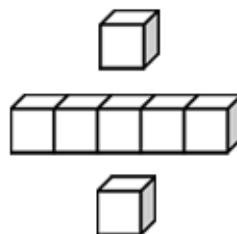


# 基本學習內容：SC-8-3-2

## 平行線的判別性質

### 【教師用】





基本學習內容：SC-8-3-2

**學習內容：**

S-8-3 平行：平行的意義與符號；平行線截角性質；兩平行線間的距離處處相等。

**基本學習內容：**

SC-8-3-2 平行線的判別性質。

**基本學習表現：**

SCP-8-3-2-1 認識兩直線被一直線所截時，若內錯角相等、或同位角相等、或同側內角互補時，則兩直線平行。

SCP-8-3-2-2 兩平行線間的距離處處相等。



### 概要說明：

- 本基本學習內容 SC-8-3-1、SC-8-3-2 為 SC-4-5-1 和 SC-4-5-2 的後續學習概念，故學生應已認識有一個夾角是直角的兩線互相垂直，同時垂直於一線的兩線互相平行。

本基本學習內容開始在兩直線被一直線所截的情境下認識平行線的截角性質及判別性質。

- 國小四年級已引入判斷兩線互相平行的方法， $L_1$  與  $L_2$  同時垂直於  $L$ ，稱  $L_1$  與  $L_2$  兩線互相平行。

- 下面說明如何區分同側與異側，內錯與外錯，同位與異位的判斷方法。

$L_1$  及  $L_2$  被一線  $L$  所截， $L$  稱為截線。

- (1) 在  $L$  同一邊的兩角稱為同側，在  $L$  不同邊的兩角稱為異側。

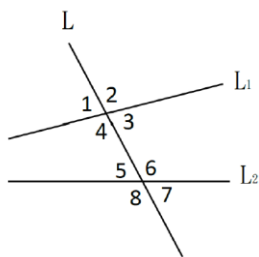
$\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 6$  及  $\angle 7$  是同側， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是異側。

- (2) 在  $L_1$  及  $L_2$  裡面交錯的兩角稱為內錯角，在  $L_1$  及  $L_2$  外面交錯的兩角稱為外錯角。

例如：「 $\angle 3$  和  $\angle 5$ 」及「 $\angle 4$  和  $\angle 6$ 」都是內錯角， $\angle 1$  和  $\angle 7$  是外錯角，但不評量外錯角。

- (3) 在  $L_1$  及  $L_2$  上面（或下面）同側的兩角稱為同位角。

「 $\angle 2$  和  $\angle 6$ 」及「 $\angle 4$  和  $\angle 8$ 」都是同位角。



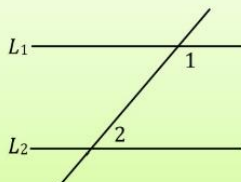
- 建議教師多強調在兩直線平行的條件下，同位角相等、內錯角相等、同側內角互補的關係才會成立，以免學生誤用。

- 國小透過長方形寬邊等長說明兩平行線距離處處相等，國中知道平行線上任一點到另一條直線距離都相等。

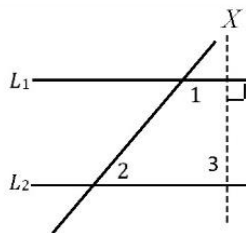
- 平行線的判別性質為透過同位角相等、內錯角相等、同側內角互補來判別兩線是否平行。平行線的截角性質為兩線平行時同位角相等、內錯角相等、同側內角互補。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(1)如下圖所示， $\angle 1 = 132^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線  $X$  垂直  $L_1$

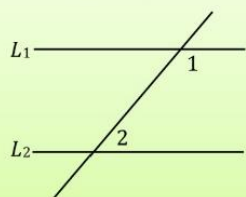


觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

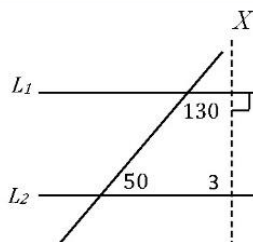
$$\angle 3 = 360^\circ - 50^\circ - 132^\circ - 90^\circ = 88^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  垂直但  $X$  與  $L_2$  不垂直，所以  $L_1$  不平行  $L_2$

(2)如下圖所示， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是同側內角， $\angle_1 = 130^\circ$ ， $\angle_2 = 50^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - 50^\circ - 130^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 1 頁在兩線都是水平線的情境下，給定同側內角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 2 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定同側內角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 3 頁證明「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」。
2. 第(1)題給定兩直線被一直線所截及其兩個同側內角的角度，其中此兩角不互補，要求學生回答此兩線是否平行。

教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

- 學生也可以做一條垂直於  $L_1$  且通過  $\angle 1$  頂點的直線，透過三角形內角和  $180^\circ$  得到此線未與  $L_2$  垂直。

3. 第(2)題給定兩直線被一直線所截及其兩個同側內角的角度，其中此兩角互補，要求學生回答此兩線是否平行。

教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

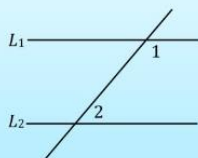
- 學生也可以做一條垂直於  $L_1$  且通過  $\angle 1$  頂點的直線，透過三角形內角和  $180^\circ$  得到此線與  $L_2$  垂直。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質



