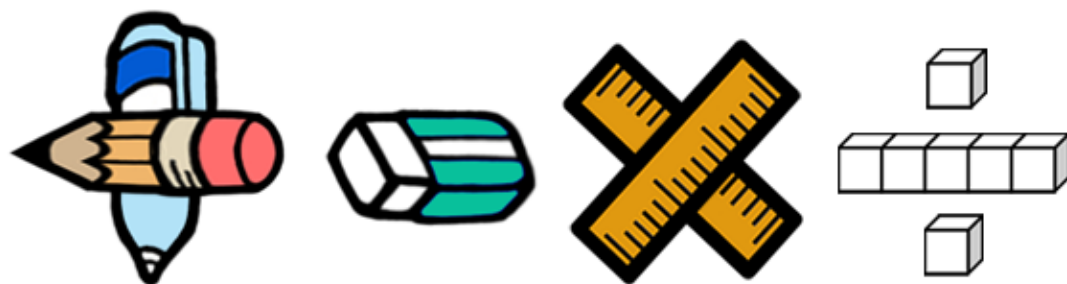


基本學習內容：FC-8-1-1、2

對應關係與函數

常數函數與一次函數

【教師用】





基本學習內容：FC-8-1-1、2

學習內容：

F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 $f(x)$ 的抽象型式）、常數函數（ $y=c$ ）、一次函數（ $y=ax+b$ ）

基本學習內容：

FC-8-1-1 函數的意義。

FC-8-1-2 常數函數與一次函數。

基本學習表現：

FCP-8-1-1-1 認識函數是一種對應關係。

FCP-8-1-1-2 能判斷生活情境中哪些關係是函數。

FCP-8-1-1-3 能判斷數量的對應關係中哪些是函數。

FCP-8-1-1-4 認識從 x 對應到 $ax+b$ 可將對應關係記為 $y=ax+b$ 。

FCP-8-1-2-1 給定 $y=ax+b$ 及 x 值，能找出對應的函數 y 值。

FCP-8-1-2-2 認識一次函數 $y=ax+b$ （ $a \neq 0$ ）。

FCP-8-1-2-3 認識常數函數 $y=c$ 。



概要說明：

◎基本學習內容FC-8-1-1為首次引入，幫助學生由數量和數量的對應關係認識函數。

- 多從生活的實例來介紹數量和數量的對應關係來認識函數。

例如：下表是將水加熱時，加熱時間和水溫的對照表。

時間(分)	0	3	6	9	12	15	18
水溫(°C)	32	50	68	86	100	100	100

由上表知，只要給定時間，就能得到水溫，因此溫度是時間的函數。相反地，知道溫度是100°C，並不能完全知道加熱的時間，所以時間不是溫度的函數。

- 多對一、一對多、一對一、多對多概念的教學，不宜用在佈題敘述中，也不宜評量學生。
- 舉函數的例子，可由生活物件對應逐漸轉換到數的對應。在數的對應上，可考慮「整數」對應到「完全平方數」，此例可做為未來 $y=x^2$ 的前置經驗；教學活動的安排應先從正方形邊長（正整數）對應到正方形面積（正整數）開始舉例，再將這個對應加以擴充，包含對稱的負整數對應及0的對應，學生可以透過此例體會二個對一個的關係（除了0以外）。

◎基本學習內容FC-8-1-2為AC-7-4-1之後續學習概念，故學生已理解二元一次方程式及其解的意義。

本基本學習內容幫助學生認識常數函數和一次函數以及計算其函數值。

- 「 $y=f(x)$ 」這種函數型式，學生會覺得抽象，不要出現。
- 在兩個變數 x 與 y 的關係式中，如果給定一個 x 的值，就恰有一個 y 的值，便稱 y 是 x 的函數，也就是當 x 的值確定時（例如 $x=a$ ），對應的 y 值就隨之確定。此時的 y 值就稱為函數在 $x=a$ 時的函數值。
- 從對應關係轉換到一次函數時，宜由淺入深，由真實生活數量到抽象數字或符號，透過多樣性的表徵，讓學生認識。例如，一次函數 $y=ax$ 的舉例，可以如下表所示，先以表格表徵方式寫出正方形邊長與周長的實際數值對應，再將此對應以一般化 x 對應到 $4x$ 的符號表徵紀錄，同時引出 $y=4x$ 之式子表徵。

邊長	1	2	3	4	...	x
周長	4	8	12	16	...	$4x$

由上表可得對應關係為「周長是邊長的4倍」，如果此時假設 y 表示周長，則 $y=4x$ 。然而單看此式，若 x 代表的不是邊長，那麼也可以是負值，此時 $4x$ 就是規範對應關係的一次式。



