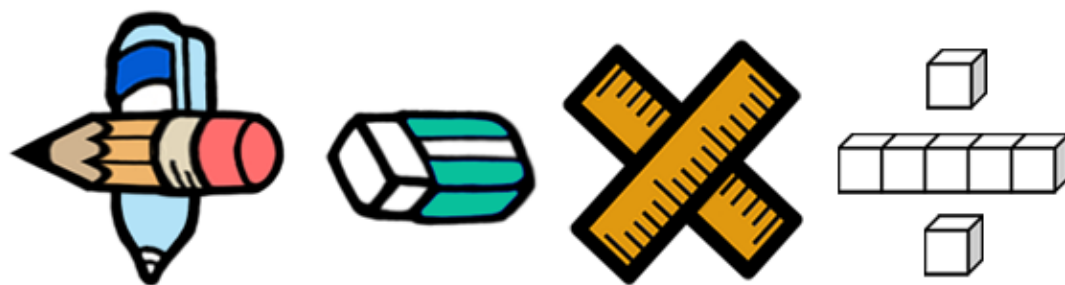


基本學習內容：NC-8-1-2

根式的四則運算

【教師用】





基本學習內容：NC-8-1-2

學習內容：

N-8-1 二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算。

基本學習內容：

NC-8-1-2 根式的四則運算。

基本學習表現：

NCP-8-1-2-1 認識：若 $a > 0$ ， $n\sqrt{a} \pm m\sqrt{a} = (n \pm m)\sqrt{a}$ 。

NCP-8-1-2-2 認識：若 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 。

NCP-8-1-2-3 認識：若 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 。

NCP-8-1-2-4 能進行簡單的方根計算。

概要說明：

◎基本學習內容 NC-8-1-2 是 NC-8-1-1 的後續概念，學生應已理解二次方根（平方根）的意義。

本基本學習內容幫助學生進行根式的化簡及四則運算。

■ 學生較不容易理解 $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 4} = \sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$ ，宜改寫成 $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2 \times 2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

■ 化簡後的最簡根式以不超過兩個根式為主。

例如：不宜出現 $3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + \sqrt{5}$ 的結果。

■ 本基本學習內容不引入 $\sqrt{a^2} = |a|$ 。

■ 對於使用算式、分配律、和的平方、差的平方、或平方差等代數式來化簡根式的題目，不宜評量，例如：

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}。$$

■ 學生可能出現 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$ 、 $2\sqrt{3} = \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{6}$ 等錯誤概念，建議教師可透過計算機幫助學生認識等式不成立。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

◎ $n\sqrt{a}$ 的意義

- (1) ① 請將 $x+x+x$ 改寫成一個乘法算式，並簡記。
 ② 請將 $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$ 改寫成一個乘法算式，並簡記。

解：

- ① $x+x+x=x\times 3$ 或 $3\times x$ ，3 個 x 合起來可以簡記為 $3x$ 。
 ② $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}\times 3$ 或 $3\times\sqrt{2}$ ，3 個 $\sqrt{2}$ 合起來可以簡記為 $3\sqrt{2}$ 。

3 個 x 合起來記為 $3x$ ，3 個 $\sqrt{2}$ 合起來記為 $3\sqrt{2}$ ，所以 $3\sqrt{2}$ 就是 $\sqrt{2}$ 的 3 倍，同理 $\sqrt{2}$ 的 $\frac{5}{4}$ 倍就記為 $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ 。像這樣帶有根號的簡記稱為「根式」。例如： $3\sqrt{2}$ 、 $\frac{5}{4}\sqrt{3}$ 、 $-2\sqrt{5}$ 、 $-\sqrt{7}$ 都是「根式」。



- (2) ① 簡記 $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$ ？

- ② 簡記 $\overbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\dots+\sqrt{2}}^{10\text{個}}$ ？

解：① $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

② $\overbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\dots+\sqrt{2}}^{10\text{個}}=10\times\sqrt{2}=10\sqrt{2}$



隨堂練習

- (1) 簡記 $\sqrt{7}+\sqrt{7}+\sqrt{7}=?$

- (2) 簡記 $\overbrace{\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}+\dots+\sqrt{5}}^{100\text{個}}=?$

答：(1) $3\sqrt{7}$ (2) $100\sqrt{5}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是介紹 $n\sqrt{a}$ 的意義以及練習活動。

本教材利用 n 個 x 的和記成 nx 的形式，幫助學生理解 n 個 \sqrt{a} 的和也可以類比記成 $n\sqrt{a}$ 。

2. 第(1)題要求學生回答兩個子問題：

子問題①：給定 $x+x+x$ ，要求學生簡記這個算式。

$x+x+x$ 就是 3 個 x 合起，可簡記為 $3x$ 。

子問題②：給定 $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$ ，要求學生簡記這個算式。

$\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$ 就是 3 個 $\sqrt{2}$ 合起，可簡記為 $3\sqrt{2}$ 。

- 當學生無法將 $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$ 簡記為 $3\sqrt{2}$ 時，教師可令未知數 $x=\sqrt{2}$

因此 $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=x+x+x=3x$ ，再用 $\sqrt{2}$ 代入 x 得 $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ 。

3. 本頁的教師指導框舉例說明何謂「根式」。

4. 第(2)題要求學生根據前述根式的意義回答兩個子問題：

子問題①：給定 $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$ ，要求學生簡記這個算式。

子問題②：給定連續 10 個 $\sqrt{2}$ 相加的算式，要求學生簡記這個算式。

5. 本頁第 1 個隨堂練習的評量重點在要求學生將相同根式連加的算式簡記為 $n\sqrt{a}$ 的記法。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

(3) 計算下列各式：① $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ ② $12\sqrt{3}-8\sqrt{3}$ ③ $\frac{2}{3}\sqrt{5}+\frac{1}{4}\sqrt{5}$

解：① $3\sqrt{5}$ 是 3 個 $\sqrt{5}$ ， $4\sqrt{5}$ 是 4 個 $\sqrt{5}$ ，合起來就是 7 個 $\sqrt{5}$ ，

$$\text{所以 } 3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{5}$$

② $12\sqrt{3}$ 是 12 個 $\sqrt{3}$ ， $8\sqrt{3}$ 是 8 個 $\sqrt{3}$ ，因為 $12-8=4$

$$\text{所以 } 12\sqrt{3}-8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$$

③ $\frac{2}{3}\sqrt{5}$ 是 $\frac{2}{3}$ 個 $\sqrt{5}$ ， $\frac{1}{4}\sqrt{5}$ 是 $\frac{1}{4}$ 個 $\sqrt{5}$ ，因為 $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$

$$\text{所以 } \frac{2}{3}\sqrt{5}+\frac{1}{4}\sqrt{5}=\frac{11}{12}\sqrt{5}$$



隨堂練習

(1) 計算下列各式：① $5\sqrt{3}+4\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{7}-7\sqrt{7}$ ③ $\frac{3}{2}\sqrt{5}-\frac{5}{4}\sqrt{5}$