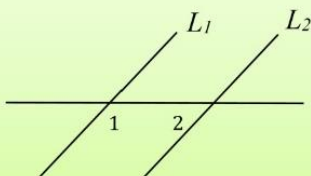
隨堂練習

如下圖所示， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同側內角， $\angle 1 = 127^\circ$ ， $\angle 2 = 51^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？

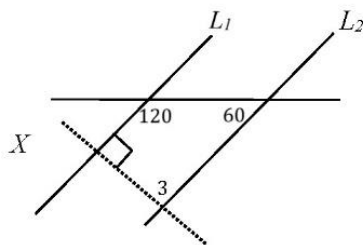


答：否，因為  $127+51 \neq 180$

(3)如下圖所示， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同側內角， $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，  
請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線  $X$  垂直 $L_1$



觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - 60^\circ - 120^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與 $L_1$ 及 $L_2$ 都垂直，所以 $L_1 \parallel L_2$ 。



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁教學重點是幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 1 頁在兩線都是水平線的情境下，給定同側內角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 2 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定同側內角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 3 頁證明「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」。
2. 本隨堂練習給定，兩水平線被一直線所截及其兩同側內角不互補，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「當同側內角不互補時，則兩直線必不平行」。
3. 第(3)題給定與第(2)題不同方向的直線，當兩直線被一直線所截時，再次經驗「當兩個同側內角互補時，其兩直線必平行」。

教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

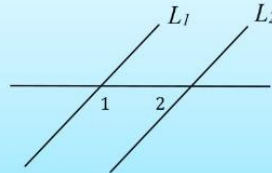
- 學生也可以做一條垂直於  $L_1$  且通過  $\angle 1$  頂點的直線，透過三角形內角和  $180^\circ$  得到此線與  $L_2$  垂直。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質



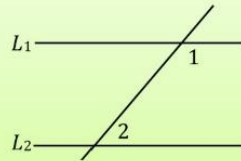
隨堂練習

如下圖所示， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是同側內角， $\angle 1 = 118^\circ$ ， $\angle 2 = 51^\circ$ ，請問  $L_1$  是否平行  $L_2$ ？

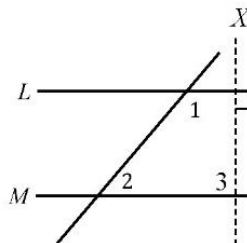


答：否，因為  $118 + 51 \neq 180$

(4) 當兩直線被一直線所截時， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是同側內角，且  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，  
試證： $L_1 \parallel L_2$ 。



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - (\angle 1 + \angle 2) - 90^\circ = 360^\circ - 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。

由此題我們知道兩直線被一直線所截時，當同側內角  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互補時，

$L_1 \parallel L_2$ 。





### 教材內容說明：

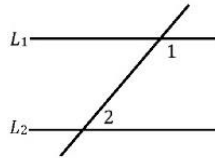
1. 本教材第 1~3 頁教學重點是幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 1 頁在兩線都是水平線的情境下，給定同側內角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 2 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定同側內角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 3 頁證明「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」。
2. 本隨堂練習給定，非水平的兩條直線被一直線所截及其兩同側內角不互補，要求學生回答兩線是否互補，評量學生是否能理解「當同側內角不互補時，則兩直線必不平行」。
3. 第(4)題給定兩直線被一直線所截時，其同側內角互補，證明兩直線平行。
 

教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

  - 本題附圖為示意圖，並未假設  $\angle 1$  為銳角，教師可以提供  $\angle 1$  為鈍角的另一示意圖，幫助學生發現同位角為鈍角時， $L_1$  和  $L_2$  也會平行。
  - 本教材僅提供一種證明給學生參考，但不要求學生過度論證或死背論證過程。

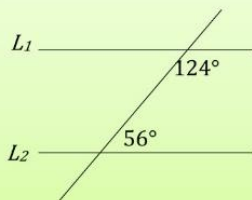
基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

當兩直線被一直線所截時，若同側內角互補時， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $L_1 // L_2$ 。

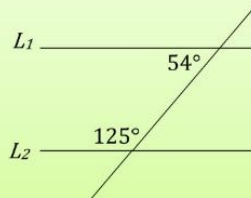


(5) 下列選項中， $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？

①



②



①

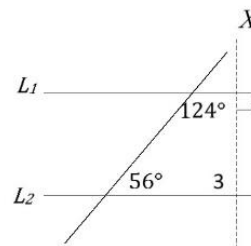
方法一：

做一截線  $X$  垂直  $L_1$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - 124^\circ - 56^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 // L_2$ 。

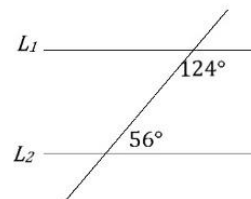


方法二：

設  $\angle 1 = 124^\circ$ 、 $\angle 2 = 56^\circ$

$$\angle 1 + \angle 2 = 124^\circ + 56^\circ = 180^\circ$$

由上我們知道同側內角互補，則  $L_1 // L_2$ 。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 4~5 頁的教學重點是檢查學生是否理解「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」。
2. 第(5)題有兩小題，均為兩直線被一直線所截，子題①給定角度互補的兩個同側內角，要求學生判斷兩線是否平行；子題②給定角度不互補的兩個同側內角，要求學生判斷兩線是否平行。