基本學習內容：FC-8-1-1、2

◎基本學習內容FC-8-1-2為AC-7-4-1之後續學習概念，故學生已理解二元一次方程式及其解的意義。

本基本學習內容幫助學生認識常數函數和一次函數以及計算其函數值。

- 「 $y=f(x)$ 」這種函數型式，學生會覺得抽象，不要出現。
- 在兩個變數 x 與 y 的關係式中，如果給定一個 x 的值，就恰有一個 y 的值，便稱 y 是 x 的函數，也就是當 x 的值確定時（例如 $x=a$ ），對應的 y 值就隨之確定。此時的 y 值就稱為函數在 $x=a$ 時的函數值。
- 從對應關係轉換到一次函數時，宜由淺入深，由真實生活數量到抽象數字或符號，透過多樣性的表徵，讓學生認識。例如，一次函數 $y=ax$ 的舉例，可以如下表所示，先以表格表徵方式寫出正方形邊長與周長的實際數值對應，再將此對應以一般化 x 對應到 $4x$ 的符號表徵紀錄，同時引出 $y=4x$ 之式子表徵。

邊長	1	2	3	4	...	x
周長	4	8	12	16	...	$4x$

由上表可得對應關係為「周長是邊長的4倍」，如果此時假設 y 表示周長，則 $y=4x$ 。然而單看此式，若 x 代表的不是邊長，那麼也可以是負值，此時 $4x$ 就是規範對應關係的一次式。

- 教師可以舉一些生活中的例子，幫助學生認識一次函數。例如：「阿得春捲一捲40元，加購1個購物袋需加1元，為了方便計算，店家把春捲數與售價的對照表列出來。」

春捲(捲)	1	2	3	4	5	6	7	8
春捲金額	40	80	120	160	200	240	280	320
購物袋金額	1	1	1	1	1	1	1	1
費用(元)	41	81	121	161	201	241	281	321

我們可以用一個數學式子： $40 \times \text{春捲數} + 1 \text{元(購物袋)}$ ，春捲數為任意正數，把對照表記下來。也可以假設春捲數為 x (捲)，售價為 y (元)， x 為任意正數，把上述對應關係改記成 $y=40x+1$ 。

- 常數函數 $y=c$ 的對應關係及函數值不如一次函數般容易觀察，宜由具體實例引入。例如，「智慧型手機4G上網吃到飽，不管網路流量使用多少，月租費只要599元。下面是小明上半年流量費用明細表，請用一個算式表示流量費用明細表。」從流量費用明細表，我們發現不管是哪一個月份的網路使用量，月租費都是599元，我們可以用一個數學式子記下來：

(網路流量) x (MB) \rightarrow (費用) 599(元)， x 為0或任意正數

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月
網路流量(GB)	2.34	5.28	3.56	0	4.66	6.08
費用(元)	599	599	599	599	599	599



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

◎變數與函數

- (1) 一個數隨著情境或時間改變，它的值可能會變動，我們會以代號代替這個值可能會變動的數，一般我們會以 x 、 y 、 z 、... 等命名。例如：設老師的年齡為 x (歲)，今年老師為 40 歲，則 x 可以代表 40，若是明年，則 x 代表 41，像這種值會變動的數就稱為「**變數**」。
- (2) 一個數不管情境或時間如何改變，它的值都不會改變，有些時候會以代號表示這個數，像這種值固定的數就稱就「**常數**」。例如：1、2.3、 -4 、圓周率 π ($\approx 3.1415926\cdots$) 都是常數。

給定兩個變數 x 和 y ，如果每一個 x 的值都對應到一個 y 的值，此時就說「 **y 是 x 的函數**」



- (1) 小明暑假某天去登阿里山，假設爬山經過 x (分) 後，小明所處的海拔高度為 y (公尺)，下表為經過時間 x (分) 與所處的海拔高度 y (公尺) 的對照表：

經過時間 x	10	20	30	40	50	60	70	80	90
所處的海拔高度 y	1000	1150	1180	1150	1150	1230	1250	1300	1260

- ① 請問每一個 x 的值都對應到一個 y 的值嗎？
- ② 請問每一個 y 的值都對應到一個 x 的值嗎？

解：

- ① 由對照表可以發現，每一個給定的時間 x 都只恰有一個海拔高度 y 與其對應，所以 y 是 x 的函數，也就是變數「海拔高度」是變數「經過時間」的函數。
- ② 由對照表可以發現，當給定所處海拔高度 1150 公尺會對應到三個不同的經過時間：20 (分)、40 (分)、50 (分)，所以 x 不是 y 的函數，也就是變數「經過時間」不是 變數「海拔高度」的函數。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是介紹變數與函數。

本頁教材為先複習變數與常數的意義，接著以爬山經過 x (分)後，小明所處海拔高度 y (公尺)為例，說明 y 是 x 的函數。

2. 本頁定義框說明「變數」與「常數」。

3. 本頁的教師指導框定義函數：

給定兩個變數 x 和 y ，如果每一個 x 的值都對應到一個 y 的值，此時就說「 y 是 x 的函數」。

- 此處的函數不會討論函數的自變數與應變數，教師只需讓學生了解函數討論變數與變數之間的對應關係，而變數代表可能會變動的數。

4. 第(1)題給定小明爬山經過 x (分)後，他所處海拔高度 y (公尺)，要求學生根據經過時間 x (分)與所處的海拔高度 y (公尺)的對照表回答兩個子問題。

