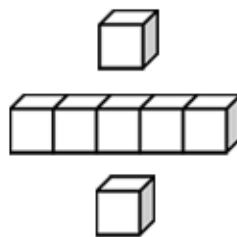


# 基本學習內容：SC-8-8-3

## 三角形大角對大邊

## 大邊對大角

## 【教師用】





基本學習內容：SC-8-8-3

**學習內容：**

**S-8-8 三角形的基本性質：**等腰三角形兩底角相等；非等腰三角形大角對大邊，大邊對大角；  
三角形兩邊和大於第三邊；外角等於其內對角和。

**基本學習內容：**

SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角。

**基本學習表現：**

SCP-8-8-3-1 理解等腰三角形兩底角相等。

SCP-8-8-3-2 理解若三角形有兩角相等，則這個三角形就是等腰三角形。

SCP-8-8-3-3 理解三角形大角對大邊。

SCP-8-8-3-4 理解三角形大邊對大角。



## 概要說明：

◎基本學習內容 SC-8-8-3 為 SC-8-8-1 和 SC-8-8-2 之後續學習概念，學生

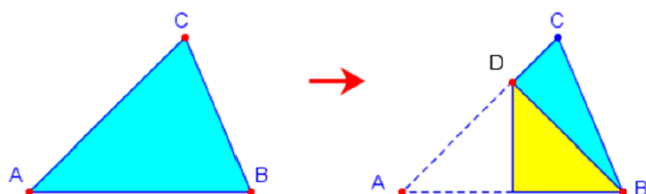
已理解三角形任意兩邊和大於第三邊及三角形任一外角等於其內對角和。本基本學習內容開始引入三角形「大角對大邊」和「大邊對大角」。本基本學習內容開始引入任意三角形的邊角關係。

■可透過摺紙檢驗等腰三角形是線對稱圖形，故兩底角相等。

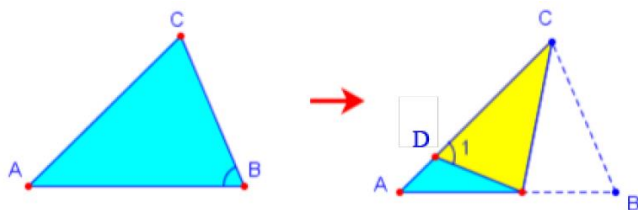
■教學時應透過觀察及三角形的摺紙活動，發現大角對大邊及大邊對大角性質，但不作形式化的證明。

如下圖所示，設  $\angle B > \angle A$ ，以  $\overline{AB}$  的垂直平分線對摺得  $\overline{AD} = \overline{BD}$ ，

因此  $\overline{AC} = \overline{CD} + \overline{BD}$ ，由三角形兩邊和大於第三邊可知  $\overline{AC} = \overline{CD} + \overline{BD} > \overline{BC}$ ，即得大角對大邊。



■如下圖所示，設  $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，以  $\angle C$  的角平分線對摺，得  $\overline{BC} = \overline{CD}$ 、 $\angle B = \angle 1$ 。因為  $\overline{AC} > \overline{CD}$ ，所以  $\angle A$  是  $\angle 1$  的一個內對角，由三角形外角等於其內對角和可知  $\angle B = \angle 1 > \angle A$ ，即可得大邊對大角。



基本學習內容：SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角

### ◎ 三角形的大邊對大角，小邊對小角

如右圖，已知  $\overline{AB}$  垂直  $L$  直線，

因為  $\angle 2$  是  $\triangle ACD$  的外角，

所以  $\angle 2 > \angle 3$ ，同理， $\angle 3 > \angle 4$ 。

由上可知  $\angle 2 > \angle 3 > \angle 4$ 。

我們想像一根柱子  $\overline{AB}$ ，從  $A$  點拉一條繩子到地面  
繩子愈長，與地面的夾角愈小。因為  $\overline{AE} > \overline{AD} > \overline{AC}$ ，所以  $\angle 4 < \angle 3 < \angle 2$

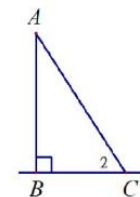
接下來我們討論三種情形：

1. 如右圖，若  $\triangle ABC$  為直角三角形，已知

$\overline{AC} > \overline{AB}$ ，因為  $\angle B = 90^\circ$ ，則  $\angle 2 < \angle B$ 。