子題①本教材提供兩種方法解題。

方法一：透過做一垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，求出截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於 90 度，

因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，則  $L_1$  和  $L_2$  平行。

方法二：透過「兩直線被一直線所截時，當同內側內角互補，其兩直線必平行」的性質來解題。

- 如果學生使用方法一解題，教師應先接受。其次再要求學生使用方法二進行解題。
- 倘若學生無法使用方法二解題，教師應先複習 1-3 頁教材，再要求學生解題。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

②

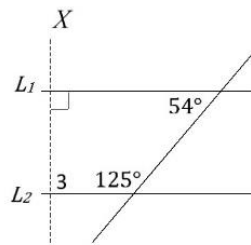
方法一：

做一截線  $X$  垂直  $L_1$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - 125^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 91^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  垂直但與  $L_2$  不垂直， $L_1$  不平行  $L_2$ 。

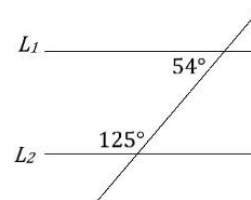


方法二：

設  $\angle 1 = 54^\circ$ 、 $\angle 2 = 125^\circ$

$$\angle 1 + \angle 2 = 54^\circ + 125^\circ = 179^\circ \neq 180^\circ$$

由上我們知道同側內角不互補，則  $L_1$  不平行  $L_2$ 。



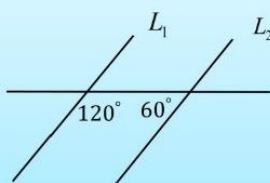
答：①  $L_1$  平行  $L_2$ 。②  $L_1$  不平行  $L_2$ 。



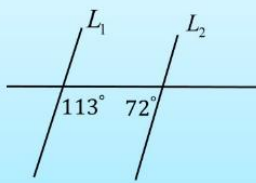
隨堂練習

下列選項中， $L_1$  是否平行  $L_2$ ？

①



②



答：①是②否

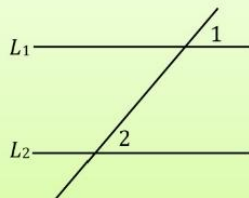


**教材內容說明：**

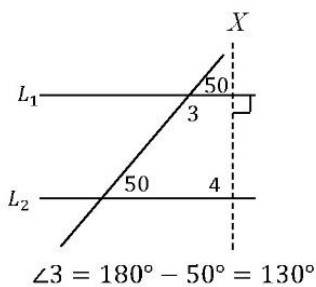
1. 本教材第 4~5 頁的教學重點是檢查學生是否理解「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補時，則兩直線必平行；當同側內角不互補時，其兩線必不平行」。
2. 第(5)題有兩小題，均為兩直線被一直線所截，子題②，本教材提供兩種方法解題。  
方法一：透過做一垂直於 $L_1$ 的截線 $X$ ，求出截線 $X$ 與 $L_2$ 的夾角不等於 $90^\circ$ 度， $L_1$ 和 $L_2$ 未與截線 $X$ 垂直，因此 $L_1$ 和 $L_2$ 不平行。  
方法二：透過「兩直線被一直線所截時，兩同側內角不互補，則兩直線必不平行」的性質來解題。
  - 如果學生使用方法一解題，教師應先接受。其次再要求學生使用方法二進行解題。
  - 倘若學生無法使用方法二解題，教師應先複習 1-3 頁教材，再要求學生解題。
3. 本隨堂練習給定非水平的兩條直線被一直線所截，及其兩同側內角的角度，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「當同側內角互補時，則兩直線必平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(6)如下圖所示， $\angle 1 = \angle 2 = 50^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

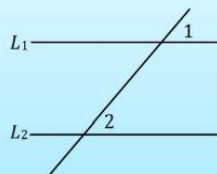
$$\begin{aligned} 130^\circ + 50^\circ + \angle 4 + 90^\circ &= 360^\circ \\ 270^\circ + \angle 4 &= 360^\circ \\ \angle 4 &= 90^\circ \end{aligned}$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。



隨堂練習

如下圖所示， $\angle 1 = 48^\circ$ ， $\angle 2 = 51^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



答：否，因為  $48 \neq 51$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 6~8 頁的教學重點是幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 6 頁在兩線都是水平線的情境下，給定同位角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 7 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定同位角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 8 頁證明「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(6)題給定兩直線被一直線所截及其兩個同位角的角度，其中此兩角相等，要求學生回答此兩線是否平行。

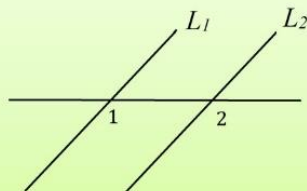
教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。

