

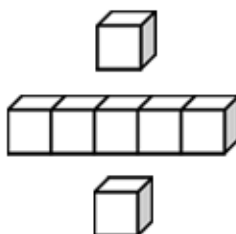
基本學習內容：DC-8-1-1、2

累積次數、相對次數、累積相對次數

累積相對次數折線圖

班級：_____

姓名：_____





◎累積次數分配表

下表是八年級上學期第一次段考數學科的全年級成績次數分配表，從表中可以得知各組(30~40分、40~50分、...90~100分)學生數學成績的次數分配情形，由於從這個次數分配表當中同學無法看出自己的數學段考成績的排名，如果要知道自己成績約略勝過多少人，我們可以整理如下表：

八年級上學期第一次段考
學生數學成績次數分配表

成績(分)	次數(人)
30~40	2
40~50	4
50~60	20
60~70	76
70~80	88
80~90	50
90~100	10
合計	250

八年級上學期第一次段考
學生數學成績統計表

成績(分)	次數(人)
30~40	=2
30~50	=2+4=6
30~60	=2+4+20=26
30~70	=2+4+20+76=102
30~80	=2+4+20+76+88=190
30~90	=2+4+20+76+88+50=240
30~100	=2+4+20+76+88+50+10=250

例如：小明數學考65分，由右上表可知考30~60分的同學共有26人，所以小明的數學分數至少勝過26人，約佔全部同學的 $26 \div 250 \times 100\% = 10.4\%$ 。

我們也可以在原本的次數分配表增加像下列統計表的欄位，這個欄位一般稱為「累積次數」的欄位，製作方法如下：

將分組資料最低的一組到該組的合計次數，記入該組的右側累積次數欄位中。例如：40~50分的累積次數欄位為 $2+4=6$ ，50~60分的累積次數欄位為 $2+4+20=26$ 。我們將這個次數分配表稱為「累積次數分配表」，如右下表所示。

八年級上學期第一次段考學生數學成績累積次數分配表

成績(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	2	2
40~50	4	6
50~60	20	26
60~70	76	102
70~80	88	190
80~90	50	240
90~100	10	250
合計	250	

←

$2+4=6$
 $2+4+20=26$
 $2+4+20+76=102$
 $2+4+20+76+88=190$
 $2+4+20+76+88+50=240$
 $2+4+20+76+88+50+10=250$



該組的累積次數=前一組的累積次數+該組的次數
 例如：50~60 分的累積次數=40~50 分的累積次數+ 50~60 分的次數

八年級上學期第一次段考學生數學成績累積次數分配表

成績 (分)	次數 (人)	累積次數 (人)
30~40	2	2
40~50	4	6
50~60	20	26
60~70	76	102
70~80	88	190
80~90	50	240
90~100	10	250
合計	250	

←2+4=6
 ←6+20=26
 ←26+76=102
 ←102+88=190
 ←190+50=240
 ←240+10=250

如上表的藍色箭頭所示，我們可以將前一組的累積次數加上左下角這一組的次數之後便得到這一組的累積次數，例如：將50~60分的累積次數26(人)加上60~70分的次數累積次數76(人)得到60~70分的累積次數為26+76=102(人)

(1) 右表為3年1班的體重累積次數分配表，請根據各組次數計算各組的累積次數？

體重(公斤)	次數 (人)	累積次數 (人)
40~50	4	
50~60	9	
60~70	8	
70~80	3	
80~90	1	
合計	25	

解：

體重(公斤)	次數 (人)	累積次數 (人)
40~50	4	4
50~60	9	13
60~70	8	21
70~80	3	24
80~90	1	25
合計	25	

←4
 ←4+9=13
 ←13+8=21
 ←21+3=24
 ←24+1=25



- (2) 右表為 2 年 3 班的身高累積次數分配表，請問 a 、 b 、 c 的值為何？

2 年 3 班身高累積次數分配表

身高 (公分)	次數 (人)	累積次數 (人)
140~150	2	2
150~160	5	a
160~170	11	18
170~180	b	24
180~190	1	25
合計	c	

解：

(1) $a = 5 + 2 = 7$

(2) $b = 24 - 18 = 6$

(3) $c = 25$ (最後一組的累積次數即合計次數)