可以得到在直角三角形  $\triangle ABC$  中，

大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle B$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle 2$ 。



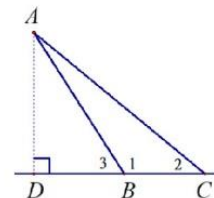
2. 如右圖，若  $\triangle ABC$  為鈍角三角形，已知

$\angle 1$  為鈍角， $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，

$\angle 1$  的外角為  $\angle 3$ ， $\angle 3 > \angle 2$ ，又鈍角  $\angle 1 > \angle 3$

得到  $\angle 1 > \angle 2$ ，故在鈍角三角形  $\triangle ABC$  中，

大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle 1$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle 2$ 。



3. 如右邊的上圖，若  $\triangle ABC$  為銳角三角形，

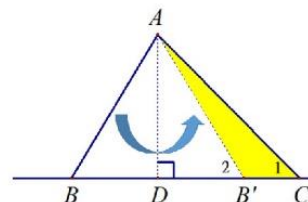
已知  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，以  $\overline{AD}$  為對稱軸，

將  $\overline{AB}$  對摺至  $\overline{AB'}$ ，此時  $\triangle ABB'$  為線對稱圖形，

得到  $\overline{AB} = \overline{AB'}$ ， $\angle B = \angle 2$ 。因為  $\overline{AC} > \overline{AB} = \overline{AB'}$ ，

所以  $\angle 1 < \angle 2 = \angle B$ 。可得銳角三角形  $\triangle ABC$  中，

大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle B$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle C$ 。



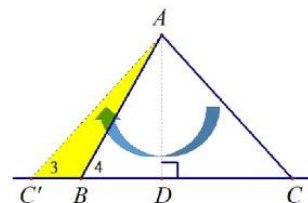
同理，如右邊的下圖，若將  $\overline{AC}$  對摺至  $\overline{AC'}$ ，

此時  $\triangle ACC'$  為線對稱圖形，得到  $\overline{AC} = \overline{AC'}$ ，

$\angle C = \angle 3$ 。因為  $\overline{AC'} = \overline{AC} > \overline{AB}$ ，所以

$\angle C = \angle 3 < \angle 4$ 。可得銳角三角形  $\triangle ABC$  中，

大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle B$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle C$ 。





### 教材內容說明：

1. 本教材第 1 頁的教學重點是觀察活動，幫助學生理解直角三角形、鈍角三角形、銳角三角形都具備大邊對大角，小邊對小角。
2. 從搭帳篷的經驗中，教師可以幫助學生體會到從營柱的頂點  $A$  拉出一條繩子，繩子愈長則與地面夾角愈小。
3. 教師可以從直角三角形、鈍角三角形及銳角三角形分別討論：

#### (1) 直角三角形：

由於  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，教師可以引導學生發現  $\overline{AC}$  的對角  $\angle B$  比  $\overline{AB}$  的對角  $\angle C$  大。

#### (2) 鈍角三角形：

作過  $A$  點的高  $\overline{AD}$ ，已知  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，教師可以幫助學生發現  $\angle 3 > \angle 2$ ，

另外鈍角  $\angle 1 > \angle 3$ ，所以  $\angle 1 > \angle 2$ ，得到若  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ， $\overline{AC}$  的對角  $\angle 1$  比  $\overline{AB}$  的對角  $\angle 2$  大。

#### (3) 銳角三角形：

作過  $A$  點的高  $\overline{AD}$ ，教師可以提示以  $\overline{AD}$  為對稱軸，將  $\overline{AB}$  摺至  $\overline{AB'}$ ，已知  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，所以  $\overline{AC} > \overline{AB'}$ ，由拉繩子的原理得到  $\angle 2 > \angle 1$ ，又  $\angle B = \angle 2$ ，故  $\angle B > \angle 1$ ，得到若  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ， $\overline{AC}$  的對角  $\angle B$  比  $\overline{AB}$  的對角  $\angle 1$  大。

第二個說明則是將  $\overline{AC}$  對摺成  $\overline{AC'}$ ，說明同前，教師可以視情況補充。

基本學習內容：SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角



從上述的圖形觀察可發現：不管是何種三角形，大邊的對角為大角，小邊的對角為小角。

#### 4. 摺紙活動：

(1) 參考圖 1 和圖 2 動手做做看，並回答問題。

已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，請試著將圖 1 中 $\triangle ABC$ 的 $\angle C$ 對摺成如圖 2 的樣子，並摺出 $\angle C$ 的角平分線，請問：