本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

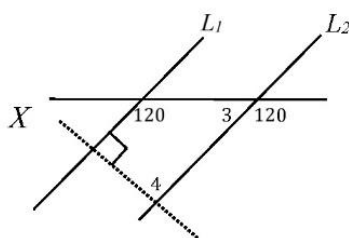
  - 學生也可以做一條垂直於  $L_1$  且通過  $\angle 1$  頂點的直線，透過三角形內角和  $180^\circ$  得到此線與  $L_2$  垂直。
3. 本隨堂練習給定兩直線被一直線所截及其兩同位角不相等，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「兩直線被一直線所截時，當同位角不相等時，則兩直線必不平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(7)如下圖所示， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角， $\angle 1 = \angle 2 = 120^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線 $X$ 垂直 $L_1$



$$\angle 3 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$120^\circ + 60^\circ + \angle 4 + 90^\circ = 360^\circ$$

$$270^\circ + \angle 4 = 360^\circ$$

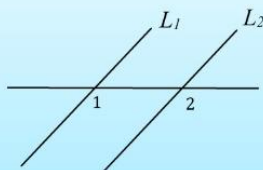
$$\angle 4 = 90^\circ$$

由上可知 $X$ 與 $L_1$ 及 $L_2$ 都垂直，所以 $L_1 \parallel L_2$ 。



隨堂練習

如下圖所示， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角， $\angle 1 = 118^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



答:否，因為 $118 \neq 120$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 6~8 頁的教學重點是幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 6 頁在兩線都是水平線的情境下，給定同位角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 7 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定同位角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 8 頁證明「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(7)題給定兩非水平直線及被一直線所截及其兩個同位角的角度，其中此兩角相等，要求學生回答此兩線是否平行。

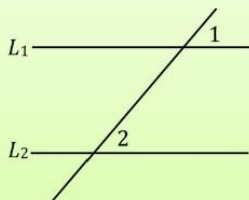
教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。

本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

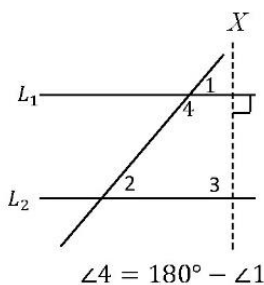
  - 學生也可以做一條垂直於  $L_1$  且通過  $\angle 1$  頂點的直線，透過三角形內角和  $180^\circ$  得到此線與  $L_2$  垂直。
3. 本隨堂練習給定兩直線被一直線所截及其兩同位角不相等，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「兩直線被一直線所截時，當同位角不相等時，則兩直線必不平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(8) 當兩直線被一直線所截時， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是同位角，且  $\angle 1 = \angle 2$ ，試證： $L_1 // L_2$ 。



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



$$\angle 4 = 180^\circ - \angle 1$$

$$\text{因 } \angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 4 + \angle 2 = (180^\circ - \angle 1) + \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 + \angle 1 = 180^\circ$$

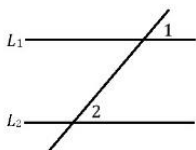
觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - (\angle 4 + \angle 2) - 90^\circ = 360^\circ - 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 // L_2$ 。

由此題我們知道兩直線被一直線所截時，當同位角  $\angle 1$  和  $\angle 2$  相等時， $L_1 // L_2$ 。

當兩直線被一直線所截時，若同位角相等， $\angle 1 = \angle 2$  時， $L_1 // L_2$ 。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 6~8 頁的教學重點是幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 6 頁在兩線都是水平線的情境下，給定同位角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 7 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定同位角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 8 頁證明「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(8)題給定兩直線被一直線所截時，其同位角相等，證明兩直線平行。
 

教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。

本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行

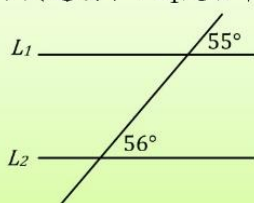
協助學生透過做一垂直於  $L_1$  的線，求出此線與  $L_2$  的夾角等於  $90$  度，此線與  $L_1$  和  $L_2$  互相垂直，因此  $L_1$  和  $L_2$  平行。

  - 本題附圖為示意圖，並未假設  $\angle 1$  為銳角，教師可以提供  $\angle 1$  為鈍角的另一示意圖，幫助學生發現同位角為鈍角時， $L_1$  和  $L_2$  也會平行。
  - 本教材僅提供一種證明給學生參考，但不要求學生過度論證或死背論證過程。

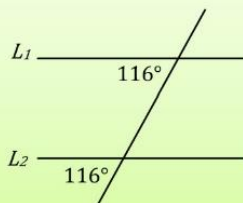
基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(9) 下列選項中， $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？

①



②



①

方法一：

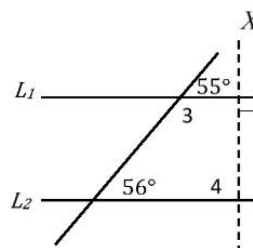
做一截線  $X$  垂直  $L_1$ ， $\angle 3 = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$125^\circ + 56^\circ + \angle 4 + 90^\circ = 360^\circ$$

$$271^\circ + \angle 4 = 360^\circ$$

$$\angle 4 = 89^\circ$$



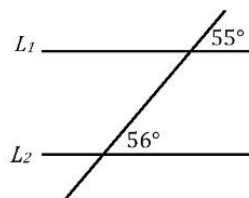
由上可知  $X$  與  $L_1$  垂直但與  $L_2$  不垂直， $L_1$  不平行  $L_2$ 。

