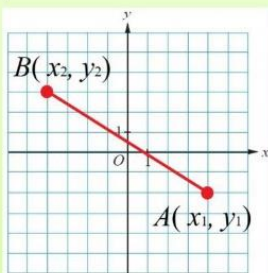
所以  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \sqrt{65}$ 。

3. 本頁隨堂練習評量學生計算任意兩點距離的能力。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

- (10) 如圖，坐標平面上有  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  兩點，請找出一點  $C$ ，讓  $A$ 、 $C$  的連線和  $x$  軸平行， $B$ 、 $C$  的連線和  $y$  軸平行，請回答下列問題：
- ①  $C$  點坐標為何？
  - ②  $\triangle ABC$  是直角三角形嗎？
  - ③  $A$ 、 $B$  的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過  $A$  點做  $y$  軸的垂線，過  $B$  點做  $x$  軸的垂線，

兩線交於一點  $C(x_2, y_1)$ 。

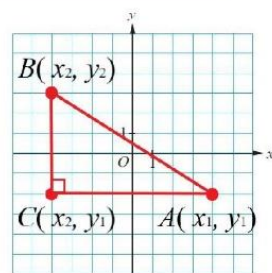
②  $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

③ 利用畢氏定理，計算直角  $\triangle ABC$  斜邊  $AB$  的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC} = |x_1 - x_2|$ 、 $\overline{BC} = |y_1 - y_2|$ ，

則  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $= \overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$



**兩點距離公式：**

給定坐標平面上任意兩點  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，

則  $A$ 、 $B$  的距離  $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~9 頁的教學重點是幫助學生學習直角坐標平面上兩點的距離公式。

本頁教學重點是幫助學生理解直角坐標平面上兩點的距離公式。

2. 第(10)題給定坐標平面上含未知數的兩點，要求學生回答三個子問題：

子問題①：要求學生找出  $C$  點坐標。

教師協助學生過  $A$  點做  $y$  軸的垂線，過  $B$  點做  $x$  軸的垂線，兩線交於一點  $C(x_2, y_1)$ 。

子問題②：要求學生判斷  $\triangle ABC$  是否為直角三角形。

因為  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  垂直， $\angle ACB=90^\circ$ ，所以  $\triangle ABC$  為直角三角形。

子問題③：要求學生計算  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

直角三角形的兩股分別為  $\overline{AC}=|x_1-x_2|$ 、 $\overline{BC}=|y_1-y_2|$ ，

則  $A$ 、 $B$  兩點的距離  $=\overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

3. 本頁對話框為坐標平面上兩點距離的公式。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

(11) 在坐標平面上， $A(4, 5)$ 、 $B(-2, -3)$  兩點的距離是多少？

解：方法一：先找C點，再算距離

① 觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過A點做x軸的垂線，過B點做y軸的垂線，

兩線交於一點  $C(4, -3)$ ，且  $\angle ACB = 90^\circ$ ，

所以， $\triangle ABC$  為直角三角形。

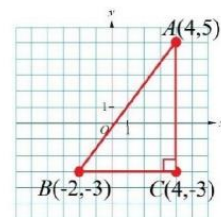
② 利用畢氏定理，計算直角 $\triangle ABC$  斜邊  $\overline{AB}$  的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為

$$\overline{AC} = |5 - (-3)| = 8, \quad \overline{BC} = |(-2) - 4| = 6$$

$$\text{則 } \overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$



方法二：利用坐標平面上兩點距離公式  $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ，

$$\text{得 } \overline{AB} = \sqrt{[5 - (-3)]^2 + [(-2) - 4]^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$



#### 隨堂練習

(1) 坐標平面上， $A(2, 4)$ 、 $B(8, -4)$  兩點的距離是多少？

(2) 坐標平面上， $C(2, -9)$ 、 $D(7, 3)$  兩點的距離是多少？

(3) 坐標平面上， $E(-5, 4)$ 、 $F(4, -8)$  兩點的距離是多少？

答：(1) 10；(2) 13；(3) 15



**教材內容說明：**

1. 本教材第 10 頁的教學重點是幫助學生學習坐標平面上兩點的距離。
2. 第(11)題給定坐標平面上兩點，要求學生計算兩點的距離。

本教材的兩種解題方法：

方法一是先找出一點讓三點形成直角三角形，再利用畢氏定理解題。

方法二是利用坐標平面上兩點距離的公式解題。

- 當學生利用方法一解題時，教師應先接受，並協助學生利用方法二來解題。
- 當學生無法解題時，教師需協助學生將兩點描繪在坐標平面上，再解題。

3. 本頁隨堂練習評量學生利用公式計算兩點距離的能力。



基本學習內容：GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式；若  $A(a, b)$ 、 $B(c, d)$  則  $AB = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$



### 小試身手

1. (1) 坐標平面上， $A(-3, 3)$ 、 $B(-3, -2)$ 兩點的距離是多少？  
(2) 坐標平面上， $C(5, 6)$ 、 $D(-1, 6)$ 兩點的距離是多少？

答: (1) 5 ; (2) 6

2. 坐標平面上， $A(0, -5)$ 、 $B(12, 0)$ 兩點的距離是多少？

答: 13

3. 坐標平面上， $A(0, 0)$ 、 $B(-3, 4)$ 兩點的距離是多少？

答: 5

4. 坐標平面上， $A(0, 2)$ 、 $B(4, 3)$ 兩點的距離是多少？

答:  $\sqrt{17}$

5. 坐標平面上， $A(-3, 4)$ 、 $B(4, -2)$ 兩點的距離是多少？

答:  $\sqrt{85}$



基本學習內容：GC-8-1-1

**教材內容說明：**

1. 本教材第 11 頁為小試身手。

本頁第 1～5 題評量學生利用公式計算兩點距離的能力。







教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