答：① $9\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{7}$ ③ $\frac{1}{4}\sqrt{5}$

(4) ① $\frac{4\sqrt{10}}{7}$ 和下列哪些數相等？(a) $\frac{4\times\sqrt{10}}{7}$ (b) $\frac{4}{7}\times\sqrt{10}$ (c) $\frac{4}{7}\sqrt{10}$

② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 和下列哪些數相等？(a) $\sqrt{6}\div 3$ (b) $\sqrt{6}\times\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

解：① $\frac{4\sqrt{10}}{7}=\frac{4\times\sqrt{10}}{7}=4\times\sqrt{10}\times\frac{1}{7}=(4\times\frac{1}{7})\times\sqrt{10}=\frac{4}{7}\times\sqrt{10}=\frac{4}{7}\sqrt{10}$

故 $\frac{4\sqrt{10}}{7}$ 和 (a)、(b)、(c) 的值都相等。

② $\frac{\sqrt{6}}{3}=\sqrt{6}\div 3=\sqrt{6}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times\sqrt{6}=\frac{1}{3}\sqrt{6}$ ，故 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 和 (a)、(b)、(c) 的值都相等。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是介紹 $n\sqrt{a}$ 的意義以及練習活動。
2. 第(3)題包含三個子問題，要求學生將同類方根的算式化簡為 $n\sqrt{a}$ 。

子問題①： $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$

子問題②： $12\sqrt{3}-8\sqrt{3}$

子問題③： $\frac{2}{3}\sqrt{5}+\frac{1}{4}\sqrt{5}$

本教材都是利用同單位的合併計算去化簡成同類方根的算式，以 $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ 為例說明， $3\sqrt{5}$ 是 3 個 $\sqrt{5}$ 合起來； $4\sqrt{5}$ 是 4 個 $\sqrt{5}$ 合起來，因為 $3+4=7$ ，所以算式的答案是 7 個 $\sqrt{5}$ 合起來，故記成 $7\sqrt{5}$ 。

●當學生無法解題時，教師可依下列步驟幫助學生解題，底下以 $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ 為例說明：

步驟一：複習同分母的分數加減計算，例如： $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$ ，

其理由為將 $\frac{3}{8}$ 看成 3 個 $\frac{1}{8}$ ， $\frac{4}{8}$ 看成 4 個 $\frac{1}{8}$ ，

$\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$ 相當於 $(3+4)=7$ 個 $\frac{1}{8}$

步驟二：以 $\sqrt{5}$ 為計數單位，例：3 個 $\sqrt{5}$ 和 4 個 $\sqrt{5}$ 合起來是 7 個 $\sqrt{5}$

步驟三：將原問題 $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ 拆解成 3 個 $\sqrt{5}$ 及 4 個 $\sqrt{5}$ 相加的問題。

3. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生將兩個 $n\sqrt{a}$ 的根式相加減的算式簡記為 $n\sqrt{a}$ 。

4. 第(4)題給定像 $\frac{b\sqrt{a}}{c}$ 的根式，要求學生回答兩個子問題：

子問題①： $\frac{4\sqrt{10}}{7}$ 和哪些數相等？ 子問題②： $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 和哪些數相等？



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

一般而言，若 $a \geq 0$ ， $c \neq 0$

(1) $b \times \sqrt{a}$ 或是 $\sqrt{a} \times b$ 可以簡記成 $b\sqrt{a}$

(2) $\frac{b}{c} \times \sqrt{a}$ 可以簡記成 $\frac{b\sqrt{a}}{c}$ 或 $\frac{b}{c}\sqrt{a}$

(3) $\sqrt{a} \div c$ 可以簡記成 $\frac{\sqrt{a}}{c}$ 或 $\frac{1}{c}\sqrt{a}$



(5) 計算下列各式的值：① $(-3) \times 2\sqrt{5}$ ② $7\sqrt{11} \div 4$ ③ $\frac{4}{7} \times \frac{2\sqrt{3}}{5}$

解：① $(-3) \times 2\sqrt{5} = (-3) \times 2 \times \sqrt{5} = -6 \times \sqrt{5} = -6\sqrt{5}$

② $7\sqrt{11} \div 4 = 7 \times \sqrt{11} \times \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4}\sqrt{11}$ 或 $\frac{7\sqrt{11}}{4}$

③ $\frac{4}{7} \times \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} \times \sqrt{3} = \frac{8}{35} \sqrt{3}$ 或 $\frac{8\sqrt{3}}{35}$



隨堂練習

(1) 計算下列各式的值：① $4 \times (-2\sqrt{3})$ ② $5\sqrt{10} \div 6$ ③ $\frac{4}{5} \times \frac{10\sqrt{2}}{3}$

答：① $-8\sqrt{3}$ ② $\frac{5}{6}\sqrt{10}$ (或 $\frac{5\sqrt{10}}{6}$) ③ $\frac{8}{3}\sqrt{2}$ (或 $\frac{8\sqrt{2}}{3}$)

**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是幫助學生熟練將 $n\sqrt{a} \times b$ 或 $n\sqrt{a} \div b$ 化簡成最簡根式。

本教材利用 $n\sqrt{a} \div b = n\sqrt{a} \times \frac{1}{b}$ 及乘法結合律，將 $n\sqrt{a} \times b$ 或 $n\sqrt{a} \div b$ 化簡成最簡根式。

2. 第(5)題包含 3 個子問題，子問題①～③都是利用 $n\sqrt{a} \div b = n\sqrt{a} \times \frac{1}{b}$ 及乘法結合律解題，以 $7\sqrt{11} \div 4$ 為例說明：

$$7\sqrt{11} \div 4 = 7 \times \sqrt{11} \times \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4}\sqrt{11} \text{ 或 } \frac{7\sqrt{11}}{4}$$

- 建議教師將 $\frac{7}{4} \times \sqrt{11}$ 表示為 $\frac{7}{4}\sqrt{11}$ ，讓學生能清楚看到計數單位為 $\sqrt{11}$ ，另外一種表示方法

$\frac{7\sqrt{11}}{4}$ 比較不容易看到計數單位 $\sqrt{11}$ 。

3. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生將 $n\sqrt{a} \times b$ 或 $n\sqrt{a} \div b$ 化簡成 $n\sqrt{a}$ 。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

◎ 根式的乘除運算

(6) 請使用計算機計算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2 \times 3}$ ，並觀察 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2 \times 3}$ 的關係。

解：請在計算機依序按鍵如下：

① 用「一般計算機」計算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow =$

得到 2.449489743

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{} \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{} \rightarrow =$