從累積次數分配表可以看到幾個結果：

- (1) 最後一組 90~100 分的累積次數代表累積所有組的次數(也就是全年級人數)，所以累積次數不會設置合計的資料。

- (2) 某一組的累積次數代表低於該組上限的累積人數，例如低於 50 分的累積人數有 6 人(由 40~50 分那一組)，而不是 26 人(由 50~60 分那一組)。

成績(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	2	2
40~50	4	6
50~60	20	26
60~70	76	102
70~80	88	190
80~90	50	240
90~100	10	250
合計	250	

- (3) 50~60 分這一組的累積次數為 26(人)，代表低於 60 分的學生有 26 人，相對地考 60 分以上(含 60 分)的學生有 $250 - 26 = 224$ (人)。
- (4) 若阿明考 75 分，屬於 70~80 分這一組，看到前一組 60~70 分的累積次數欄位可以得知他至少勝過 102 人，約佔全體的 $102 \div 250 \times 100\% = 40.8\%$ 。
- (5) 若想知道某個分數區間(例如：60~80 分)的人數，我們可以用：
「低於 80 分的人數」減去「低於 60 分的人數」 $= 190 - 26 = 164$ (人)。



(3) 右表為 3 年 1 班的體重累積次數分配表，請回答下列問題：

- ① 請問體重低於 60 公斤的人數？
- ② 請問體重 70 公斤以上(含)的人數？
- ③ 請問體重 50~70 公斤的人數？

體重(公斤)	累積次數(人)
40~50	6
50~60	15
60~70	21
70~80	24
80~90	25
合計	

解：

① 體重 50~60 公斤(上限 60) 的累積次數為 15 人，故體重低於 60 公斤的人數有 15 人

② 體重 80~90 公斤的累積次數有 25 人，故全班有 25 人

體重 60~70 公斤的累積次數有 21 人，故體重低於 70 公斤有 21 人

體重 70 公斤以上的人數 = 全體人數 - 體重低於 70 公斤的人數 = $25 - 21 = 4$ (人)

③ 體重 60~70 公斤的累積次數有 21 人，故體重低於 70 公斤有 21 人

體重 40~50 公斤的累積次數有 6 人，故體重低於 50 公斤有 6 人

體重 50 公斤~70 公斤的人數 = 體重低於 70 公斤的人數 - 體重低於 50 公斤的人數
 $= 21 - 6 = 15$ (人)

◎ 累積相對次數分配表

一、相對次數：

如右表所示，當比較兩群分組方式一樣但總次數不一樣的資料時，用原始次數比較會較不客觀，此時，我們將每一組資料的次數除以總次數所得到的比值並用百分比(%)來表示，就稱為這組資料的**相對次數**。

1年1班的英語平時考
成績次數分配表

分數(分)	次數(人)
50~60	5
60~70	9
70~80	5
80~90	4
90~100	2
合計	25

1年5班的英語平時考
成績次數分配表

分數(分)	次數(人)
50~60	6
60~70	10
70~80	5
80~90	5
90~100	2
合計	28

(4) 承上表，請計算 1 年 1 班和 1 年 5 班的英語平時考各組分數的相對次數，並將相對次數欄位加入原次數分配表。



基本學習內容：DC-8-1-1、2

解：

①1年1班的英語平時考成績

分數(分)	次數(人)	相對次數(%)	
50~60	5	20	$\leftarrow 5 \div 25 \times 100\% = 20\%$
60~70	9	36	$\leftarrow 9 \div 25 \times 100\% = 36\%$
70~80	5	20	$\leftarrow 5 \div 25 \times 100\% = 20\%$
80~90	4	16	$\leftarrow 4 \div 25 \times 100\% = 16\%$
90~100	2	8	$\leftarrow 2 \div 25 \times 100\% = 8\%$
合計	25	100	

②1年5班的英語平時考成績

分數(分)	次數(人)	相對次數(%)	
50~60	6	21.4	$\leftarrow 6 \div 28 \times 100\% = 21.4\%$
60~70	10	35.7	$\leftarrow 10 \div 28 \times 100\% = 35.7\%$
70~80	5	17.9	$\leftarrow 5 \div 28 \times 100\% = 17.9\%$
80~90	5	17.9	$\leftarrow 5 \div 28 \times 100\% = 17.9\%$
90~100	2	7.1	$\leftarrow 2 \div 28 \times 100\% = 7.1\%$
合計	28	100	

