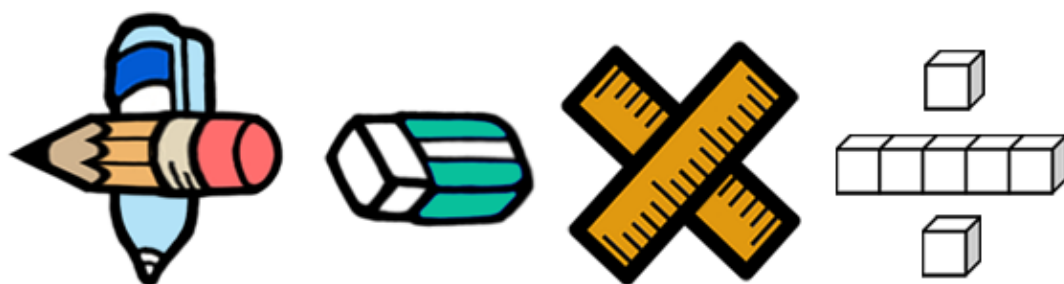


# 基本學習內容：SC-8-1-1

兩角的關係：互餘、互補、對頂角

【教師用】





基本學習內容：SC-8-1-1

**學習內容：**

S-8-1 角：角的種類；兩個角的關係（互餘、互補、對頂角、同位角、內錯角、同側內角）；角平分線的意義。

**基本學習內容：**

SC-8-1-1 兩角的關係:互餘、互補、對頂角。

**基本學習表現：**

SCP-8-1-1-1 理解銳角、直角、鈍角的意義。

SCP-8-1-1-2 認識兩角的角度和為 90 度時，稱此兩角互為餘角。

SCP-8-1-1-3 認識兩角的角度和為 180 度時，稱此兩角互為補角。

SCP-8-1-1-4 認識兩對頂角相等。



### 概要說明：

- 基本學習內容 SC-8-1-1 為 SC-7-1-1 的後續學習概念，故學生應已認識角。

本基本學習內容開始引入互餘、互補、對頂角。

- 銳角、直角、鈍角討論的是給定的一個角是否滿足某些條件限制，例如甲角的角度是 90 度，稱甲角為直角；乙角的角度是 60 度，稱乙角為銳角，因為討論的對象是一個角的性質，學生較容易掌握其意義。

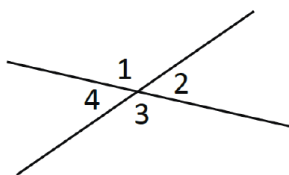
互餘、互補、對頂角討論的是給定的二個角是否滿足滿足某些條件限制，例如甲角和乙角的角度和是 90 度，稱甲角和乙角互補，因為討論的對象是兩個角的關係，學生較不容易掌握其意義。



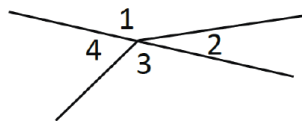
- 如下圖，若  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，則稱  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互為餘角；

若  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，則稱  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互為補角。

- 如圖一，相交的兩直線可形成  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ ，其中  $\angle 1$  和  $\angle 3$  稱為對頂角， $\angle 2$  和  $\angle 4$  也是對頂角。如圖二， $\angle 1$  和  $\angle 3$ 、 $\angle 2$  和  $\angle 4$  都不是對頂角



圖一

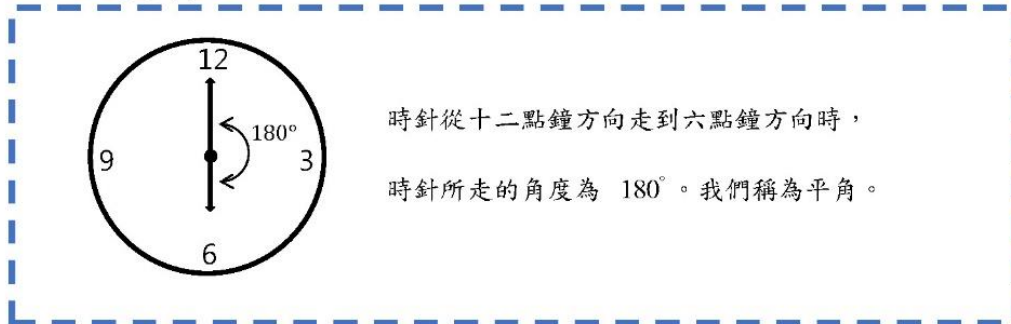


圖二

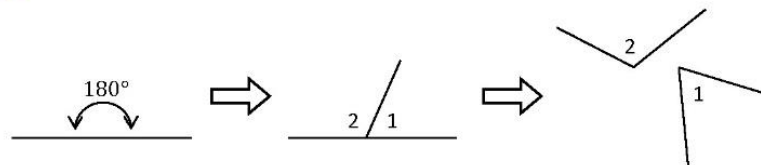
基本學習內容：SC-8-1-1

基本學習內容：SC-8-1-1 兩角的關係：互餘、互補、對頂角

◎複習平角



互補



◎將一個平角分割成  $\angle 1$  和  $\angle 2$  兩個角， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，我們稱  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互為補角，又稱作  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互補。