得到 2.449489743

② 用「一般計算機」計算 $\sqrt{2 \times 3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \sqrt{}$

得到 2.449489743

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2 \times 3}$ ：

方法一： 鍵入 $2 \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{}$

方法二： 鍵入 $[(\text{---}) \rightarrow 2 \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow \text{---}] \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{}$

得到 2.449489743

由①②的結果可以發現 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$ 。

(7) ① 甲正方形的邊長為 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ ，乙正方形的邊長為 $\sqrt{2 \times 5}$ ，

請問甲、乙兩個正方形面積一樣大嗎？

② 請問 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 和 $\sqrt{2 \times 5}$ 相等嗎？

解：① 甲正方形的面積 $= (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 2 \times 5 = 10$

乙正方形的面積 $= (\sqrt{2 \times 5}) \times (\sqrt{2 \times 5}) = \sqrt{10} \times \sqrt{10} = (\sqrt{10})^2 = 10$

所以甲、乙兩個正方形的面積一樣大。

② 因為甲、乙兩個正方形的面積相等，邊長也相等，所以 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$

重點整理

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \text{ 其中 } a \geq 0, b \geq 0$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~5 頁的教學重點是介紹根式乘法運算。

本教材利用「 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 」及「 $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$ 」幫助學生化簡乘法算式。

2. 第(6)題要求學生利用計算機檢查 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2 \times 3}$ 的關係。

教師引導學生利用「一般計算機」或「科學型計算機」發現 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2 \times 3}$ 的值會相等。

●教師可以示範檢查其他 $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 和 $\sqrt{a \times b}$ 的數，幫助學生歸納出： $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 。

3. 第(7)題要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：給定兩正方形的邊長分別為 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 和 $\sqrt{2 \times 5}$ ，要求學生判斷

這兩個正方形的面積一樣大嗎？

教師引導學生利用「正方形面積 = 邊長 × 邊長」計算正方形面積：

$$\text{甲正方形：} (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 2 \times 5 = 10$$

$$\text{乙正方形：} (\sqrt{2 \times 5}) \times (\sqrt{2 \times 5}) = \sqrt{10} \times \sqrt{10} = (\sqrt{10})^2 = 10$$

所以甲乙兩正方形面積一樣大。

子問題②：請問 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 和 $\sqrt{2 \times 5}$ 相等嗎？

教師提示若兩正方形面積相等，則邊長相等，故 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$ 。

4. 本頁重點整理框在說明 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ，其中 $a \geq 0$ ， $b \geq 0$ 。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

(8) 將下列算式化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

① $\sqrt{5} \times \sqrt{7}$

② $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

解：① $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$

② 方法一： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{5} = \sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}$

方法二： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3 \times 5} = \sqrt{30}$

(9) 將算式 $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7}$ 化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

解： $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} = 2 \times \sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{7} = (2 \times 3) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{7}) = 6 \times \sqrt{5 \times 7} = 6\sqrt{35}$

重點整理

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ ，其中 b, d 皆為正數。

(10) 將下列算式化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

① $4\sqrt{7} \times \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ② $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}}$

解：① 方法一：把 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ 改記為 $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

原式 $= 4\sqrt{7} \times \frac{5}{2}\sqrt{3} = (4 \times \frac{5}{2}) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{3}) = 10 \times \sqrt{21} = 10\sqrt{21}$

方法二： $4\sqrt{7} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{7}}{1} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{(4^2 \times 5) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{3})}{1 \times 2^1} = 10\sqrt{21}$

② 方法一：把 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 改記為 $\frac{1}{4}\sqrt{7}$

原式 $= (-\sqrt{3}) \times \frac{1}{4}\sqrt{7} = [(-1) \times \sqrt{3}] \times (\frac{1}{4} \times \sqrt{7}) = -\frac{1}{4}\sqrt{21}$

方法二： $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{(-\sqrt{3})}{1} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{-\sqrt{21}}{4}$

③ $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}} = (\frac{-1}{2^1} \times \frac{4^2}{3}) \times (\sqrt{\frac{4^2}{3^1}} \times \sqrt{\frac{9^3}{2^1}}) = -\frac{2}{3}\sqrt{6}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 5 頁的教學重點是根式乘法的練習活動。

本教材利用 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 及 $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ 幫助學生熟練根式的乘法問題。

2. 第(8)題包含 2 個子問題，子問題①②都是利用 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 解題，

以子問題②： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ 說明：

方法一：教師幫助學生每次處理兩個根式相乘：

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{5} = \sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}$$

方法二：教師引導學生將三個根式一併處理：

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3 \times 5} = \sqrt{30}$$

3. 第(9)題要求學生計算 $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} = ?$

教師提示將 $2\sqrt{5}$ 看成 $2 \times \sqrt{5}$ ， $3\sqrt{7}$ 看成 $3 \times \sqrt{7}$ 幫助學生解題如下：

$$2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} = 2 \times \sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{7} = (2 \times 3) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{7}) = 6 \times \sqrt{5 \times 7} = 6\sqrt{35}$$

4. 本頁重點整理框在說明 $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ ， $b、d$ 為正數。

5. 第(10)題包含 3 個子問題，子問題①~③都是利用

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ 解題，

以子問題②： $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4}$ 說明：

方法一：教師提示學生可以把 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 改記為 $\frac{1}{4}\sqrt{7}$

$$(-\sqrt{3}) \times \frac{1}{4}\sqrt{7} = [(-1) \times \sqrt{3}] \times (\frac{1}{4} \times \sqrt{7}) = -\frac{1}{4}\sqrt{21}$$

方法二： $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{(-\sqrt{3})}{1} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{-\sqrt{21}}{4}$



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算



隨堂練習

(1) 將下列算式化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

① $3\sqrt{5} \times \frac{4\sqrt{3}}{7}$ ② $\sqrt{7} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$ ③ $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{10}{3}} \times \left(-\frac{6}{7}\sqrt{\frac{9}{5}}\right)$

答：① $\frac{12\sqrt{15}}{7}$ ② $-\frac{\sqrt{14}}{5}$ ③ $-\frac{4}{7}\sqrt{6}$

(11) 試比較 $2\sqrt{3}$ 及 $3\sqrt{2}$ 的大小關係。

解：

方法一： 假設甲、乙兩正方形的邊長分別為 $2\sqrt{3}$ 及 $3\sqrt{2}$
 甲的面積 $= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4 \times 3 = 12$
 乙的面積 $= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 9 \times 2 = 18$
 因為甲正方形的面積 12 比乙正方形面積 18 小，
 所以甲邊長 $2\sqrt{3}$ 比乙邊長 $3\sqrt{2}$ 小，得到 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。



方法二： 先比較 $(2\sqrt{3})^2$ 和 $(3\sqrt{2})^2$ 的大小
 $(2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4 \times 3 = 12$
 $(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 9 \times 2 = 18$
 得 $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ ，所以 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。