我們將兩班的次數分配表新增相對次數欄位，就可以得到如下表所示兩班的英語平時考**相對次數分配表**。

1年1班的英語平時考成績相對次數分配表

分數(分)	次數(人)	相對次數(%)
50~60	5	20
60~70	9	36
70~80	5	20
80~90	4	16
90~100	2	8
合計	25	100

1年5班的英語平時考成績相對次數分配表

分數(分)	次數(人)	相對次數(%)
50~60	6	21.4
60~70	10	35.7
70~80	5	17.9
80~90	5	17.9
90~100	2	7.1
合計	28	100

由上表可知，成績60~70分的人數，1年1班有9人，1年5班有10人，若比較原始次數，1年1班的人數低於1年5班的人數，但由於兩班總人數不一樣（1年1班25人，1年5班28人），所以比較相對次數後得到1年1班60~70分的人數佔全班36%，1年5班60~70分的人數佔全班35.7%，得到60~70分的人數佔全班的比例1年1班高於1年5班。



二、累積相對次數：

右表是中山國中三年級數學競試成績的次數分配表，由於各組人數眾多，我們若想要知道像考70分的同學在全體三年級中的大致排名，此時我們可以藉助**累積相對次數**來了解大致排名，底下示範如何形成累積相對次數...

成績（分）	次數（人）
40~50	45
50~60	55
60~70	60
70~80	36
80~90	30
90~100	24
合計	250

該組的累積相對次數＝前一組的累積相對次數＋該組的相對次數

例如：

50~60 分的累積相對次數＝40~50 分的累積相對次數＋50~60 分的相對次數

方法一：由各組的相對次數轉換成累積相對次數

步驟1：先製作相對次數分配表：

將各組人數與全年級人數的比值用百分比表示，得到相對次數分配表如下。

中山國中三年級數學競試相對次數分配表

成績（分）	次數（人）	相對次數(%)
40~50	45	18
50~60	55	22
60~70	60	24
70~80	36	14.4
80~90	30	12
90~100	24	9.6
合計	250	100

步驟2：仿照累積次數分配表的產生方式，我們可以將相對次數從成績最低到最高，一組一組的把相對次數累加上去，這樣也可以得到各組的累積相對次數，並記入累積相對次數(%)該欄中，完成累積相對次數分配表如下表：



基本學習內容：DC-8-1-1、2

七年三班數學平常考成績的累積相對次數分配表

成績(分)	次數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)	
40~50	45	18	18	←18
50~60	55	22	40	←18 + 22=40
60~70	60	24	64	←40 + 24=64
70~80	36	14.4	78.4	←64 + 14.4=78.4
80~90	30	12	90.4	←78.4 + 12=90.4
90~100	24	9.6	100	←90.4 + 9.6=100
合計	250	100		

方法二：由各組的累積次數轉換成累積相對次數

步驟1：在原始次數分配表右邊新增累積次數欄位，得到累積次數分配表如下。

中山國中三年級數學競試累積次數分配表

成績(分)	次數(人)	累積次數(人)	
40~50	45	45	←45
50~60	55	100	←45 + 55=100
60~70	60	160	←100 + 60=160
70~80	36	196	←160 + 36=196
80~90	30	226	←196 + 30=226
90~100	24	250	←226 + 24=250
合計	250		

步驟2：將各組累積次數與合計的比值用百分比表示，也稱為各組的**累積相對次數**。例如：三年級全體250人的數學競試成績，60~70分這組的累積次數有160人，表示低於70分的人數有160人，與全體人數比值為 $160 \div 250 \times 100\% = 64\%$ ，可知低於70分的人數占全三年級人數的64%。接下來依序從成績最低的一組的累積相對次數計算到成績最高的一組，完成累積相對次數分配表如下表：

中山國中三年級數學競試累積相對次數分配表

成績(分)	次數(人)	累積次數(人)	累積相對次數(%)	
40~50	45	45	18	← $45 \div 250 \times 100\% = 18\%$
50~60	55	100	40	← $100 \div 250 \times 100\% = 40\%$
60~70	60	160	64	← $160 \div 250 \times 100\% = 64\%$
70~80	36	196	78.4	← $196 \div 250 \times 100\% = 78.4\%$
80~90	30	226	90.4	← $226 \div 250 \times 100\% = 90.4\%$
90~100	24	250	100	← $250 \div 250 \times 100\% = 100\%$
合計	250			