子問題①：請問每一個 x 的值都對應到一個 y 的值嗎？

教師可以引導學生發現每個給定的時間 x 都只恰有一個海拔高度 y 與其對應，所以 y 是 x 的函數。

子問題②：請問每一個 y 的值都對應到一個 x 的值嗎？

教師可以引導學生所處海拔高度 1150 公尺會對應到三個不同的經過時間：20(分)、40(分)、50(分)，所以 x 不是 y 的函數。



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

- (2) 承(1)，根據研究，夏季時海拔高度每上升 100 公尺，氣溫約降低 0.6°C 。
當天平地溫度為 30°C ，假設小明爬到高度 x 公尺處的溫度為 $y^{\circ}\text{C}$ 。

① 請完成 y 與 x 的對照表。

② 請問 y 是 x 的函數嗎？

高度 x (公尺)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
溫度 y ($^{\circ}\text{C}$)										

解：①

高度 x (公尺)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
溫度 y ($^{\circ}\text{C}$)	29.4	28.8	28.2	27.6	27	26.4	25.8	25.2	24.6	24

- ② 由上述對照表可以發現，每一個給定的 x 都只對應到惟一的 y ，所以
 y 是 x 的函數，也就是變數「高度」是變數「溫度」的函數。

- (3) 下表列出 x 與 y 的對應關係，判斷 y 是否為 x 的函數？

①	<table> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	5	y	2	3	4	5	6	②	<table> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	5	y	5	5	5	5	5	③	<table> <tr><td>x</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>y</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	x	1	1	2	2	3	y	5	4	3	2	1
x	1	2	3	4	5																																				
y	2	3	4	5	6																																				
x	1	2	3	4	5																																				
y	5	5	5	5	5																																				
x	1	1	2	2	3																																				
y	5	4	3	2	1																																				

- 解：① 因為每給定一個 x ，都恰有一個 y 與它對應，所以 y 是 x 的函數。
② 因為每給定一個 x ，都恰有一個 y 與它對應，所以 y 是 x 的函數。
③ 給定 $x=1$ 對應到不同的 y ($y=5$ 、 $y=4$)，另外給定 $x=2$ 也對應到不同的 y ($y=3$ 、 $y=2$)，所以 y 不是 x 的函數。

◎以關係式來表達函數

- (4) 庫奇烘焙坊餅乾一個 5 元，下表是店員將 10 塊以內(含)的餅乾個數與餅乾費用的對照表。

餅乾個數 x (個)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
購買費用 y (元)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

- ① 假設購買餅乾個數 x 個，購買費用 y 元，請問 y 是 x 的函數嗎？
② 請寫出 y 和 x 的關係式。

- 解：① 給定每一個 x 都對應一個 y ，也就是 x 的 5 倍($5 \cdot x$)，所以 y 是 x 的函數。
② 餅乾個數與餅乾費用的對照表：

餅乾個數 x (個)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
購買費用 y (元)	5×1 =5	5×2 =10	5×3 =15	5×4 =20	5×5 =25	5×6 =30	5×7 =35	5×8 =40	5×9 =45	5×10 =50

所以 $y=5x$ ， x 是 1,2,3,...,10

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是介紹變數與函數。

本頁教材為函數判別的練習活動，幫助學生理解函數的意義。

2. 第(2)題給定夏季時海拔高度每上升 100 公尺，氣溫約降低 0.6°C 。

假設當天平地溫度為 30°C ，假設小明爬到高度 x 公尺處的溫度為 $y^{\circ}\text{C}$ 要求學生回答兩個子問題。

子問題①：完成 y 與 x 的對照表

● 教師可以引導學生觀察溫度的變化趨勢呈現等差數列。

子問題②：請問 y 是 x 的函數嗎？

每一個給定的 x 都只對應到惟一的 y ，所以 y 是 x 的函數，也就是變數「高度」是變數「溫度」的函數。

高度 x (公尺)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
溫度 y ($^{\circ}\text{C}$)	29.4	28.8	28.2	27.6	27	26.4	25.8	25.2	24.6	24

3. 第(3)題給定 x 與 y 的對照表，要求學生判斷何者 y 是否為 x 的函數？

因為給定 $x=1$ 對應到不同的 y ($y=5$ 、 $y=4$)，

另外給定 $x=2$ 也對應到不同的 y ($y=3$ 、 $y=2$)，

所以只有對照表③ y 不是 x 的函數。

4. 第(4)題給定烘焙坊餅乾一個 5 元及 10 塊以內(含)的餅乾個數與餅乾費用的對照表。要求學生回答兩個子問題。

子問題①：設購買餅乾 x 個，購買費用 y 元，請問 y 是 x 的函數嗎？

給定每個 x 都對應一個 y ，也就是 x 的 5 倍，所以 y 是 x 的函數。

子問題②：請寫出 y 和 x 的關係式。所以 $y=5x$ ， x 是 $1, 2, 3, \dots, 10$



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

我們可以用 y 和 x 的關係式來表示 y 是 x 的函數，

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

例如：上表中， y 是 x 的函數可以用

$$y=5x, x=1,2,3,\dots,10 \text{ 來取代表格。}$$



- (5) 庫克烘培坊牛角麵包一個 20 元，包裝盒一個 2 元，下表是店員將 6 塊以內(含)的牛角麵包與加買 1 個包裝盒費用的對照表。

牛角麵包個數 x (個)	1	2	3	4	5	6
購買費用 y (元)	22	42	62	82	102	122

假設購買牛角麵包個數 x 個，購買費用 y 元，請寫出 y 和 x 的關係式。

解：牛角麵包個數與加買 1 個包裝盒費用的對照表

牛角麵包個數 x (個)	1	2	3	4	5	6
購買費用 y (元)	$20 \times 1 + 2$ =22	$20 \times 2 + 2$ =42	$20 \times 3 + 2$ =62	$20 \times 4 + 2$ =82	$20 \times 5 + 2$ =102	$20 \times 6 + 2$ =122