(12) 請問 $\sqrt{2^5}$ 和 $(\sqrt{2})^5$ 一樣大嗎？

解：方法一： $(\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^5}$
 方法二： $\sqrt{2^5} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^5$
 所以 $\sqrt{2^5}$ 和 $(\sqrt{2})^5$ 一樣大。

重點整理

$$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n, \text{ 其中 } n \text{ 為正整數}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 6 頁的教學重點有：(1) $a\sqrt{b} \neq b\sqrt{a}$ ；(2) $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$

本教材利用 $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$ 幫助學生之後能將根式化為最簡根式。

2. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生利用 $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ 解題。

3. 第(11)題要求學生比較 $2\sqrt{3}$ 及 $3\sqrt{2}$ 的大小關係

方法一：教師先假設甲、乙兩個正方形的邊長為 $2\sqrt{3}$ 及 $3\sqrt{2}$ ，得到

$$\text{甲面積：} 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times (\sqrt{3 \times 3}) = 4 \times 3 = 12$$

$$\text{乙面積：} 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times (\sqrt{2 \times 2}) = 9 \times 2 = 18$$

發現甲面積 < 乙面積，所以甲邊長 < 乙邊長，故 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

$$\text{方法二：} (2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3 \times 3} = 4 \times 3 = 12$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2 \times 2} = 9 \times 2 = 18$$

因為 $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ ，所以 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。

- 教師可以多舉幾個例子說明 $a\sqrt{b} \neq b\sqrt{a}$ 第(12)題要求學生判斷請問 $\sqrt{2^5}$ 和 $(\sqrt{2})^5$ 一樣大嗎？

方法一：教師說明 $(\sqrt{2})^5$ 可以化成 $\sqrt{2^5}$

$$(\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^5}$$

方法二：教師說明 $\sqrt{2^5}$ 可以化成 $(\sqrt{2})^5$

$$\sqrt{2^5} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^5$$

4. 本頁重點整理框在說明 $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ ， b 、 d 為正數。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

- (13) ① 請問 $\sqrt{2^3}$ 和 $2\sqrt{2}$ 一樣大嗎？
 ② $\sqrt{32} = a\sqrt{2}$ ， a 是正整數，請問 a 是多少？
 ③ $\sqrt{12} = b\sqrt{3}$ ， b 是正整數，請問 b 是多少？
 ④ $\sqrt{216} = c\sqrt{6}$ ， c 是正整數，請問 c 是多少？

解： ① $\sqrt{2^3} = (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，得到 $\sqrt{2^3}$ 和 $2\sqrt{2}$ 一樣大
 ② $\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = (\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$
 $= (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 得到 $a = 4$
 ③ $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，得到 $b = 3$
 ④ $\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}$
 $= (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$
 得到 $c = 6$

重點整理

- (1) 像這種 $r\sqrt{n}$ 的形式，其中 r 為整數或分數，正整數 n 的標準分解式中
 每一個質因數的指數都是 1 次方，我們稱 $r\sqrt{n}$ 為**最簡根式**。
 (2) 要將根式化成最簡根式 $r\sqrt{n}$ 的形式時，先將 n 化成標準分解式，再利用
 $\sqrt{p} \times \sqrt{p} = p$ 化簡，最後再將剩下的一些 \sqrt{q} 合併成一個根式。

例如：
$$\begin{aligned}\sqrt{216} &= \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2})(\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}) \\ &= (2 \times \sqrt{2}) \times (3 \times \sqrt{3}) = (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點為最簡根式的意義與應用。

本頁教材利用 $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$ 將根式化為 $r\sqrt{n}$ 後就化為最簡根式。

2. 第(13)題包含 4 個子問題：

子問題①：請問 $\sqrt{2^3}$ 和 $2\sqrt{2}$ 一樣大嗎？

教師利用 $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$ 將 $\sqrt{2^3}$ 先化簡成 $(\sqrt{2})^3$

$(\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，所以 $\sqrt{2^3}$ 和 $2\sqrt{2}$ 一樣大。

子問題② ④：都是利用給定根式要求化為 $r\sqrt{n}$ ，

以子問題④： $\sqrt{216} = c\sqrt{6}$ 說明：

教師先提示學生將根式內的數化為標準分解式： $216 = 2^3 \times 3^3$

$$\begin{aligned}\sqrt{216} &= \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \\ &= (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

3. 本頁重點整理框說明：

- (1) 最簡根式 $r\sqrt{n}$ 的意義。
- (2) 將根式化為最簡根式的標準步驟。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

(14) 請判斷 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、……、 $\sqrt{19}$ 、 $\sqrt{20}$ 哪些是最簡根式？

解：

所有質因數的指數都是 1 次方， 所以下列根式都是最簡根式。		有些質因數的指數不是 1 次方， 所以下列根式都不是最簡根式。	
$\sqrt{2}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{4} = \sqrt{2^2}$	$\sqrt{16} = \sqrt{2^4}$
$\sqrt{3}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{8} = \sqrt{2^3}$	$\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{14} = \sqrt{2 \times 7}$	$\sqrt{9} = \sqrt{3^2}$	$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5}$
$\sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3}$	$\sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5}$	$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3}$	
$\sqrt{7}$	$\sqrt{17}$		
$\sqrt{10} = \sqrt{2 \times 5}$	$\sqrt{19}$		

(15) 請將下列根式化為最簡根式：① $\sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5}$ ② $\sqrt{40}$ ③ $\frac{2}{5}\sqrt{18}$

解：① $\sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{10} = 6\sqrt{10}$

② $\sqrt{40} = \sqrt{2^3 \times 5} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{10}$

得到 $\sqrt{40}$ 的最簡根式為 $2\sqrt{10}$

③ $\frac{2}{5}\sqrt{18} = \frac{2}{5}\sqrt{2 \times 3^2} = \frac{2}{5} \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{2}{5} \times 3 \times \sqrt{2} = \frac{6}{5}\sqrt{2} = \frac{6\sqrt{2}}{5}$

得到 $\frac{2}{5}\sqrt{18}$ 的最簡根式為 $\frac{6}{5}\sqrt{2}$ (或 $\frac{6\sqrt{2}}{5}$)



隨堂練習

(1) 請將下列根式化為最簡根式：① $\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7}$ ② $\sqrt{90}$ ③ $\frac{3}{4}\sqrt{32}$

答：① $6\sqrt{21}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點為最簡根式的意義與應用。

本頁教材是根式化為最簡根式的練習活動。

2. 第(14)題要求學生判斷 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、.....、 $\sqrt{19}$ 、 $\sqrt{20}$ 哪些是最簡根式？

教師從 2、3、...19、20 每個數的標準分解式中分類成以下兩類：

- (1) 所有質因數的指數都是 1 次方：

2、3、5、6、7、10、11、13、14、15、17、19

$\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ 、 $\sqrt{13}$ 、 $\sqrt{14}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{17}$ 、 $\sqrt{19}$