(5) 右表為大灣高中 3 年 1 班的身高次數分配表，試完成該班學生的身高累積相對次數分配表。

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
155~160	4		
160~165	6		
165~170	8		
170~175	12		
175~180	6		
180~185	4		
合計	40	100	

由上可知，從方法一和方法二所得到的累積相對次數分配都一樣，因為使用相對次數及累積相對次數解讀大量資料較為簡便，或為了比較兩群以上的分組資料，原則上我們會先產生相對次數，再產生累積相對次數來建立累積相對次數分配表。

解：

155~160 公分這組的相對次數= $4 \div 40 \times 100\% = 10\%$ ，累積相對次數= 10%

160~165 公分這組的相對次數= $6 \div 40 \times 100\% = 15\%$ ，累積相對次數= $10\% + 15\% = 25\%$

165~170 公分這組的相對次數= $8 \div 40 \times 100\% = 20\%$ ，累積相對次數= $25\% + 20\% = 45\%$

170~175 公分這組的相對次數= $12 \div 40 \times 100\% = 30\%$ ，累積相對次數= $45\% + 30\% = 75\%$

175~180 公分這組的相對次數= $6 \div 40 \times 100\% = 15\%$ ，累積相對次數= $75\% + 15\% = 90\%$

180~185 公分這組的相對次數= $4 \div 40 \times 100\% = 10\%$ ，累積相對次數= $90\% + 10\% = 100\%$

將上列相對次數及累積相對次數填入下表…

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
155~160	4	10	10
160~165	6	15	25
165~170	8	20	45
170~175	12	30	75
175~180	6	15	90
180~185	4	10	100
合計	40	100	



◎累積相對次數折線圖

一、累積次數分配折線圖：

左下表是中山國中二年三班學生身高的累積次數分配表，我們將以左下表為例說明累積次數分配折線圖的繪製方法。

1. **定義橫軸**用來表示身高，在橫軸末端標示「身高(公分)」，並標示出各組的刻度，如140、150、160、170、180、190等。
2. **定義縱軸**用來表示分配的累積次數，在縱軸末端標示「累積次數(人)」，並分別標示出適當的刻度，如0、5、10、15、20、…、30等。
3. **標點及連線**：將各組的上限與對應累積次數(人)設為一個點的 x 、 y 坐標，得到5個點坐標(150,3)、(160,11)、(170,20)、(180,24)、(190,25)，連同第一組的下限140公分與累積0人所得到的點坐標(140,0)，代表從140公分起開始累積，再將這些點由左到右依序以線段連接。為了詳細說明，也可以在各點上標示出對應的累積次數。

以上繪製過程的結果右下圖所示，像這樣的統計圖就稱為**累積次數分配折線圖**。

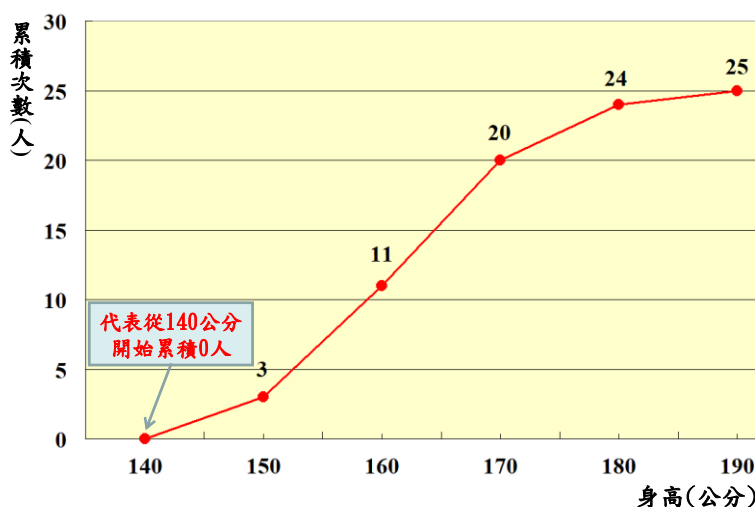
分組資料的折線圖注意事項：

- (1) 相對次數分配折線圖，各點對齊橫軸該組的**組中點**。
- (2) 累積次數分配折線圖，各點對齊橫軸該組的**上限**。



中山國中二年三班學生身高
相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	累積次數(人)
140~150	3	3
150~160	8	11
160~170	9	20
170~180	4	24
180~190	1	25
合計	25	