方法二：

設  $\angle 1 = 55^\circ$ 、 $\angle 2 = 56^\circ$

$$\angle 1 = 55^\circ \neq \angle 2 = 56^\circ$$

由上我們知道同位角不相等，則  $L_1$  不平行  $L_2$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 9~10 頁的教學重點是檢查學生是否理解「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(9)題有兩小題，均為兩直線被一直線所截，子題①給定角度不相等的兩個同位角，要求學生判斷兩線是否平行；子題②給定角度相等相等的兩個同位角，要求學生判斷兩線是否平行。

子題①本教材提供兩種方法解題。

方法一：透過做一垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，求出截線  $X$  與  $L_2$  的夾角不等於 90 度，

$L_1$  和  $L_2$  未與截線  $X$  垂直，因此， $L_1$  和  $L_2$  不平行。

方法二：透過「兩直線被一直線所截時，當同位角不相等，則兩直線必不平行」的性質來解題。

- 如果學生使用方法一解題，教師應先接受。其次再要求學生使用方法二進行解題。
- 倘若學生無法使用方法二解題，教師應先複習 6-8 頁教材，再要求學生解題。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

②

方法一：

做一截線  $X$  垂直  $L_1$ ， $\angle 3 = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$\begin{aligned} 96^\circ + 84^\circ + \angle 4 + 90^\circ &= 360^\circ \\ 270^\circ + \angle 4 &= 360^\circ \\ \angle 4 &= 90^\circ \end{aligned}$$

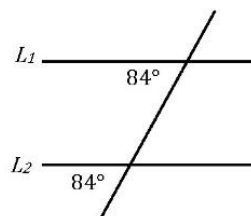
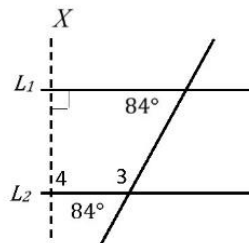
由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。

方法二：

設  $\angle 1 = 84^\circ$ 、 $\angle 2 = 84^\circ$

$\angle 1 = 84^\circ = \angle 2$

由上我們知道同位角相等，則  $L_1 \parallel L_2$ 。



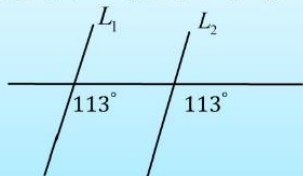
答：①  $L_1$  不平行  $L_2$ 。②  $L_1$  平行  $L_2$ 。



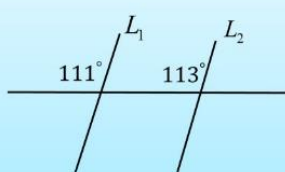
隨堂練習

下列選項中， $L_1$  是否平行  $L_2$ ？

①



②



答：①是②否



**教材內容說明：**

1. 本教材第 9~10 頁的教學重點是檢查學生是否理解「兩直線被一直線所截時，當同位角相等時，則兩直線必平行；當同位角不相等時，其兩線必不平行」。

2. 接續前頁，子題②本教材給定兩種方法解題。

方法一:透過做一垂直於 $L_1$ 的截線 $X$ ，求出截線 $X$ 與 $L_2$ 的夾角等於 $90^\circ$ 度，

因此， $L_1$ 和 $L_2$ 同時垂直於截線 $X$ ，推得 $L_1$ 和 $L_2$ 平行。

方法二:透過「兩直線被一直線所截時，當同位角相等，則兩直線必平行」的性質來解題。

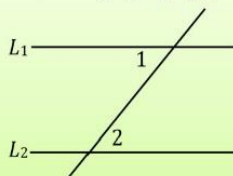
- 如果學生使用方法一解題，教師應先接受。其次再要求學生使用方法二進行解題。

- 倘若學生無法使用方法二解題，教師應先複習 6-8 頁教材，再要求學生解題。

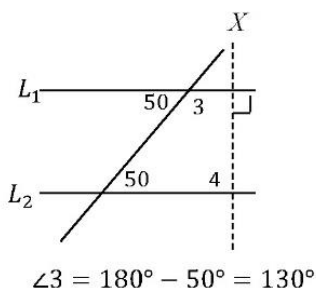
3. 本隨堂練習給定非水平的兩條直線被一直線所截，及其兩同位角的角度，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「當同位角相等時，則兩直線必平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(10)如下圖所示， $\angle 1 = \angle 2 = 50^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$130^\circ + 50^\circ + \angle 4 + 90^\circ = 360^\circ$$

$$270^\circ + \angle 4 = 360^\circ$$

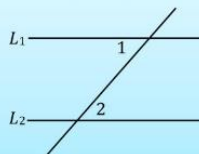
$$\angle 4 = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。



隨堂練習

如下圖所示， $\angle 1 = 48^\circ$ 、 $\angle 2 = 50^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



答：否，因為  $48 \neq 50$





### 教材內容說明：

1. 本教材第 11~13 頁的教學重點幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 11 頁在兩線都是水平線的情境下，給定內錯角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 12 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定內錯角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 13 頁證明「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(10)題給定兩直線被一直線所截及其兩個內錯角的角度，其中此兩角相等，要求學生回答此兩線是否平行？