- ① 圖 2 中 $\angle 1$ 和 $\angle B$ 的大小關係為何？為什麼？
- ② 圖 2 中 $\angle 1$ 和 $\angle A$ 的大小關係為何？為什麼？
- ③ 請由(1)和(2)的結論，說說你有什麼發現？

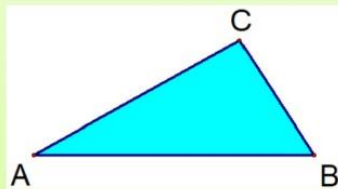


圖 1

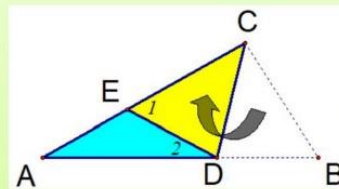


圖 2

解：由摺紙過程可發現，

- (1)  $\angle B$  摺到  $\angle 1$  的位置，因此  $\angle B = \angle 1$ 。
- (2) 根據三角形的外角定理可得知  $\angle 1 = \angle A + \angle 2$ ，故  $\angle 1 > \angle A$
- (3) 由(1)、(2)可得知， $\angle B > \angle A$

在一個三角形中，若有兩個角不相等，則邊長較大的邊所對的角比較大，邊長較小的邊所對的角比較小。





### 教材內容說明：

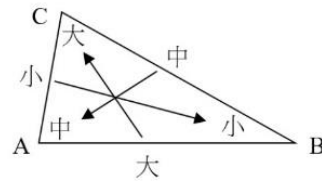
1. 本教材第 2 頁的教學重點是「大邊對大角、小邊對小角」的操作活動與證明。
2. 第(1)題給定 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，要求學生利用對摺回答三個子問題：
  - 子問題①：比較 $\angle 1$ 和 $\angle B$ 的大小關係。
    - 教師可以親自操作對摺的動作，讓學生看到 $\angle 1 = \angle B$ 。
  - 子問題②：比較 $\angle 1$ 和 $\angle A$ 的大小關係。
    - 教師可以先複習三角形的外角定理：「外角等於三角形另外兩個不相鄰的內角和」，再幫助學生發現 $\angle 1 > \angle A$ 。
  - 子問題③：由子問題①和②，讓學生說說看有什麼發現？
    - 由前面子問題幫助學生發現由 $\angle B = \angle 1$ ， $\angle 1 > \angle A$ ，得 $\angle B > \angle A$ 。
3. 本頁教師指導框歸納前面的操作活動與證明幫助學生理解三角形的「大邊對大角，小邊對小角」。
  - 教師可以利用「大邊對大角，中邊對中角，小邊對小角」的口訣幫助學生記憶及解題。

基本學習內容：SC-8-8-3

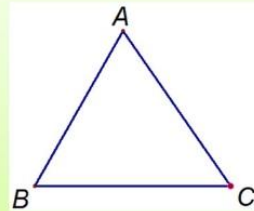
基本學習內容：SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角

- (2)  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=3$ ，試比較  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的大小關係。

解：如右圖，已知  $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=3$ ，  
得到  $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，  
由三角形的「較大邊對大角，較小邊對較小角」  
得到  $\angle C > \angle A > \angle B$



- (3) 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ ，  
請問最大角為哪一個角？



解：因為  $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ ，由「較大邊對較大角，較小邊對較小角」  
所以  $\angle A > \angle B > \angle C$ ，故  $\angle A$  最大



隨堂練習

- (1)  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} > \overline{BC}$ ， $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，試比較  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的大小關係。

答： $\angle B > \angle C > \angle A$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是練習活動，幫助學生熟練三角形的「大邊對大角，小邊對小角」。
2. 第(2)題給定已知三邊長的三角形，要求學生比較三個內角的大小
  - 由於只有文字敘述題意，教師可畫出接近的 $\triangle ABC$  並標示三個頂點代號與三邊長幫助學生解題。
  - 前面學生學到的概念為三角形的大邊對大角，小邊對小角，教師不妨加入「中邊對中角」幫助學生解題。
3. 第(3)題給定已知三邊邊長大小關係的三角形，要求學生選出最大角。
  - 教師可以在三角形的三邊上分別註記大(邊)、中(邊)、小(邊)，幫助學生看到最大角。
4. 本頁隨堂練習的評量重點在要求學生根據二組三角形的邊長大小關係，推論三個內角的大小關係。