中山國中二年三班學生身高累積次數分配折線圖



二、相對次數分配折線圖：

左下表是中山國中二年三班學生身高的相對次數分配表，我們將以左下表為例說明相對次數分配折線圖的繪製方法。

1. 計算組中點：

在140~150這一組中，計算 $(140+150)\div 2=145$ ，我們稱145是140~150的組中點。依此類推，155、165、175、185分別是150~160、160~170、170~180、180~190的組中點。

2. 定義橫軸用來表示身高，在橫軸末端標示「身高(公分)」，並標示出各組的刻度，如140、150、160、170、180、190等。

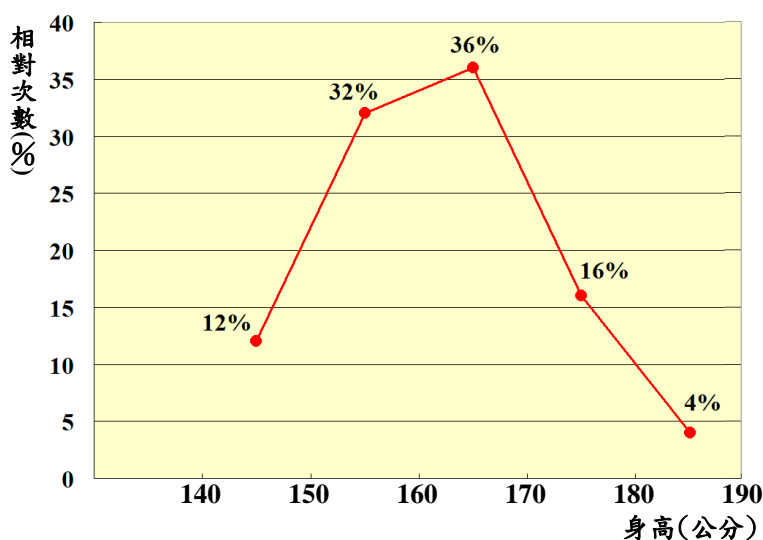
3. 定義縱軸用來表示分配的相對次數，在縱軸末端標示「相對次數(%)」，並分別標示出適當的刻度，如0、5、10、15、20、…、40等。

4. 標點及連線：將各組的組中點與對應次數(人)設為一個點的 x 、 y 坐標，得到5個點坐標(145,12)、(155,32)、(165,36)、(175,16)、(185,4)，再將這些點依序以線段連接。為了詳細說明，也可以在各點上標示出對應的相對次數。

以上繪製過程的結果右下圖所示，像這樣的統計圖就稱為**相對次數分配折線圖**。

中山國中二年三班學生身高
相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)
140~150	3	12
150~160	8	32
160~170	9	36
170~180	4	16
180~190	1	4
合計	25	100