(1) 若  $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 130^\circ$ ，試問  $\angle A$  和  $\angle B$  是否互補？

將  $\angle A$  和  $\angle B$  相加

$$\angle A + \angle B = 40^\circ + 130^\circ = 170^\circ \neq 180^\circ$$

$\angle A$  和  $\angle B$  相加後的角度不等於平角  $180^\circ$ ， $\angle A$  和  $\angle B$  沒有互補。

若平面上有兩個角，且兩個角度相加的和為  $180^\circ$  時，我們稱這兩個角互補。





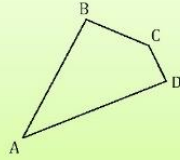
**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 頁的教學重點是先複習平角，並理解平角角度為 180 度。進而認識兩角互補的意義，並能利用兩角的度數和來檢查是否互補。
2. 本教材提供兩種方法檢查兩角是否互補。
  - 方法一：將兩角的一邊疊合是否能合成為一個平角。
  - 方法二：將兩角的角度度數相加判斷和是否為 180。
3. 題目(1)，本題給定  $\angle A$  與  $\angle B$  的角度度數，要求學生判斷  $\angle A$  與  $\angle B$  是否互補？  
當學生無法完成解題時，教師可依下列步驟引導學生解題。
  - $\angle A$  與  $\angle B$  相加的度數和為多少？
  - 平角的度數為多少？
  - $\angle A$  與  $\angle B$  相加的度數是否與平角的度數一樣大？

基本學習內容：SC-8-1-1

基本學習內容：SC-8-1-1 兩角的關係：互餘、互補、對頂角

(2) 四邊形  $ABCD$  中，若  $\angle A$  和  $\angle C$  互補，且  $\angle A = 40^\circ$ ，求  $\angle C = ?$



$\angle A$  和  $\angle C$  互補，則  $\angle A + \angle C = 180^\circ$

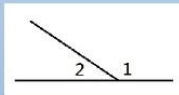
且  $\angle A = 40^\circ$ ，故  $40^\circ + \angle C = 180^\circ$

$$\angle C = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$



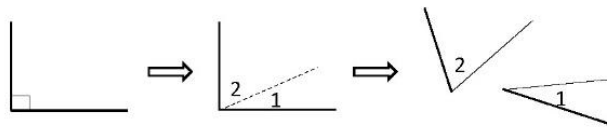
隨堂練習

①  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互補，若  $\angle 1 = 130^\circ$ ，則  $\angle 2 = \underline{50}$ 。



②  $\angle 1$  為  $\angle 2$  的補角，若  $\angle 1 = 70^\circ$ ，則  $\angle 2 = \underline{110}$ 。

互餘



◎ 將一個直角分割成  $\angle 1$  和  $\angle 2$  兩個角， $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，我們稱  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互為餘角，簡稱  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互餘。



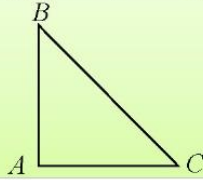
**教材內容說明：**

1. 本教材第 2 頁的前半頁教學重點是應用兩角互補的概念，要求學生算出指定角的角度。
2. 題目(2)，本題給定四邊形中，兩角互補及其中一角角度，要求學生算出另一角的角度。
  - 當學生無法完成解題時，教師可提示學生「兩角互補時，其角度和為多少度？」。
3. 本教材第 2 頁的後半頁教學重點是認識兩角互餘，並理解兩角互餘時，其角度和為 90 度。

基本學習內容：SC-8-1-1

基本學習內容：SC-8-1-1 兩角的關係：互餘、互補、對頂角

(3) 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 為直角， $\angle B$ 和 $\angle C$ 是否互餘？



$\triangle ABC$ 內角和為 $180^\circ$

$$\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

則 $\angle B$ 和 $\angle C$ 互餘

若平面上有兩個角，且兩個角度相加的和為 $90^\circ$ 時，我們稱這兩個角互餘。



(4)  $\angle A$ 和 $\angle B$ 互為餘角，若 $\angle A = 25^\circ$ ，求 $\angle B = ?$

$\angle A$ 和 $\angle B$ 互為餘角，則 $\angle A + \angle B = 90^\circ$

且 $\angle A = 25^\circ$ ，故 $25^\circ + \angle B = 90^\circ$

$$\angle B = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$



隨堂練習

①  $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互餘，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{70}$ 。