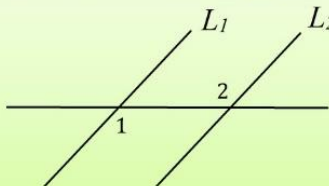
教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。

本教材透過做一條垂直於 $L_1$ 的截線 $X$ ，並求出此截線 $X$ 與 $L_2$ 的夾角等於 $90^\circ$ ，因此， $L_1$ 和 $L_2$ 同時垂直於截線 $X$ ，推得 $L_1$ 和 $L_2$ 平行。

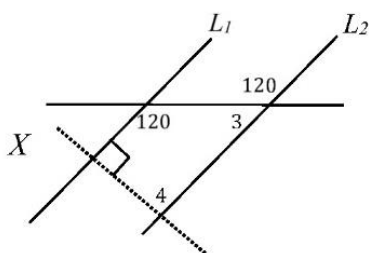
  - 學生也可以做一條垂直於 $L_1$ 且通過 $\angle 1$ 頂點的直線，透過三角形內角和 $180^\circ$ 得到此線與 $L_2$ 垂直。
3. 本隨堂練習給定，兩直線被一直線所截及其兩內錯角不相等，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「當內錯角不相等時，則兩直線必不平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(11) 如下圖所示， $\angle 1 = \angle 2 = 120^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



$$\angle 3 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$120^\circ + 60^\circ + \angle 4 + 90^\circ = 360^\circ$$

$$270^\circ + \angle 4 = 360^\circ$$

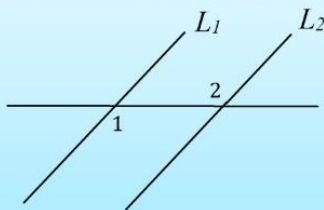
$$\angle 4 = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。



隨堂練習

如下圖所示， $\angle 1 = \angle 2 = 119^\circ$ ，請問 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



答：是



### 教材內容說明：

1. 本教材第 11~13 頁的教學重點幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 11 頁在兩線都是水平線的情境下，給定內錯角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 12 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定內錯角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 13 頁證明「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(11)題給定，兩非水平直線被一直線所截及其兩個內錯角的角度，其中此兩角相等，要求學生回答此兩線是否平行。

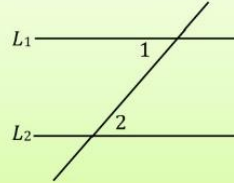
教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。

本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

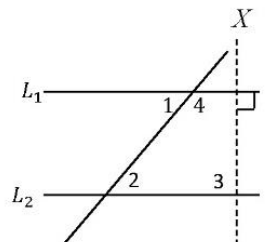
  - 學生也可以做一條垂直於  $L_1$  且通過  $\angle 1$  頂點的直線，透過三角形內角和  $180^\circ$  得到此線與  $L_2$  垂直。
3. 本隨堂練習給定，兩線被一直線所截及其兩內錯角相等，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「當同位角相等時，則兩直線平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(12)當兩直線被一直線所截時， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是內錯角，且  $\angle 1 = \angle 2$ ，試證： $L_1 // L_2$ 。



做一截線  $X$  垂直  $L_1$



$$\angle 4 = 180^\circ - \angle 1$$

$$\text{因 } \angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 4 + \angle 2 = (180^\circ - \angle 1) + \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 + \angle 1 = 180^\circ$$

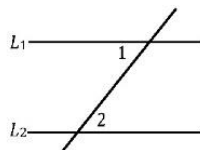
觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$\angle 3 = 360^\circ - (\angle 4 + \angle 2) - 90^\circ = 360^\circ - 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 // L_2$ 。

由此題我們知道兩直線被一直線所截時，當內錯角  $\angle 1$  和  $\angle 2$  相等時， $L_1 // L_2$ 。

當兩直線被一直線所截時，若內錯角相等， $\angle 1 = \angle 2$ ， $L_1 // L_2$ 。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 11~13 頁的教學重點幫助學生建立「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」的概念。
  - 第 11 頁在兩線都是水平線的情境下，給定內錯角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 12 頁在兩線都是非水平線的情境下，給定內錯角的角度，要求學生判斷兩線是否平行。
  - 第 13 頁證明「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(12)題給定兩直線被一直線所截時，其內錯角相等，證明兩直線平行。

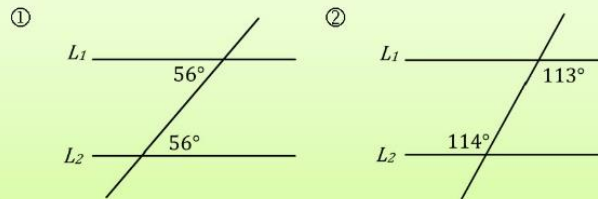
教師應先說明兩線平行的定義：若兩線垂直於一線，則兩線互相平行。

本教材透過做一條垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，並求出此截線  $X$  與  $L_2$  的夾角等於  $90^\circ$ ，因此， $L_1$  和  $L_2$  同時垂直於截線  $X$ ，推得  $L_1$  和  $L_2$  平行。