由上表得 $y=20x+2, x=1,2,3,4,5,6$

- (6) 在傳統市場，小盤商商品的進貨成本常以公斤計價，販售的定價常以台斤計價。下表是 x 台斤與 y 公斤換算的部份對照表請寫出 y 和 x 的關係式。

x (台斤)	1	2	3	4	5
y (公斤)	0.6	1.2	1.8	2.4	3

解：

x (台斤)	1	2	3	4	5
y (公斤)	0.6	1.2	1.8	2.4	3

$$y=0.6x \quad x=1,2,3,4,5$$

台斤和公斤的換算，並不限定 x 為整數， x 是小數也可以，所以我們只需用「 $y=0.6x$ 」來表達 x 和 y 的函數關係就可以！





教材內容說明：

1. 本教材第 3 頁的教學重點是以關係式來表達函數。
本頁教材利用列表幫助學生找到函數關係式。
2. 本頁的第一個教師指導框說明可以從 x 與 y 的列表，找到 x 與 y 的關係式，所以 y 與 x 的函數關係就可以用 $y=5x$ 函數關係式來取代列表。
3. 第(5)題給定烘培坊牛角麵包一個 20 元，包裝盒一個 2 元及 6 塊以內(含)的牛角麵包與加買 1 個包裝盒費用的對照表。假設購買牛角麵包個數 x 個，購買費用 y 元，要求學生寫出 y 和 x 的關係式。
● 建議教師引導學生將「購買費用」寫成 $20 \times (\text{牛角麵包個數}) + 2$
幫助學生寫出 $y = 20x + 2$ ， $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 的關係式。
4. 第(6)題給定市場 x 台斤與 y 公斤換算的部份對照表，要求學生寫出 y 和 x 的關係式。
由上表可知 $y(\text{公斤}) = x(\text{台斤}) \times 0.6$ ，所以 $y = 0.6x$ ， $x = 1, 2, 3, 4, 5$

x (台斤)	1	2	3	4	5
y (公斤)	0.6	1.2	1.8	2.4	3

5. 本頁的第二個教師指導框說明列表裡的數值不限定整數， x 是小數也可以，所以可用「 $y=0.6x$ 」來表達 x 和 y 的函數關係。



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

- (7) 下表為紅茶杯數與購買紅茶費用的對照表，假設購買紅茶杯數為 x (杯)，
購買紅茶費用為 y (元)：

紅茶杯數 x (杯)	1	2	3	4	5	6	7	8
紅茶金額 y (元)	25	50	75	100	125	150	175	200

- ① y 與 x 是否成正比？它們的比值是多少？
- ② 請找出 y 和 x 的關係式？
- ③ 請問 y 是 x 的函數嗎？

解：

① 因為 $\frac{y}{x} = \frac{25}{1} = \frac{50}{2} = \frac{75}{3} = \frac{100}{4} = \frac{125}{5} = \frac{150}{6} = \frac{175}{7} = \frac{200}{8} = 25$ ，比值都是 25

所以 y 與 x 成正比。

② 因為 $\frac{y}{x} = 25$ ，所以 $y:x=25:1$ ，由比例式的內項乘積等於外項乘積得到

$$y = 25x$$

- ③ 利用 $y = 25x$ ，我們將對照表中的紅茶金額改寫成 $25 \times$ 杯數(x)

紅茶杯數(x)	1	2	3	4	5	6	7	8
紅茶金額(y)	25×1 =25	25×2 =50	25×3 =75	25×4 =100	25×5 =125	25×6 =150	25×7 =175	25×8 =200

因為每給定一個 x ，都恰有一個 y 與它對應，所以 y 是 x 的函數。

- (1) 當變數 x 與 y 成正比時， y 與 x 的關係式就是 $y=kx$ ($k \neq 0$)，其中 k 為 $y:x$ 的比值。
- (2) 當變數 x 與 y 成正比時， y 會是 x 的函數。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~6 頁的教學重點是介紹一次函數。

本頁教材引入兩變數的正比關係也是函數關係的一種，說明當 x 、 y 成正比時，可以假設 $y=kx$ 。

2. 第(7)題給定紅茶杯數與購買紅茶費用的對照表，假設購買紅茶杯數為 x (杯)，購買紅茶費用為 y (元)，要求學生回答三個子問題。

子問題①： y 與 x 是否成正比？它們的比值是多少？

檢查每組數對 (x, y) ， $x:y$ 的比值

$$\frac{y}{x} = \frac{25}{1} = \frac{50}{2} = \frac{75}{3} = \frac{100}{4} = \frac{125}{5} = \frac{150}{6} = \frac{175}{7} = \frac{200}{8} = 25$$