都是最簡根式。

- (2) 有些質因數的指數不是 1 次方：4、8、9、12、16、18、20

$\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{20}$ 都不是最簡根式。

3. 第(15)題包含子問題①~③，都是要求學生將根式化為最簡根式，

以子問題③為例說明：

教師引導學生先將根內的正整數化為標準分解式，之後再化簡：

$$\frac{2}{5}\sqrt{18} = \frac{2}{5}\sqrt{2 \times 3^2} = \frac{2}{5} \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{2}{5} \times \sqrt{2} \times 3 = \frac{6}{5}\sqrt{2} \text{ (或 } \frac{6\sqrt{2}}{5} \text{)}$$

4. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求將根式化為最簡根式。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

(16) 請將下列算式化為最簡根式：① $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8}$ ② $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10}$

解：① 方法一： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 3 \times 8} = \sqrt{2 \times 3 \times 2^3} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$
 方法二： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2^3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times (\sqrt{2})^3$
 $= (\sqrt{2})^4 \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
 ② 方法一： $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10} = \sqrt{480} = \sqrt{2^5 \times 3 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2 \times 3 \times 5}$
 $= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2 \times 2 \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30}$
 方法二： $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10} = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5})$
 $= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2 \times 2 \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30}$



隨堂練習

(1) 請將下列算式的值化成最簡根式：① $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{125}$ ② $\sqrt{10} \times \sqrt{27} \times \sqrt{15}$

答：① $25\sqrt{3}$ ② $45\sqrt{2}$

(17) ① 請問 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 和 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 一樣大嗎？ ② 請問 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 一樣大嗎？

解：① $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}})^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2}{5}$ ；另外 $(\sqrt{\frac{2}{5}})^2 = \frac{2}{5}$

因為 $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}})^2 = (\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ ，所以 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 和 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 一樣大。

② $(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times 1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ ；另外 $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \frac{1}{3}$

因為 $(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = (\sqrt{\frac{1}{3}})^2$ ，所以 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 一樣大。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點為最簡根式的意義與應用。

本頁教材是將根式乘法算式結果化為最簡根式的練習活動，另外說明

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 為最簡根式化簡過程需要分母有理化鋪路。

2. 第(16)題包含子問題①、②，要求學生將根式的乘法算式化為最簡根式。以子問題①：

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8}$ 為例說明：

方法一： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 3 \times 8} = \sqrt{2 \times 3 \times 2^3} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$

方法二： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2^3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times (\sqrt{2})^3$
 $= (\sqrt{2})^4 \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

●建議教師不要引導學生操作如下 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 3 \times 8} = \sqrt{48}$ ，

接下來再化為標準分解式 $\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ ，可能會讓數字變得更難算。

3. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生將根式的乘法算式化為最簡根式。

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ 解題。

4. 第(17)題包含兩個子問題都要求學生比較兩個根式是否一樣大？

底下以子問題①：「請問 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 和 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 一樣大嗎？」為例說明？

比較 $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}})^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2}{5}$ ， $(\sqrt{\frac{2}{5}})^2 = \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$

因為 $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}})^2$ 和 $(\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ 一樣大，所以 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 和 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 一樣大。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

重點整理

$$(1) \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}, \text{ 其中 } a、b \text{ 是正數} \quad (2) \frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{1}{a}}, \text{ 其中 } a \text{ 是正數}$$

(18) 請計算下列算式的值：① $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$ ② $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}}$

解：① 方法一： $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

方法二： $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

② 方法一： $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21}{6}} \times \sqrt{\frac{18}{7}} = \sqrt{\frac{21^3}{6^1} \times \frac{18^3}{7^1}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

方法二： $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21^3}{6^1} \times \frac{18^3}{7^1}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$



隨堂練習

(1) 請計算下列算式的值：① $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{8}}$ ② $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{7}}$

答：① 2 ② 5

(19) 請計算下列算式的值：① $(-\sqrt{35}) \div \sqrt{7}$ ② $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8}$

解：① $(-\sqrt{35}) \div \sqrt{7} = (-\sqrt{35}) \times \frac{1}{\sqrt{7}} = -\sqrt{35 \times \frac{1}{7}} = -\sqrt{5}$

② $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8} = 2\sqrt{24} \times \frac{1}{3\sqrt{8}} = (2 \times \frac{1}{3}) \times (\sqrt{24} \times \frac{1}{\sqrt{8}}) = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{24}{8}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點為最簡根式的意義與應用。

本頁教材是要求學生利用 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 化簡根式的乘法與除法算式。

2. 本頁重點整理框說明：(1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a>0, b>0$)

$$(2) \frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{1}{a}} \quad (a>0)$$

3. 第(18)題包含兩個子問題都要求學生化簡根式的乘法算式，

底下以子問題①：「 $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$ 」為例說明。

$$\text{方法一：} \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\text{方法二：} \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

4. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生化簡根式的乘法算式。

5. 第(19)題包含兩個子問題都要求學生化簡根式的除法算式，

以子問題②： $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8}$ 為例說明：

$$\text{教師可提示將除法先轉成乘法 } 2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8} = 2\sqrt{24} \times \frac{1}{3\sqrt{8}}$$

$$2 \times \sqrt{24} \times \frac{1}{3 \times \sqrt{8}} = (2 \times \frac{1}{3}) \times (\sqrt{24} \times \frac{1}{\sqrt{8}}) = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{24}{8}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算



隨堂練習

(1) 請計算下列算式的值：① $\sqrt{65} \div \sqrt{13}$ ② $3\sqrt{40} \div (-2\sqrt{8})$

答：① $\sqrt{5}$ ② $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$

(20) 比比看，下列兩組根式都一樣大嗎？① $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

解：① $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \frac{1}{3}$ ；另外 $(\frac{\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

因為 $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2$ ，所以 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 一樣大。

② $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = \frac{2}{3}$ ；另外 $(\frac{\sqrt{6}}{3})^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

因為 $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = (\frac{\sqrt{6}}{3})^2$ ，所以 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 一樣大。

① $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的最簡根式是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 的最簡根式別是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$



(21) 請問 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 和 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ 一樣大嗎？

解： $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2 = \frac{b}{a}$ ；另外 $(\frac{\sqrt{ab}}{a})^2 = \frac{\sqrt{ab}}{a} \times \frac{\sqrt{ab}}{a} = \frac{ab}{a \times a} = \frac{b}{a}$

因為 $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2 = (\frac{\sqrt{ab}}{a})^2$ ，所以 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 和 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ 一樣大。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點為最簡根式的意義與應用。

本頁教材是要說明 $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ，幫助學生將根式化為最簡根式的過程中可以分母有理化。

2. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生化簡根式的除法算式。

3. 第(20)題包含兩個子問題，要求學生比較兩組根式是否一樣大？

底下以子問題①：「 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 」為例說明：

$$\text{教師提示比較 } \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}, \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{因為 } \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2, \text{ 所以 } \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}。$$

4. 本頁教師對話框說明 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的最簡根式是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 的最簡根式是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 。

5. 第(21)題要求學生比較 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 和 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ 一樣大嗎？

教師引導學生比較 $\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2$ 和 $\left(\frac{\sqrt{ab}}{a}\right)^2$ ，

$$\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 = \sqrt{\frac{b}{a}} \times \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{b}{a}, \left(\frac{\sqrt{ab}}{a}\right)^2 = \frac{\sqrt{ab}}{a} \times \frac{\sqrt{ab}}{a} = \frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a}$$

得到 $\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2$ 和 $\left(\frac{\sqrt{ab}}{a}\right)^2$ 一樣大，所以 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 和 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ 一樣大。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

重點整理

$$\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a} \quad \text{例如：} \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{5 \times 7}}{7} = \frac{\sqrt{35}}{7}, \quad \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3 \times 10}}{10} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

(22) 請將下列算式化成最簡根式：① $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}}$

$$\text{解：① } \sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{5 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 1 \times 4}{2 \times 3}} = \sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{10 \times 3}}{3} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

因為 $30 = 2 \times 3 \times 5$ ，所以 $\frac{\sqrt{30}}{3}$ 是最簡根式。

$$\text{② } \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 8}{3 \times 4 \times 5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



隨堂練習

(1) 請將下列算式化成最簡根式：① $\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{4}{5}}$ ② $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{5}{4}} \times \sqrt{\frac{9}{6}}$

$$\text{答：① } \frac{4\sqrt{5}}{5} \quad \text{② } \frac{\sqrt{15}}{4}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點為最簡根式的意義與應用。

本頁教材是利用 $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ 將根式化為最簡根式的練習活動。

2. 本頁的重點整理框說明 $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ 。

3. 第(22)題含有 2 個子問題要求學生將根式的乘法算式化為最簡根式，底下以子問題②：

$\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}}$ 為例說明。

$\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}}$ ，教師提示學生利用 $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ 化簡

$$\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

4. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生將根式的乘法算式化為最簡根式。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

◎ 同類方根

(23) ① 請檢查下列根式是否為最簡根式，若不是請化為最簡根式。

$$\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}, \sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}, \sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

② 哪些根式是 $\sqrt{2}$ 的分數倍？

③ 哪些根式是 $\sqrt{3}$ 的分數倍？

④ 哪些根式是 $\sqrt{6}$ 的分數倍？

解：①

$\sqrt{18}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$ 是最簡根式。	$\sqrt{8}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$ 是最簡根式。
$-3\sqrt{2}$ 是最簡根式。	$\frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$ 是最簡根式。
$\sqrt{12}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ 是最簡根式。	$-\sqrt{3}$ 是最簡根式。
$3\sqrt{3}$ 是最簡根式。	$\frac{4\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}\sqrt{3}$ 是最簡根式。
$\sqrt{24}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{6}$ 是最簡根式。	$-\sqrt{54}$ 不是最簡根式。 $-\sqrt{54} = -\sqrt{2 \times 3^3} = -3\sqrt{6}$ 是最簡根式。
$4\sqrt{6}$ 是最簡根式	$\frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{6}$ 是最簡根式。

② $\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 是 $\sqrt{2}$ 的分數倍。 ③ $\sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}$ 是 $\sqrt{3}$ 的分數倍。

④ $\sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$ 是 $\sqrt{6}$ 的分數倍。

當兩個或兩個以上的根式分別化為形如 $r\sqrt{n}$ 的最簡根式後，若根號內的數 n 相同，就稱它們都是 \sqrt{n} 的同類方根。

例如：(1) $\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根。

(2) $\sqrt{12}, -\sqrt{3}, \sqrt{27}, \frac{4\sqrt{3}}{5}$ 都是 $\sqrt{3}$ 的同類方根。

(3) $\sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$ 都是 $\sqrt{6}$ 的同類方根。

**教材內容說明：**

1. 本教材 13～14 頁的教學重點為同類方根。

本頁教材幫助學生透過將根式化為最簡方根後找出同類方根。

2. 第(23)題含有 4 個子問題：

子問題①：要求學生將判斷下列根式是否為最簡根式，若不是請化為最簡根式。

$$\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}, \sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}, \sqrt{24}, -\sqrt{108}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

子問題②～④：分別問哪些根式是 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 及 $\sqrt{6}$ 的分數倍，

底下以子問題④：「哪些根式是 $\sqrt{6}$ 的分數倍為例」根式說明。

因為(1) $\sqrt{24} = 2\sqrt{6} = 2 \times \sqrt{6}$ (2) $-\sqrt{54} = -\sqrt{2 \times 3^3} = -3\sqrt{6}$

(3) $4\sqrt{6} = 4 \times \sqrt{6}$ (4) $\frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{2} \times \sqrt{6}$

所以 $\sqrt{24}$ 、 $-\sqrt{54}$ 、 $4\sqrt{6}$ 、 $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ 是 $\sqrt{6}$ 的分數倍。

3. 本頁的定義框說明形如何定義同類方根，並以 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{6}$ 的同類方根說明，例如： $\sqrt{24}$ 、 $-\sqrt{54}$ 、 $4\sqrt{6}$ 、 $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ 都是 $\sqrt{6}$ 的同類方根。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

如果有幾個根式都是最簡根式 \sqrt{n} 的同類方根，我們也稱這幾個根式為同類方根。例如： $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根，我們也稱 $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 為同類方根。



(24) 先將下列各數化成最簡根式，再依同類方根分類：

① $\sqrt{12}$ ② $\sqrt{27}$ ③ $\sqrt{24}$ ④ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

解：① $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$

④ $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

得到 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{27}$ 及 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 為 $\sqrt{3}$ 的同類方根； $\sqrt{24}$ 及 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 為 $\sqrt{6}$ 的同類方根。



隨堂練習

(1) 請問下列哪一個根式和其他根式不是同類方根？

① $\sqrt{10}$ ② $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ③ $\sqrt{20}$ ④ $\sqrt{0.8}$

答：① $\sqrt{10}$

**教材內容說明：**

1. 本教材 13～14 頁的教學重點為同類方根。

本頁教材幫助學生透過將根式化為最簡方根後找出同類方根。

2. 本頁教師指導框說明同類方根的描述方法有兩種：

(1) $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根。

(2) $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是同類方根。

3. 第(24)題給定 5 個根式，要求學生化為最簡根式後依同類方根分類。

(1) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

(5) $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

故 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{27}$ 及 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 為 $\sqrt{3}$ 的同類方根； $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 為 $\sqrt{6}$ 的同類方根。