  - 本題附圖為示意圖，並未假設  $\angle 1$  為銳角，教師可以提供  $\angle 1$  為鈍角的另一示意圖，幫助學生發現內錯角為鈍角時， $L_1$  和  $L_2$  也會平行。
  - 本教材僅提供一種證明給學生參考，但不要求學生過度論證或死背論證過程。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(13) 下列選項中， $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？



①

方法一：

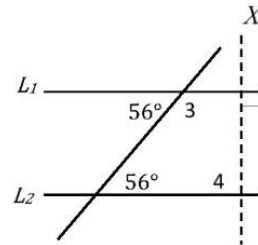
做一截線  $X$  垂直  $L_1$ ， $\angle 3 = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和 $360^\circ$ ，得：

$$124^\circ + 56^\circ + \angle 4 + 90^\circ = 360^\circ$$

$$270^\circ + \angle 4 = 360^\circ$$

$$\angle 4 = 90^\circ$$



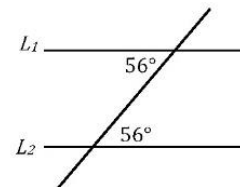
由上可知  $X$  與  $L_1$  及  $L_2$  都垂直，所以  $L_1 \parallel L_2$ 。

方法二：

設  $\angle 1 = 56^\circ$ 、 $\angle 2 = 56^\circ$

$$\angle 1 = 56^\circ = \angle 2$$

由上我們知道內錯角相等，則  $L_1 \parallel L_2$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 14~15 頁的教學重點是檢查學生是否理解「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等時，則兩直線必平行；當內錯角不相等時，其兩線必不平行」。
2. 第(13)題有兩小題，均為兩直線被一直線所截，子題①給定兩角度相等的內錯角，要求學生判斷兩線是否平行；子題②給定當角度不相等的內錯角，要求學生判斷兩線是否平行。

子題①本教材提供兩種解題方式

方法一：透過做一垂直於 $L_1$ 的截線 $X$ ，求出截線 $X$ 與 $L_2$ 的夾角等於90度，

因此， $L_1$ 和 $L_2$ 同時垂直於截線 $X$ ，推得 $L_1$ 和 $L_2$ 平行。

方法二：透過「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等，則兩直線必平行」的性質來解題。

- 如果學生使用方法一解題，教師應先接受。其次再要求學生使用方法二進行解題。
- 倘若學生無法使用方法二解題，教師應先複習 11-13 頁教材，再要求學生解題。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

②

方法一：

做一截線  $X$  垂直  $L_1$ ， $\angle 3 = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ$

觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$\begin{aligned} 67^\circ + 114^\circ + \angle 4 + 90^\circ &= 360^\circ \\ 271^\circ + \angle 4 &= 360^\circ \\ \angle 4 &= 89^\circ \end{aligned}$$

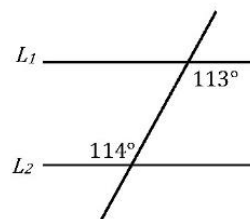
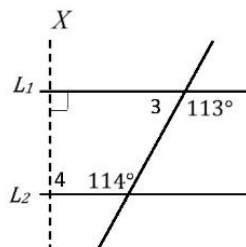
由上可知  $X$  與  $L_1$  垂直但與  $L_2$  不垂直， $L_1$  不平行  $L_2$

方法二：

設  $\angle 1 = 113^\circ$ 、 $\angle 2 = 114^\circ$

$$\angle 1 = 113^\circ \neq \angle 2 = 114^\circ$$

由上我們知道內錯角不相等，則  $L_1$  不平行  $L_2$ 。



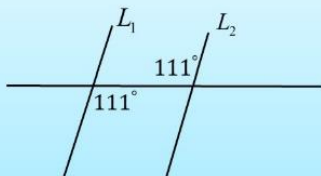
答：①  $L_1$  不平行  $L_2$ 。②  $L_1$  平行  $L_2$ 。



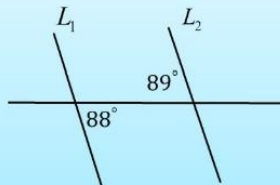
隨堂練習

下列選項中， $L_1$  是否平行  $L_2$ ？

①



②



答：①是②否，因為  $89 \neq 88$





**教材內容說明：**

1. 本教材第 14~15 頁的教學重點是檢查學生是否理解「兩直線被一直線所截時，當內錯角相等，則兩直線必平行」。
2. 接續前頁，子題②給定當角度不相等的內錯角，要求學生判斷兩線是否平行，本教材提供兩種解題方式。

方法一：透過做一垂直於  $L_1$  的截線  $X$ ，求出截線  $X$  與  $L_2$  的夾角不等於 90 度，

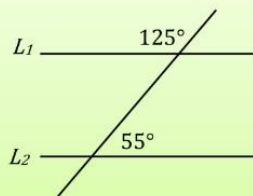
$L_1$  和  $L_2$  未與截線  $X$  垂直，因此， $L_1$  和  $L_2$  不平行。

方法二：透過「兩直線被一直線所截時，當內錯角不相等，則兩直線必不平行」的性質來解題。

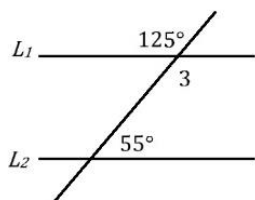
- 如果學生使用方法一解題，教師應先接受。其次再要求學生使用方法二進行解題。
  - 倘若學生無法使用方法二解題，教師應先複習 11-13 頁教材，再要求學生解題。
3. 本隨堂練習給定非水平的兩條直線被一直線所截，及其兩內錯角的角度，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「當內錯角時，則兩直線必平行」。

基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質

(14) 請問下列圖形中 $L_1$ 是否平行 $L_2$ ?