比值都是 25，所以 y 與 x 成正比。

子問題②：請找出 y 和 x 的關係式？

因為 $\frac{y}{x} = 25$ ，所以 y 和 x 的關係式是 $y = 25x$ 。

子問題③：請問 y 是 x 的函數嗎？

利用 $y = 25x$ ，教師可引導學生將紅茶金額改寫成 $25 \times$ 杯數 (x)

紅茶杯數(x)	1	2	3	4	5	6	7	8
紅茶金額(y)	25×1 =25	25×2 =50	25×3 =75	25×4 =100	25×5 =125	25×6 =150	25×7 =175	25×8 =200

因為給定每個 x ，都恰有一個 y 與它對應，所以 y 是 x 的函數。

3. 本頁的教師對話框說明：

- (1) 當變數 x 與 y 成正比時， y 與 x 的關係式就是 $y=kx$ ($k \neq 0$)
- (2) 當變數 x 與 y 成正比時， y 會是 x 的函數。



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

(8) 給定下列兩組變數 x 、 y 的對照表，請問 y 與 x 是否成正比，如果成正比，它們的關係式為何？

①

x	2	4	6	8	10
y	10	20	30	40	50

②

x	2	4	6	8	10
y	4	6	8	10	12

解：① 若 y 與 x 成正比，可以假設 $y=kx$ ，將第 1 組資料 $x=2$ 、 $y=10$ 代入 $y=kx$

可得 $10=2k$ ， $k=5$ ，利用 $y=5x$ 接下來檢查第 2、3、4、5 組資料

第 2 組： $x=4$ 、 $y=20$ ， $5 \times 4 = 20$

第 3 組： $x=6$ 、 $y=30$ ， $5 \times 6 = 30$

第 4 組： $x=8$ 、 $y=40$ ， $5 \times 8 = 40$

第 5 組： $x=10$ 、 $y=50$ ， $5 \times 10 = 50$

由上可知 y 與 x 成正比， y 與 x 的關係式為 $y=5x$ 。

② 若 y 與 x 成正比，可以假設 $y=kx$ ，將第 1 組資料 $x=2$ 、 $y=4$ 代入 $y=kx$

可得 $4=2k$ ， $k=2$ ，利用 $y=2x$ 接下來檢查第 2、3、4、5 組資料

第 2 組： $x=4$ 、 $y=6$ ， $2 \times 4 \neq 6$ ，接下來第 3~5 組資料不用再檢查可得

y 與 x 不成正比。

(9) 直線跑道有一遙控汽車以每秒 2 公尺的速率前進，從距離遙控玩家在 3 公尺出發，假設出發後 x 秒距離遙控玩家為 y 公尺，下表為 x 與 y 的對照表：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	5	7	9	11	13	15	17	19

① 試寫出 x 和 y 的關係式？

② 請問 y 是 x 的函數嗎？

解：① 出發後 x 秒，遙控汽車已前進了 $2x$ 公尺，所以離遙控玩家 $2x+3$ 公尺故 $y=2x+3$ 。

② 因為每給定一個 x ，都恰有一個 y 與它對應，所以 y 是 x 的函數。

給定兩個變數 x 、 y ，已知變數可以表示成 $y=ax+b$ （其中 a 、 b 為常數，且 $a \neq 0$ ），由例(6)~(8)，我們看到都符合「給定一個 x ，都恰有一個 y 與它對應」，所以關係式 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 可表示 y 是 x 的函數，又因為變數 x 的最高次數為一次，因此稱 y 是 x 的**一次函數**。



教材內容說明：

1. 本教材第 4~6 頁的教學重點是介紹一次函數。

本頁教材為一次函數關係式的練習活動，幫助學生理解一次函數。

2. 第(8)題給定兩組變數 x 、 y 的對照表，要求學生判斷 y 與 x 是否成正比，如果成正比，它們的關係式為何？

以第①組對照表為例說明：

步驟一：教師可以提示 y 和 x 成正比的關係可以假設為 $y = kx$

步驟二：將第 1 組資料 $x=2$ 、 $y=10$ 代入 $y = kx$ 求出 k

步驟三：由前步驟得到 $k=5$ ，利用 $y=5x$ 檢查第 2、3、4、5 組資料是否成立？

步驟四：發現所有資料都成立，所以 y 與 x 成正比， y 與 x 的關係式為 $y=5x$ 。

3. 第(9)題給定遙控汽車以每秒 2 公尺的速率前進，從距離遙控玩家在 3 公尺出發，假設出發後 x 秒距離遙控玩家為 y 公尺，要求學生根據 x 與 y 的對照表回答 2 個子問題：

子問題①：試寫出 x 和 y 的關係式？

出發後 x 秒，遙控汽車已前進了 $2x$ 公尺，所以離遙控玩家 $2x+3$ 公尺，

故 $y=2x+3$ 。

子問題②：請問 y 是 x 的函數嗎？

因為每給定一個 x ，都恰有一個 y 與它對應，所以 y 是 x 的函數。

4. 本頁定義框的重點為說明一次函數 $y = ax + b$ 的形式與意義。



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

(10) 攝氏溫度為 $x(^{\circ}\text{C})$ 與華氏溫度為 $y(^{\circ}\text{F})$ 的關係式： $y = \frac{9}{5}x + 32$ 。