基本學習內容：SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角

### ◎ 三角形的大角對大邊，小角對小邊

(4) 摺紙活動：參考圖 3 和圖 4 動手做做看，並回答問題。

已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A > \angle B$ ，請試著將圖 3 中 $\triangle ABC$ 對摺成如圖 4 的樣子，使得 $B$ 點和 $A$ 點重合，且 $DE$ 為摺痕，請問：

- ① 圖 4 中 $\overline{DA}$ 和 $\overline{DB}$ 的大小關係為何？
- ② 圖 4 中 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 的大小關係為何？

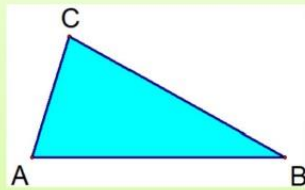


圖 3

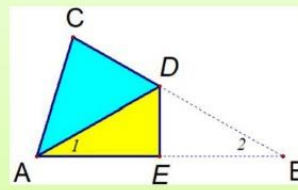
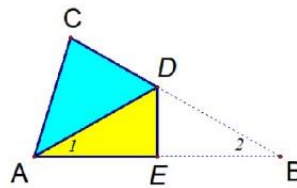


圖 4

解：如右圖，由摺紙過程可發現：

- ① 由 $B$ 點摺到 $A$ 點， $\overline{DB}$ 摺到 $\overline{DA}$ ，  
得到 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 。  
另外也可以由 $\angle 1 = \angle 2$ ，得到 $\triangle DAB$ 為等腰三角形，故 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 。
- ② 承①， $\overline{BC} = \overline{DB} + \overline{DC} = \overline{DA} + \overline{DC}$ ，  
根據「三角形的兩邊和必大於第三邊」，  
得到 $\overline{DA} + \overline{DC} > \overline{AC}$ ，亦即 $\overline{BC} > \overline{AC}$ 。



在一個三角形中，若有兩個角不相等，則較大的角所對的邊比較長，則較小的角所對的邊比較短。





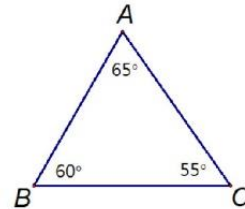
**教材內容說明：**

1. 本教材第 4 頁的教學重點是「大角對大邊、小角對小邊」的操作活動與證明。
2. 第(4)題給定三角形某兩角的大小關係，要求學生利用對摺回答兩個子問題：  
子問題①：比較  $\overline{DA}$  和  $\overline{DB}$  的大小關係。
  - 教師可以親自操作對摺的動作，讓學生看到  $\overline{DA} = \overline{DB}$ 。子問題②：比較  $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的大小關係。
  - 教師可以先複習「三角形的兩邊和必大於第三邊」，幫助學生利用  $\overline{DA} + \overline{DC} > \overline{AC}$ ，得到  $\overline{DB} + \overline{DC} > \overline{AC}$ ，因此  $\overline{BC} > \overline{AC}$ 。
3. 本頁教師指導框歸納前面的操作活動與證明幫助學生理解三角形的「大角對大邊，小角對小邊」。
  - 教師可以利用「大角對大邊，中角對中邊，小角對小邊」的口訣幫助學生記憶及解題。

基本學習內容：SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角

(5)  $\triangle ABC$  中， $\angle A=65^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的大小關係。

解：如右圖，已知  $\angle A=65^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，  
 得到  $\angle C=180^\circ-65^\circ-60^\circ=55^\circ$ ，  
 因此  $\angle A > \angle B > \angle C$ ，  
 由「三角形的較大角對較長邊」  
 $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$

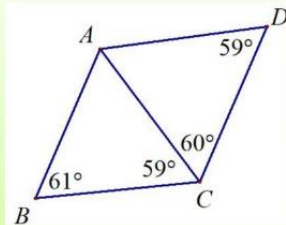


隨堂練習

(1)  $\triangle ABC$  中， $\angle A > \angle B$ ， $\angle C > \angle A$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的大小關係。