●學生若不會分類同類方根，建議教師複習如何將根式化為最簡根式幫助學生解題。

4. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生哪一個根式和其他根式比較不是同類方根。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

◎ 根式的加減法

(25) ① 請使用計算機檢驗 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 結果會不會等於 $\sqrt{2+3}$ ？

② 你覺得 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 可以記為 $\sqrt{2+3}$ 嗎？

解：請在計算機依序按鍵如下：

① 用「一般計算機」計算 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow =$

得到 3.14626437

用「一般計算機」計算 $\sqrt{2+3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \sqrt{}$

得到 2.23606798

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{} \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{} \rightarrow =$

得到 3.14626437

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2+3}$ ：

方法一：鍵入 $2 \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{}$

方法二：鍵入 $[(---) \rightarrow 2 \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow (---)] \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{}$

得到 2.23606798

因為 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3.14626437 > \sqrt{2+3} \approx 2.23606798$ ，

所以 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$

② 由①得到 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$ ，故 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 不可以記為 $\sqrt{2+3}$ 。就如同在學二元一次方程式的時候，因為 x 和 y 視為不同的單位量，因此無法合併，故 $x + y$ 、 $2x + 3y$ 都無法再合併。



隨堂練習

(1) 你覺得 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 可以記為 $\sqrt{3-2}$ 嗎？

答：不可以

**教材內容說明：**

1. 本教材 15～17 頁的教學重點為根式的加減法。

本頁教材幫助學生透過計算檢驗 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 與 $\sqrt{a+b}$ 是否相等？

2. 第(25)題給定算式 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 及 $\sqrt{2+3}$ ，要求學生回答兩個子問題：

子問題①： $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 結果會不會等於 $\sqrt{2+3}$

教師引導學生利用「一般計算機」或「科學型計算機」發現：

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2+3}$ 的值不會相等。

●教師可以示範檢查其他 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 和 $\sqrt{a+b}$ 的數，幫助學生歸納出： $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ 。

子問題②： $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 可以記為 $\sqrt{2+3}$ 嗎？

由子問題①的結果可知 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$ ，故 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 不可記為 $\sqrt{2+3}$ 。

3. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生判斷 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 可以記為 $\sqrt{3-2}$ 嗎？



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

- (1) 因為 $1+\sqrt{2}$ 沒辦法寫成 $r\sqrt{n}$ 的形式，我們稱 $a+b\sqrt{2}$ 也是最簡根式。
同理 $a+b\sqrt{3}$ 、 $a+b\sqrt{5}$... 這些也是最簡根式。($a, b \neq 0$)
- (2) 因為 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 也無法合併成 $r\sqrt{n}$ ，我們也稱 $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ 、 $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$ 、... 是最簡根式。

重點整理

- n 為正數，則 (1) $(a_1+b_1\sqrt{n})+(a_2+b_2\sqrt{n})=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)\times\sqrt{n}$
(2) $(a_1+b_1\sqrt{n})-(a_2+b_2\sqrt{n})=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)\times\sqrt{n}$

(26) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

- ① $2+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ ② $5+12\sqrt{3}-8\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

解：① $2+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=2+(3+4)\times\sqrt{5}=2+7\sqrt{5}$

② $5-12\sqrt{3}-8\sqrt{3}=5+(12-8)\times\sqrt{3}=5+4\sqrt{3}$

③ $7\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(7+5)\times\sqrt{3}+(6-3)\times\sqrt{2}=12\sqrt{3}+3\sqrt{2}$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

- ① $10+4\sqrt{11}+6\sqrt{11}$ ② $5+17\sqrt{5}-12\sqrt{5}$ ③ $8\sqrt{5}-5\sqrt{5}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}$

答：① $10+10\sqrt{11}$ ② $5+5\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}-5\sqrt{3}$

**教材內容說明：**

1. 本教材 15～17 頁的教學重點為根式的加減法。

本頁教材引入另外兩種最簡根式的形式（如： $1+\sqrt{2}$ 及 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ）幫助學生理解最簡根式，以及化簡根式的加減法運算：

2. 本頁定義框說明兩種最簡根式的形式：

(1) $a+b\sqrt{n}$ ，例如： $1+\sqrt{2}$ 、 $2+\sqrt{3}$ 、 $3+\sqrt{5}$

(2) $a\sqrt{n_1}+b\sqrt{n_2}$ ，例如： $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ 、 $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$ 、...

3. 本頁重點整理框提示根式的加法與減法可以有以下規則：

(1) $(a_1+b_1\sqrt{n})+(a_2+b_2\sqrt{n})=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)\sqrt{n}$

(2) $(a_1+b_1\sqrt{n})-(a_2+b_2\sqrt{n})=(a_1-a_2)+(b_1-b_2)\sqrt{n}$

4. 第(26)題給定根式的加法或減法算式，要求學生回答 3 個子問題：

子問題①： $2+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$

$$2+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=2+(3+4)\times\sqrt{5}=2+7\sqrt{5}$$

子問題②： $5+12\sqrt{3}-8\sqrt{3}$

$$5+12\sqrt{3}-8\sqrt{3}=5+(12-8)\times\sqrt{3}=5+4\sqrt{3}$$

子問題③： $7\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$$7\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(7+5)\times\sqrt{3}+(6-3)\times\sqrt{2}=12\sqrt{3}+3\sqrt{2}$$

- 學生若不會 $a\sqrt{n}+b\sqrt{n}$ 或 $a\sqrt{n}-b\sqrt{n}$ 的化簡，教師可以重新複習以 \sqrt{n} 為計數單位的根式加減法運算。

5. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生計算根式的加法或減法算式。



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

(27) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $3\sqrt{27} + \sqrt{243}$ ② $\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$

解： ①
$$\begin{aligned} 3\sqrt{27} + \sqrt{243} &= 3 \times \sqrt{3^3} + \sqrt{3^5} = 3 \times (\sqrt{3})^3 + (\sqrt{3})^5 \\ &= 3 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \\ &= 3 \times 3 \times \sqrt{3} + 3 \times 3 \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = (9+9) \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

②
$$\begin{aligned} \sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2} &= \sqrt{2^3} - 2 \times \sqrt{2^5} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} - 2 \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times \sqrt{2} - 8 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} = (2-8+3) \times \sqrt{2} = -3\sqrt{2} \end{aligned}$$

③
$$\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{5 \times 3}}{3} - \frac{\sqrt{3 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{15}}{3} - \frac{\sqrt{15}}{5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times \sqrt{15} = \frac{2}{15} \sqrt{15}$$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $5\sqrt{32} + \sqrt{128}$ ② $\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{8}$ ③ $\sqrt{\frac{5}{7}} - \sqrt{\frac{7}{5}}$

答：① $28\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $-\frac{2\sqrt{35}}{35}$