① 請完成下列 x 和 y 的對照表。 ② 請問 y 是 x 的一次函數嗎？

$x(^{\circ}\text{C})$	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30
$y(^{\circ}\text{F})$								

解：① 此時 x 與 y 的對應關係列表如下：

$x(^{\circ}\text{C})$	-40	-30	-20	-10
$y(^{\circ}\text{F})$	$\frac{9}{5} \times (-40) + 32$ =-40	$\frac{9}{5} \times (-30) + 32$ =-22	$\frac{9}{5} \times (-20) + 32$ =-4	$\frac{9}{5} \times (-10) + 32$ =14

$x(^{\circ}\text{C})$	0	10	20	30
$y(^{\circ}\text{F})$	$\frac{9}{5} \times 0 + 32$ =32	$\frac{9}{5} \times 10 + 32$ =50	$\frac{9}{5} \times 20 + 32$ =68	$\frac{9}{5} \times 30 + 32$ =86

② 由上表可得 $y = \frac{9}{5}x + 32$ 滿足 $y = ax + b$ 的型式，其中 $a = \frac{9}{5}$ ， $b = 32$ ，

所以 y 是 x 的一次函數。



隨堂練習

(1) 已知正方形的邊長為 x 公分，周長為 y 公分，

① 請完成下列 x 和 y 的對照表。

② 請問 y 是否為 x 的一次函數？

邊長 x (公分)	1	2	3	4	5	6
周長 y (公分)						

答：①

邊長 x (公分)	1	2	3	4	5	6
周長 y (公分)	4	8	12	16	20	24

② $y = 4x$ ，所以 y 是 x 的一次函數



教材內容說明：

1. 本教材第 4～6 頁的教學重點是介紹一次函數。

本頁教材為一次函數關係式的練習活動，幫助學生理解一次函數。

2. 第(10)題給定攝氏溫度為 x ($^{\circ}\text{C}$)與華氏溫度為 y ($^{\circ}\text{F}$)的關係式： $y = \frac{9}{5}x + 32$ 。

要求學生回答 2 個子問題。

子問題①：請完成下列對照表

x ($^{\circ}\text{C}$)	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30
y ($^{\circ}\text{F}$)								

x ($^{\circ}\text{C}$)	-40	-30	-20	-10
y ($^{\circ}\text{F}$)	$\frac{9}{5} \times (-40) + 32$ =-40	$\frac{9}{5} \times (-30) + 32$ =-22	$\frac{9}{5} \times (-20) + 32$ =-4	$\frac{9}{5} \times (-10) + 32$ =14

x ($^{\circ}\text{C}$)	0	10	20	30
y ($^{\circ}\text{F}$)	$\frac{9}{5} \times 0 + 32$ =32	$\frac{9}{5} \times 10 + 32$ =50	$\frac{9}{5} \times 20 + 32$ =68	$\frac{9}{5} \times 30 + 32$ =86

子問題②：由上表可得 $y = \frac{9}{5}x + 32$ 滿足 $y = ax + b$ 的型式，所以 y 是 x 的一次函數。

3. 本頁的隨堂練習評量重點為給定正方形的邊長 x 公分、周長為 y 公分，要求學生回答 2 個子問題。

子問題①：完成 x 和 y 的對照表。

子問題②：判斷 y 是否為 x 的一次函數？



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

- (11) 庫奇烘培坊週年慶，推出購買一個 20 元的紙袋就可以將免費的餅乾不限數量任你裝到紙袋。若假設餅乾的個數為 x (個)，買一個紙袋及裝入免費餅乾所需的費用為 y (元)。

① 請將 y 寫成 x 的關係式。 ② 請問 y 是 x 的函數嗎？

解：① 因為每個餅乾都免費，所以餅乾的費用可以寫成 $0 \cdot x = 0x$ (元)，紙袋的費用 20 (元)，得到變數 x 、 y 的關係式為 $y = 0x + 20$ ，可化簡為 $y = 20$ 。

② 此時 x 與 y 的對應關係列表如下：

x (個)	1	2	3	4	5	...
y (元)	$0 \times 1 + 20$ =20	$0 \times 2 + 20$ =20	$0 \times 3 + 20$ =20	$0 \times 4 + 20$ =20	$0 \times 5 + 20$ =20	...

由上表，每一種餅乾個數 x ，都恰對應到費用 y (20 元)，所以 y 是 x 的函數。

給定兩個變數 x 、 y ，已知變數 y 表示成 $y = 0x + b$ (其中 b 為常數)，也可以看成 $y = b$ ，由例(11)我們看到無論變數 x 是多少，都對應到同樣的變數 y (常數)，像這樣的函數就稱 y 是 x 的**常數函數**。

- (12) 大樂 KTV 推出「每人 300 元，不限時間無限歡唱」的週年慶活動。假設參加這個活動在 KTV 歡唱的時間為 x 小時，歡唱的費用為 y 元。

① 請將 y 寫成 x 的關係式。 ② 請問 y 是 x 的函數嗎？

解：① 依題意可得到變數 x 、 y 的關係式為 $y = 0x + 300$ ，可化簡為 $y = 300$ 。

② 此時 x 與 y 的對應關係列表如下：

x (小時)	1	2	3	4	5	...
y (元)	$0 \times 1 + 300$ =300	$0 \times 2 + 300$ =300	$0 \times 3 + 300$ =300	$0 \times 4 + 300$ =300	$0 \times 5 + 300$ =300	...