中山國中二年三班學生身高相對次數分配折線圖



三、累積相對次數分配折線圖：

右表是中山國中二年三班學生身高的累積相次數分配表，我們將以右表為例說明累積相對次數分配折線圖的繪製方法。

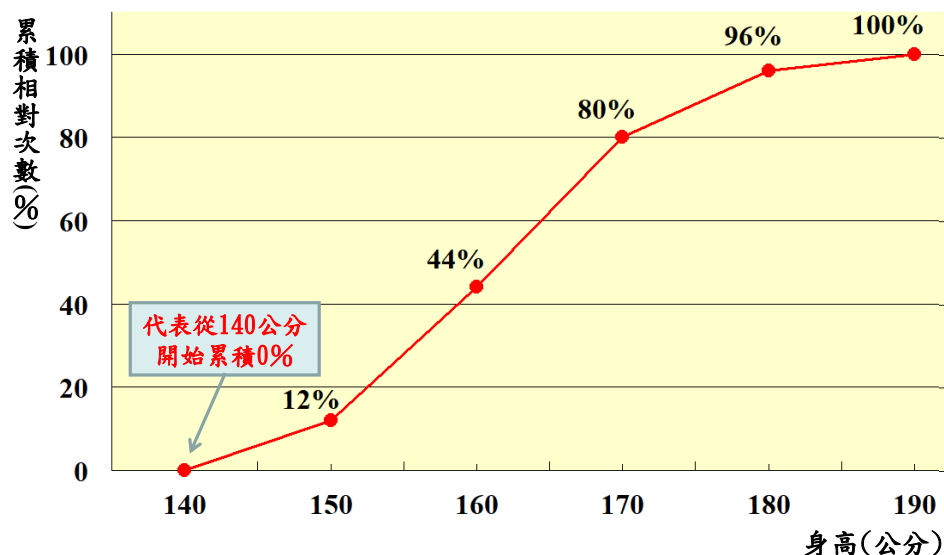
中山國中二年三班學生身高累積相對次數分配表

身高 (公分)	次數 (人)	累積次數 (人)	累積相對 次數(%)
140~150	3	3	12
150~160	8	11	44
160~170	9	20	80
170~180	4	24	96
180~190	1	25	100
合計	25		

1. **定義橫軸**用來表示身高，在橫軸末端標示「身高(公分)」，並標示出各組的刻度，如140、150、160、170、180、190等。
2. **定義縱軸**用來表示分配的累積相對次數，在縱軸末端標示「累積相對次數(%)」，並分別標示出適當的刻度，如0、20、40、60、80、100。
3. **標點及連線**：將各組的上限與對應累積次數(人)設為一個點的 x 、 y 坐標，得到5個點坐標(150,12)、(160,44)、(170,80)、(180,96)、(190,100)，連同第一組的下限140公分與累積0%所得到的點坐標(140,0)，代表從140公分起開始累積，再將這些點由左到右依序以線段連接。

為了詳細說明，也可以在各點上標示出對應的累積相對次數。

以上繪製過程的結果下圖所示，像這樣的統計圖就稱為**累積相對次數分配折線圖**。



中山國中二年三班學生身高累積相對次數分配折線圖



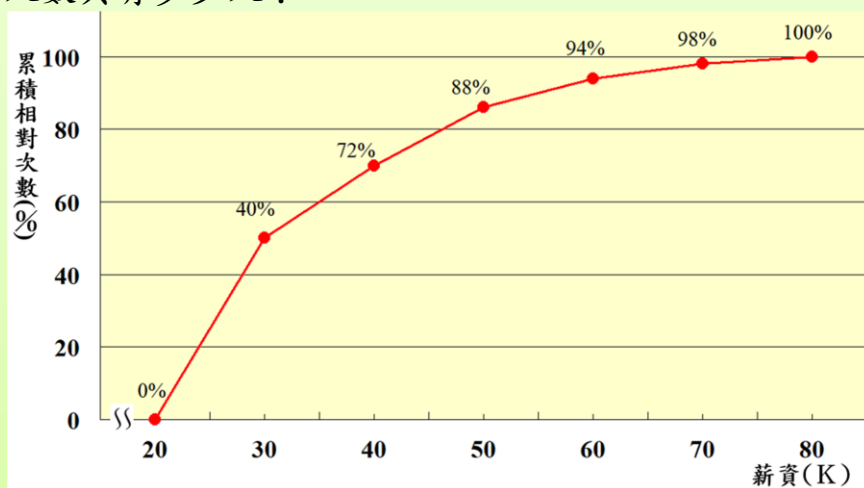
累積次數或累積相對次數分配折線圖的特性：

- (1) 均為由左下到右上逐漸上升（或是水平）的折線。
- (2) 折線愈斜，表示該組的人數愈多，例如：身高160~170公分間的線段較身高170~180公分間的線段來得斜，表示身高160~170公分的人數較170~180公分的人數來得多。



(6) 下圖為安聯貿易公司員工月薪的累積相對次數分配折線圖，月薪的單位為千元(以 K 代替)，試依照折線圖回答下列問題：

- ① 月薪未滿 30K 的員工人數，占全體人數的百分比(%)為多少？
- ② 月薪 60K 以上(含 60K)的員工人數，占全體人數的百分比(%)為多少？
- ③ 公司裡月薪哪一組的人數最多？哪一組的人數最少？
- ④ 若全體人數共有 50 人，請問月薪 30K 以上(含 30K)、未滿 50K(不含 50K)的員工人數共有多少人？



安聯貿易公司員工月薪的累積相對次數分配折線圖

解：①月薪未滿30K的員工人數，占公司全體人數的百分比(%)為40%。

②月薪未滿 60K 的員工人數，占公司全體人數的百分比(%)為 94%，月薪在 60K 以上(含 60K)的員工人數，占公司全體人數的百分比(%)為 $100\% - 94\% = 6\%$