乘法公式： ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

**教材內容說明：**

1. 本教材 15～17 頁的教學重點為根式的加減法。

本頁教材為根式加減法的練習活動，要求學生進行根式的加減法之前要先將根式化為最簡根式再進行加法或減法。

2. 第(27)題給定根式的加減法算式，要求學生回答三個子問題：

子問題①： $3\sqrt{27} + \sqrt{243}$

$$\begin{aligned} 3\sqrt{27} + \sqrt{243} &= 3 \times \sqrt{3^3} + \sqrt{3^5} = 3 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \\ &= 9\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

子問題②： $\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2} &= \sqrt{2^3} - 2\sqrt{2^5} + 3\sqrt{2} \\ &= (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} - 2 \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times \sqrt{2} - 8 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} = (2 - 8 + 3) \times \sqrt{2} = -3\sqrt{2} \end{aligned}$$

子問題③： $\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$

$$\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{5 \times 3}}{3} - \frac{\sqrt{3 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{15}}{3} - \frac{\sqrt{15}}{5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times \sqrt{15} = \frac{2}{15} \sqrt{15}$$

3. 本頁複習框提示三個乘法公式，幫助學生利用乘法公式化簡根式的乘法算式：

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算

(28) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ ② $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ ③ $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

解： ① $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{18} + \sqrt{6}$
 $= \sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{6} = \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 + \sqrt{6} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$

② 用 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ ，設 $a = \sqrt{6}$ ， $b = \sqrt{2}$
 $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2$
 $= 8 + 2\sqrt{2^2 \times 3} = 8 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$

③ 用 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ， $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ ，設 $a = \sqrt{5}$ ，
 $b = \sqrt{2}$ ， $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $\sqrt{5}(\sqrt{12} - \sqrt{10})$ ② $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$ ③ $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

答：① $2\sqrt{15} - 5\sqrt{2}$ ② $9 - 3\sqrt{2}$ ③ 2

(29) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $7\sqrt{6} + 2\sqrt{27} \times (-\sqrt{2})$ ② $\sqrt{24} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6}$

解： ① $7\sqrt{6} + 2\sqrt{27} \times (-\sqrt{2}) = 7\sqrt{6} + 2 \times \sqrt{3^3} \times (-1) \times \sqrt{2}$
 $= 7\sqrt{6} + 2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \times (-1) \times \sqrt{2} = 7\sqrt{6} + [2 \times 3 \times (-1)] \times (\sqrt{3} \times \sqrt{2})$
 $= 7\sqrt{6} + (-6\sqrt{6}) = (7 - 6) \times \sqrt{6} = \sqrt{6}$

② $\sqrt{24} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6} = \sqrt{24} \times 2 \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{12} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$
 $= 2 \times \sqrt{24 \times 3} - 2 \times \sqrt{\frac{12}{6}} = 2 \times \sqrt{2^3 \times 3^2} - 2 \times \sqrt{2}$
 $= 2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

**教材內容說明：**

1. 本教材 18 頁的教學重點為利用乘法公式化簡根式的乘法算式。

本頁教材為根式乘法的練習活動，要求學生利用乘法公式幫助化簡根式的乘法算式。

2. 第(28)題給定根式的乘法算式，要求學生回答 3 個子問題：

子問題①： $\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

$$\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})=\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{18}+\sqrt{6}$$

$$\sqrt{18}+\sqrt{6}=\sqrt{2\times3^2}+\sqrt{6}=2\times(\sqrt{3})^2+\sqrt{6}=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$$

子問題②： $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2$

教師可提示乘法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，設 $a=\sqrt{6}$ ， $b=\sqrt{2}$

$$(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2=(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=8+2\sqrt{12}$$

$$8+2\sqrt{12}=8+2\times\sqrt{2^2\times3}=8+2\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=8+4\sqrt{3}$$

子問題③： $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

教師可提示乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，設 $a=\sqrt{5}$ ， $b=\sqrt{2}$

$$(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2=5-2=3$$

3. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生利用乘法公式幫助化簡根式的乘法算式。

4. 第(29)題給定根式的四則運算式，要求學生回答 2 個子問題，

下面以子問題① $7\sqrt{6}+2\sqrt{27}\times(-\sqrt{2})$ 為例說明：

教師可提示學生根式的四則運算一樣遵守先乘除後加減的規則：

$$7\sqrt{6}+2\sqrt{27}\times(-\sqrt{2})=7\sqrt{6}+2\times\sqrt{3^3}\times(-1)\times\sqrt{2}$$

$$=7\sqrt{6}+[2\times3\times(-1)]\times\sqrt{3\times2}=7\sqrt{6}+(-6\sqrt{6})=(7-6)\times\sqrt{6}=\sqrt{6}。$$



基本學習內容：NC-8-1-2 根式的四則運算



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

$$\textcircled{1} -2\sqrt{63} + \sqrt{84} \times \frac{4}{\sqrt{3}} \quad \textcircled{2} \sqrt{24} \times 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6}$$

答：① $2\sqrt{7}$ ② $16\sqrt{2}$



小試身手

(1) 將下列各式化為最簡根式：① $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5}$ ② $\frac{3}{\sqrt{24}}$ ③ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{45}}$ ④ $\sqrt{2.4}$

答：① $12\sqrt{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{2\sqrt{15}}{5}$

(2) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

$$\textcircled{1} \frac{2}{3}\sqrt{12} \times \frac{5}{4}\sqrt{8} \quad \textcircled{2} \sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{12}{25}} \quad \textcircled{3} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

答：① $\frac{10}{3}\sqrt{6}$ ② $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{30}}{3}$

(3) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

$$\textcircled{1} \sqrt{72} - \sqrt{50} \quad \textcircled{2} \frac{6}{\sqrt{3}} + \sqrt{48} \quad \textcircled{3} 3\sqrt{24} + \sqrt{96} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$$

答：① $\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{6} - 2\sqrt{5}$

(4) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

$$\textcircled{1} \sqrt{6} - \sqrt{8}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad \textcircled{2} (\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 \quad \textcircled{3} (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

答：① $4 - \sqrt{6}$ ② $17 - 2\sqrt{15}$ ③ 7



教材內容說明：

1. 本教材 19 頁的教學重點為隨堂練習及小試身手。
2. 本頁的隨堂練習的評量重點在要求學生化簡根式的四則運算算式。
3. 本頁的小試身手計有 4 個問題：
 - 第(1)題包含 4 個子問題，要求學生將根式化為最簡根式。
 - 第(2)題包含 3 個子問題，要求學生將根式的乘法或除法算式化為最簡根式。
 - 第(3)題包含 3 個子問題。要求學生將根式的加法或減法算式化為最簡根式。
 - 第(4)題包含 3 個子問題。要求學生將根式的四則運算算式化為最簡根式。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