觀察上表，無論歡唱時數 x 為何，都只有一個費用 y (300 元) 與它對應，所以 y 是 x 的常數函數。

重點整理

給定變數 x 和 y ，在函數 $y = ax + b$ 中

- ① 若 $a \neq 0$ ， b 為常數，則 y 是 x 的一次函數。
② 若 $a = 0$ ， b 為常數，則 y 是 x 的常數函數。



教材內容說明：

1. 本教材第 7 頁的教學重點是介紹常數函數。
2. 第(11)題給定烘培坊推出購買一個 20 元的紙袋就可以將免費的餅乾不限數量裝到紙袋。假設餅乾的個數為 x (個)，買一個紙袋及裝入免費餅乾所需的費用為 y (元)。要求學生回答 2 個子問題。

子問題①：請將 y 寫成 x 的關係式。

由每個餅乾都免費，餅乾的費用可以寫成 $0 \cdot x$ (元)，紙袋的費用 20 (元)，得到變數 x 、 y 的關係式為 $y = 0x + 20$ ，可化簡為 $y = 20$ 。

子問題②：請問 y 是 x 的函數嗎？

教師可以讓學生整理出 x 和 y 的列表如下：

x (個)	1	2	3	4	5	...
y (元)	$0 \times 1 + 20$ =20	$0 \times 2 + 20$ =20	$0 \times 3 + 20$ =20	$0 \times 4 + 20$ =20	$0 \times 5 + 20$ =20	...

由上表，每一種餅乾個數 x ，都恰對應到費用 y (20 元)，所以 y 是 x 的函數。

3. 本頁的定義框說明常數函數 $y = 0x + b$ (也可以看成 $y = b$) 的形式與意義。
4. 第(12)題給定 KTV 推出「每人 300 元無限歡唱」的活動。假設歡唱的時間為 x 小時，歡唱的費用為 y 元，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：請將 y 寫成 x 的關係式。 $y = 0x + 300$ (或 $y = 300$)。

子問題②：請問 y 是 x 的函數嗎？ y 是 x 的常數函數。

5. 本頁重點整理框說明 $y = ax + b$ 中符合

- (1) 若 $a \neq 0$ ， b 為常數，則 y 是 x 的一次函數。
- (2) 若 $a = 0$ ， b 為常數，則 y 是 x 的常數函數。



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

- (13) 甲： $y = x^2 + 2x - 3$ 乙： $y = 3x - 1$ 丙： $y = -2x$
 丁： $y = \frac{2}{3}$ 戊： $y = 0x - 1$

- ① 上列 y 與 x 的關係式，何者 y 是 x 的一次函數？
 ② 上列 y 與 x 的關係式，何者 y 是 x 的常數函數？

解：① 一次函數 ($y = ax + b$)：乙、丙。 ② 常數函數 ($y = 0x + b$)：丁、戊。

- (14) ① 一次函數 $y = 3x$ ，當 $x = 1$ 時，請問 $y = ?$
 ② 一次函數 $y = -2x + 1$ ，當 $x = 2$ 時，請問 $y = ?$
 ③ 常數函數 $y = 5$ ，當 $x = 3$ 時，請問 $y = ?$

解：① $x = 1$ 時， y 為 $y = 3 \times 1$ ， $y = 3$ 。
 ② $x = 2$ 時， y 為 $y = (-2) \times 2 + 1$ ， $y = -3$
 ③ 常數函數 $y = 5$ 可以看成 $y = 0x + 5$ ， $x = 3$ 時， y 為 $y = 0 \times 3 + 5$ ， $y = 5$



隨堂練習

- (1) 一次函數 $y = \frac{9}{5}x + 32$ ，當 $x = 15$ 時， $y = ?$
 (2) 常數函數 $y = 15$ ，當 $x = 5$ 時， $y = ?$

答：(1) $y = 59$ (2) 15

- (15) ① 已知一次函數 $y = 2x + 1$ 與一次函數 $y = x - 3$ ，當 $x = a$ 時的兩個 y 值會相等，則 $a = ?$
 ② 已知一次函數 $y = 3x + 1$ 與常數函數 $y = -5$ ，當 $x = b$ 時的兩個 y 值會相等，則 $b = ?$

解：① 一次函數 $y = 2x + 1$ 在 $x = a$ 時， y 為 $y = 2a + 1$
 一次函數 $y = x - 3$ 在 $x = a$ 時， $y = a - 3$
 得到 $2a + 1 = a - 3$ ， $a = -4$
 ② 一次函數 $y = 3x + 1$ 在 $x = b$ 時， y 為 $y = 3b + 1$
 常數函數 $y = -5$ (即 $y = 0x - 5$) 在 $x = b$ 時， $y = 0 \times b - 5$ ， $y = -5$
 得到 $3b + 1 = -5$ ， $b = -2$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 8~9 頁的教學重點為一次函數與常數函數的函數值應用。