③因為月薪 20K~30K 最斜，所以公司裡月薪 20K~30K 的人數最多。

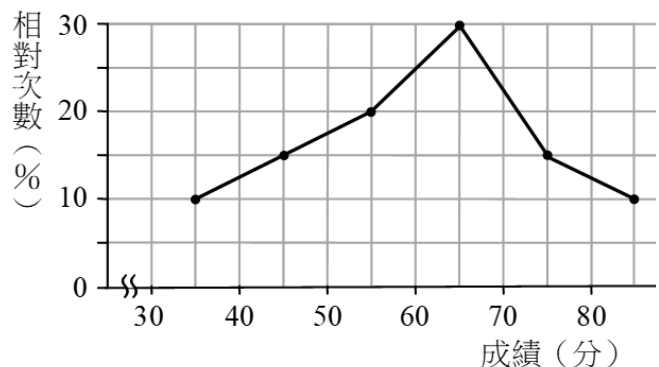
因為月薪 70K~80K 最不斜；所以公司裡月薪 70K~80K 的人數最少。

④月薪未滿 50K 的員工人數，占公司全體人數的百分比(%)為 88%，而月薪未滿 30K 的員工人數，占公司全體人數的百分比(%)為 40%，月薪 30K 以上(含 30K)、未滿 50K(不含 50K)的員工人數共有 $(88\% - 40\%) \times 50 = 48\% \times 50 = 24$ (人)。



小試身手

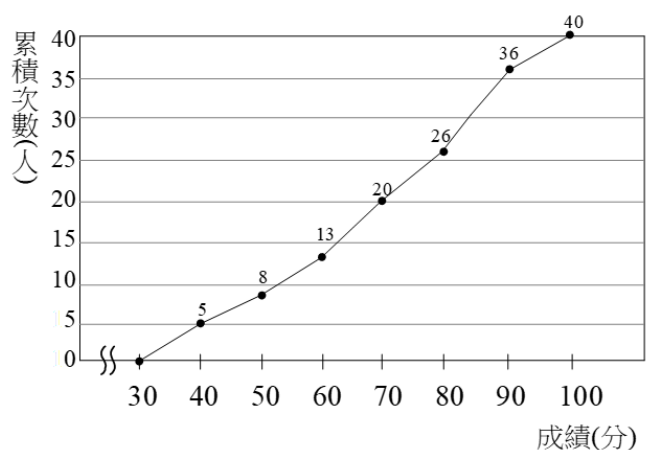
- (1)右圖是中山國中八年級期末考數學科成績的相對次數分配折線圖，如果八年級全體同學共有 280 人。請問人數最多的一組為幾分？該組有多少人？



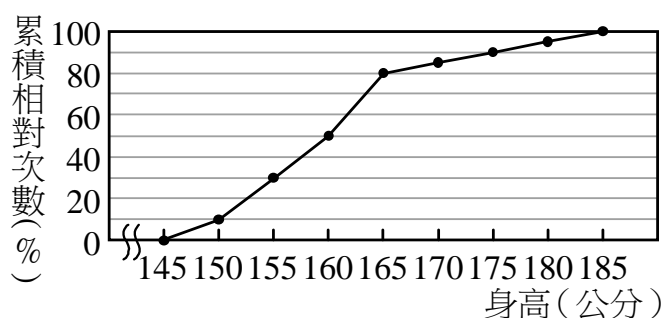
- (2)右表為八年六班班仰臥起坐次數的累積次數分配表，依表回答下列問題：
- ① 空格中的 $x=$?
 - ② 空格中的 $y=$?
 - ③ 仰臥起坐 30 下以上的同學有幾人？

仰臥起坐次數 (次)	次數 (人)	累積次數 (人)
0~10	3	3
10~20	5	8
20~30	x	14
30~40	10	y
40~50	4	28
合計	28	

- (3)右圖是八年六班數學科段考成績的累積次數分配折線圖，依圖回答下列問題：
- ① 人數最多的落在_____分。
 - ② 成績在 80 分以上(含)的占所有人數的百分比為_____%。
 - ③ 成績未滿 50 分的占所有人數的百分比為_____%。



- (4)右圖為中山國中八年級全體同學的身高累積相對次數分配折線圖，已知身高 165 公分以上有 42 人，請問：
- ① 全體八年級共有多少人？
 - ② 160~165 公分共有多少人？





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