①利用同側內角互補性質



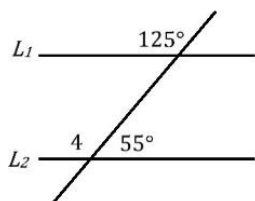
設 $\angle 1 = 125^\circ$ 、 $\angle 2 = 55^\circ$ ，

$\angle 3$ 與 $\angle 1$ 為對頂角， $\angle 3 = 125^\circ$

$\angle 3$ 和 $\angle 2$ 為同側內角， $\angle 3 + \angle 2 = 125^\circ + 55^\circ = 180^\circ$

由上我們知道同側內角互補，則 $L_1 \parallel L_2$ 。

②利用同位角相等性質

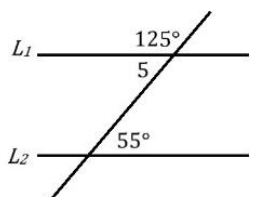


設 $\angle 1 = 125^\circ$ 、 $\angle 2 = 55^\circ$ ，計算出 $\angle 4 = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

$\angle 4$ 和 $\angle 1$ 為同位角， $\angle 4 = \angle 1 = 125^\circ$

由上我們知道同位角相等，則 $L_1 \parallel L_2$ 。

③利用內錯角相等性質



設 $\angle 1 = 125^\circ$ 、 $\angle 2 = 55^\circ$ ，計算出 $\angle 5 = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

$\angle 5$ 和 $\angle 2$ 為內錯角， $\angle 5 = \angle 2 = 55^\circ$

由上我們知道內錯角相等，則 $L_1 \parallel L_2$ 。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 16 頁的教學重點是應用「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補、同位角相等或內錯角相等，則兩直線必平行」來進行解題。
2. 第(14)題給定兩直線被一直線所截及其中兩個截角角度，判斷兩直線是否平行。  
本教材提供三種方法解題。
  - ①方法一先透過對頂角相等，再利用同側內角互補，則兩直線必平行的性質來解題。
  - ②方法二先透過平角 $180^\circ$ ，再利用同位角相等，則兩直線必平行的性質來解題。
  - ③方法三先透過平角 $180^\circ$ ，再利用內錯角相等，則兩直線必平行的性質來解題。
  - 學生只要使用一種方法解題即可，教師不宜要求學生窮盡三種方法。

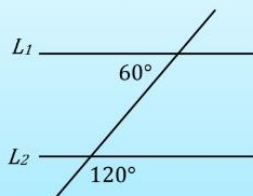
基本學習內容：SC-8-3-2 平行線的判別性質



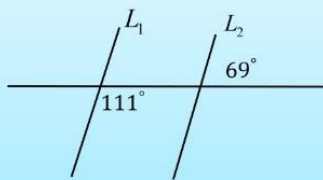
隨堂練習

下列選項中， $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？

①



②



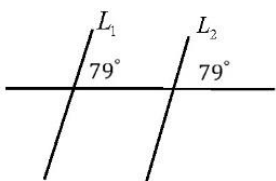
答：①是②是



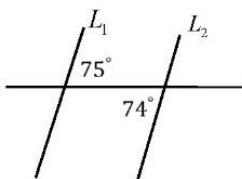
小試身手

(1) 下列選項中， $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？

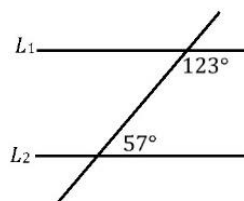
①



②



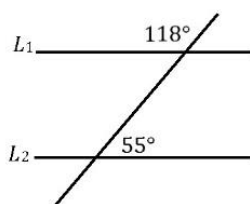
③



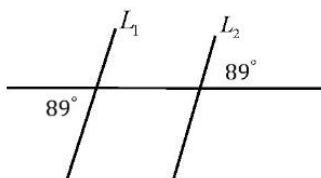
答：①是②否③是

(2) 下列選項中， $L_1$ 是否平行 $L_2$ ？

①



②



答：①否②是



**教材內容說明：**

1. 本隨堂練習給定兩條直線被一直線所截，及其兩截角的角度，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能應用「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補、同位角相等或內錯角相等，則兩直線必平行」。
2. 小試身手包含兩題，檢查學生是否理解平行線的判別性質。  
第(1)題，給定兩直線被一直線所截，及其兩截角的角度，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能理解「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補，則兩直線必平行；當同位角相等，則兩直線必平行；當內錯角相等，則兩直線必平行」。  
第(2)題，給定兩直線被一直線所截，及其兩截角的角度，要求學生回答兩線是否平行，評量學生是否能應用「兩直線被一直線所截時，當同側內角互補、同位角相等或內錯角相等，則兩直線必平行」。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