答： $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$

- (6) 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\angle B=61^\circ$ ， $\angle ACB=59^\circ$ ，  
 $\triangle ACD$  中， $\angle D=59^\circ$ ， $\angle ACD=60^\circ$ ，請問
- ① 比較  $\overline{AB}$  和  $\overline{AC}$  的大小關係？
  - ② 比較  $\overline{AB}$  和  $\overline{AD}$  的大小關係？



解：

- ①  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC=180^\circ-61^\circ-59^\circ=60^\circ$ ，得到  $\angle B > \angle BAC > \angle ACD$   
 因為「三角形的較大角對較長邊」，所以  $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，故  $\overline{AB} > \overline{AC}$
- ②  $\triangle ACD$  中， $\angle DAC=180^\circ-60^\circ-59^\circ=61^\circ$ ，得到  $\angle DAC > \angle ACD > \angle D$   
 因為「三角形的較大角對較長邊」，所以  $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}$   
 承①， $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，得到  $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$   
 故  $\overline{AD} > \overline{AB}$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 5 頁的教學重點是練習活動，幫助學生熟練三角形的「大角對大邊，小角對小邊」。
2. 第(5)題給定三角形某兩個內角的度數，要求學生推論三角形三邊邊長的大小關係。

- 教師可提示學生利用三角形內角和  $180^\circ$  計算第三個內角的度數。
- 由於只有文字敘述題意，教師可畫出接近的  $\triangle ABC$  並標示三個頂點代號與三內角度數幫助學生解題。
- 前面學生學到的概念為三角形的大角對大邊，小角對小邊，教師不妨加入「中角對中邊」幫助學生解題。

3. 本頁隨堂練習的評量重點在要求學生根據二組三角形的內角度數大小關係，推論三個邊長的大小關係。

4. 第(6)題給定含有一對角線的四邊形及部份內角，要求學生根據內角度數回答下列兩個子問題：

子問題①：比較  $\overline{AB}$  和  $\overline{AC}$  的大小關係。

- 教師可提示學生利用三角形內角和  $180^\circ$  計算未知的內角度數。
- 利用「大角對大邊、中角對中邊、小角對小邊」得到  $\overline{AB} > \overline{AC}$ 。

子問題②：比較  $\overline{AB}$  和  $\overline{AD}$  的大小關係。

- 教師可提示學生先計算  $\triangle ACD$  的三邊長大小關係，再連結子問題①的結果得到  $\overline{AD} > \overline{AB}$ 。

基本學習內容：SC-8-8-3

基本學習內容：SC-8-8-3 三角形大角對大邊；大邊對大角



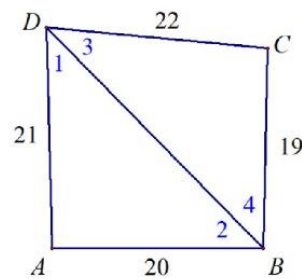
小試身手

- (1) ①  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{AC}=10$ ，則  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  哪個角最小？  
 ②  $\triangle ABC$  中， $\angle A=59^\circ$ 、 $\angle B=61^\circ$ ，則  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  哪個邊最大？

答：①  $\angle C$  ②  $\overline{AC}$

- (2) 如右圖，四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB}=20$ ， $\overline{BC}=19$ ，  
 $\overline{CD}=22$ ， $\overline{AD}=21$ 。

- ① 比較  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的大小關係？  
 ② 比較  $\angle 3$  和  $\angle 4$  的大小關係？  
 ③ 比較  $\angle ADC$  和  $\angle ABC$  的大小關係？



答：①  $\angle 2 > \angle 1$  ②  $\angle 4 > \angle 3$  ③  $\angle ABC > \angle ADC$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 6 頁為小試身手，提供兩個問題評量學生是否具備利用「大邊對大角、小邊對小角」及「大角對大邊、小角對小邊」解題的能力。
2. 第(1)題有兩個子問題：
  - 子問題①：給定三角形的三邊邊長，要求學生選出最小角。
  - 子問題②：給定三角形的某兩角度數，要求學生選出最長邊。
3. 第(2)題給定已知四個邊長的四邊形及其對角線，要求學生回答三個子問題：
  - 子問題①：比較 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係。
  - 子問題②：比較 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的大小關係。
  - 子問題③：比較四邊形對角線通過的兩個內角度數的大小關係。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