本頁教材介紹如何求一次函數與常數函數的函數值。

2. 第(13)題給定四個函數關係式，要求學生回答 2 個子問題

子問題①：何者 y 是 x 的一次函數

教師可以提示學生需滿足一次函數 $y = ax + b$ 才算，故有乙、丙。

子問題②：何者 y 是 x 的常數函數。

教師可以提示學生需滿足常數函數 $y = 0x + b$ 才算，故有丁、戊。

3. 第(14)題有 3 個子問題，給定函數關係式要求學生根據已知的 x 值計算對應的函數值。

子問題①：一次函數 $y = 3x$ ，當 $x = 1$ 時，請問 $y = ?$ $y = 3x$ ，代入 $x = 1$ ， $y = 3 \times 1$ ， $y = 3$

子問題②：一次函數 $y = -2x + 1$ ，當 $x = 2$ 時，請問 $y = ?$

$$y = -2x + 1, \text{ 代入 } x = 2, y = (-2) \times 2 + 1, y = -3$$

子問題③：常數函數 $y = 5$ ，當 $x = 3$ 時，請問 $y = ?$

建議學生將 $y = 5$ 看成 $y = 0x + 5$ ，代入 $x = 3$ ， $y = 0 \times 3 + 5$ ， $y = 5$

4. 本頁隨頁堂練習的評題重點為要求學生根據給定 x 值算出對應的一次函數或常數函數的函數值。

5. 第(15)題含有子問題①②，以子問題①：「給定兩個一次函數的關係式，假設在 $x = a$ 時函數值會相同，要求學生解出 $a = ?$ 」為例說明

步驟一：一次函數 $y = 2x + 1$ 在 $x = a$ 時， y 為 $y = 2a + 1$

步驟二：一次函數 $y = x - 3$ 在 $x = a$ 時， $y = a - 3$

步驟三：令兩個函數值相等得到 $2a + 1 = a - 3$ ， $a = -4$



基本學習內容：FC-8-1-1、2 對應關係與函數、常數函數與一次函數

(16) 一次函數 $y = ax + b$ ，當 $x = 2$ 時的 y 為 5， $x = 3$ 時的 y 為 7，請問此一次函數為何？

解：一次函數 $y = ax + b$ ，

代入 $x = 2$ ， $y = 5$ ，得到 $5 = 2a + b$ ①

代入 $x = 3$ ， $y = 7$ ，得到 $7 = 3a + b$ ②

由①、②聯立可得 $\begin{cases} 2a + b = 5 \dots\dots(1) \\ 3a + b = 7 \dots\dots(2) \end{cases}$

由(2)式減(1)式得 $a = 2$ 代回(1)式解得 $b = 1$

故此一次函數為 $y = 2x + 1$



隨堂練習

(1) 函數 $y = ax + b$ ，當 $x = -1$ 時的 y 為 3， $x = 2$ 時的 y 為 3，請問此函數為何？

答： $y = 3$ (或 $y = 0x + 3$)



小試身手

(1) 下表列出 x 與 y 的對應關係，請問哪一組 y 不是 x 的函數？

①

x	1	2	3	4	5
y	8	6	4	2	0

②

x	1	2	3	4	5
y	3	3	3	3	3

③

x	1	2	3	2	1
y	1	2	3	-2	-1

答：③

(2) 已知一次函數 $y = -2x - 3$ 與一次函數 $y = x + 6$ ，當 $x = k$ 時的兩個 y 值會相等，

請問 k 為多少？

答： $k = -3$

(3) 若一次函數 $y = ax + b$ ，當 $x = 5$ 時的 y 為 -4 ， $x = 1$ 時的 $y = 4$ ，請問此一次函數為何？

答： $y = -2x + 6$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 9 頁的教學重點為一次函數與常數函數的應用問題及小試身手。

第(16)題給定一次函數 $y = ax + b$ ，已知有兩組 (x, y) 的對應關係，要求學生求出此一次函數。

步驟一：一次函數 $y = ax + b$ 代入 $x = 2$ ， $y = 5$ 得到 $5 = 2a + b$

步驟二：一次函數 $y = ax + b$ 代入 $x = 3$ ， $y = 7$ 得到 $7 = 3a + b$

步驟三：將上述兩式改成二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2a + b = 5 \dots\dots(1) \\ 3a + b = 7 \dots\dots(2) \end{cases}$

步驟四：解得二元一次聯立方程式的解為 $a = 2, b = 1$

步驟五：將 $a、b$ 值代入 $y = ax + b$ 得到 $y = 2x + 1$ 。

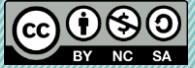
2. 本頁隨堂練習的評量重點為給定一次函數 $y = ax + b$ ，已知有兩組 (x, y) 的對應關係，且此兩組的 y 值相同，要求學生求出此函數。

3. 本頁小試身手含有 3 個問題：

第(1)題要求學生選出不是函數的 xy 對照表

第(2)題給定兩個一次函數在 $x = k$ 時函數值會相等，要求學生求出 $k = ?$

第(3)題給定一次函數 $y = ax + b$ 以及兩組 (x, y) 的對應關係，要求學生算出此一次函數為何？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