② 平面上有兩個角 $\angle 3$ 及 $\angle 4$ ，而且 $\angle 3$ 為 $\angle 4$ 的餘角，若 $\angle 3 = 40^\circ$ ，

則 $\angle 4 = \underline{50}$ 。





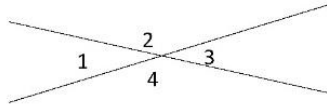
**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是提供兩種方法判斷兩角是否互餘。
  - 方法一:複製  $\angle C$ ，設為  $\angle C'$ ，再將  $\angle C'$  與  $\angle B$  的一邊疊合。發現可以合成為一個直角。
  - 方法二:將兩角的角度度數相加判斷和是否為 90 度。
2. 題目(3)，本題給定直角三角形，要求學生判斷其中兩個銳角是否互餘？當學生無法完成解題時，教師可依下列步驟引導學生解題。
  - 三角形的內角和為多少？
  - 直角三角形的最大角度為幾度？
  - $\angle B$  與  $\angle C$  相加的度數和為多少？
3. 題目(4)，本題給定兩角互餘及其中一角角度，要求學生算出另一角的角度。
  - 當學生無法完成解題時，教師可提示學生「兩角互餘時，其角度和為多少度？」。

基本學習內容：SC-8-1-1

基本學習內容：SC-8-1-1 兩角的關係：互餘、互補、對頂角

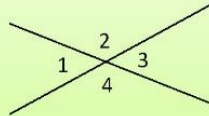
對頂角



如上圖，兩條直線相交時，會形成  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  四個角。

$\angle 1$  和  $\angle 3$ 、 $\angle 2$  和  $\angle 4$  稱為對頂角，而且  $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ 。

(5) 如下圖，兩條直線相交形成  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  四個角，若  $\angle 2 = 130^\circ$ ，  
求  $\angle 1 = ?$ 、 $\angle 3 = ?$ 、 $\angle 4 = ?$



$\angle 1$  是  $\angle 2$  的補角，則  $\angle 1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle 3$  是  $\angle 2$  的補角，則  $\angle 3 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

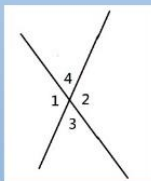
$\angle 4$  是  $\angle 3$  的補角，則  $\angle 4 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

所以  $\angle 2 = \angle 4 = 130^\circ$ 、 $\angle 1 = \angle 3 = 50^\circ$



隨堂練習

連連看：請將角度相同的角連接起來。



$\angle 1$  —————  $\angle 2$

$\angle 3$  —————  $\angle 4$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是透過兩直線相交所形成的四個角，介紹對頂角，並理解對頂角相等。
2. 當學生觀察到  $\angle 1$  與  $\angle 3$  互為對頂角，但無法說明  $\angle 1$  與  $\angle 3$  角度為何相等，教師可幫助學生發現  $\angle 1$  與  $\angle 2$  互補、 $\angle 2$  與  $\angle 3$  也互補，進而推導出  $\angle 1 = \angle 3$ 。
3. 題目(5)，本題提供兩直線相交及其中一角的角度。要求學生算出其他三個角的角度。
  - 當學生無法算出  $\angle 1$ (或  $\angle 3$ )時，教師可幫助發現  $\angle 1$  與  $\angle 2$ (或  $\angle 2$  與  $\angle 3$ )互補。
  - 當學生無法算出  $\angle 4$ 時，教師可幫助發現  $\angle 2$  與  $\angle 4$  互為對頂角。



基本學習內容：SC-8-1-1

基本學習內容：SC-8-1-1 兩角的關係：互餘、互補、對頂角



小試身手

(1) 若  $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 110^\circ$ ，試問  $\angle A$  和  $\angle B$  是否互補？

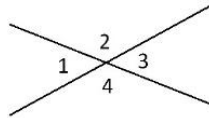
答：是

(2)  $\angle A$  和  $\angle B$  互為餘角，若  $\angle A = 45^\circ$ ，求  $\angle B = ?$

答： $\angle B = 45^\circ$

(3) 如下圖，兩條直線相交形成  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  四個角，若  $\angle 1 = 60^\circ$ ，

求  $\angle 2 = ?$ 、 $\angle 3 = ?$ 、 $\angle 4 = ?$



答： $\angle 2 = 120^\circ$ 、 $\angle 3 = 60^\circ$ 、 $\angle 4 = 120^\circ$



**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手針對本基本學習內容做綜合練習。
2. 第(1)題利用兩角互補概念作練習。
3. 第(2)題利用兩角互餘概念作練習。
4. 第(3)題利用對頂角概念作練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

