

基本學習內容：GC-8-1-1

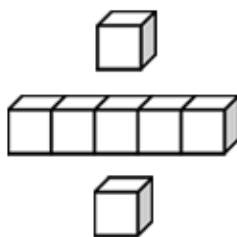
直角坐標上兩點的距離公式；

若 $A(a, b), B(c, d)$

則 $AB = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$

班級：_____

姓名：_____





基本學習內容：GC-8-1-1

複習-數線上兩點的距離

(1) 數線上有 $A(2)$ 、 $B(5)$ 、 $C(-2)$ 、 $D(-6)$ 四點，請問回答下列問題：

① $\overline{AB} = ?$

② $\overline{CD} = ?$

③ $\overline{BC} = ?$

解：方法一： ① $\overline{AB} = 5 - 2 = 3$

② $\overline{CD} = (-2) - (-6) = 4$

③ $\overline{BC} = 5 - (-2) = 7$

方法二： ① $\overline{AB} = |5 - 2| = |2 - 5| = 3$

② $\overline{CD} = |(-2) - (-6)| = |(-6) - (-2)| = 4$

③ $\overline{BC} = |5 - (-2)| = |(-2) - 5| = 7$

數線上兩點的距離公式：

數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點，

A 、 B 兩點的距離為 $\overline{AB} = |a - b|$ 或 $|b - a|$ 。



隨堂練習

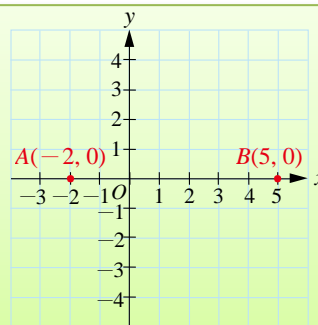
數線上有 $A(-1)$ 、 $B(7)$ 兩點，請問 $\overline{AB} = ?$



◎直角坐標上兩點的距離

(1) 如圖，坐標平面上有 $A(-2, 0)$ 、 $B(5, 0)$ 兩點，

請問 A 、 B 兩點的距離是多少？



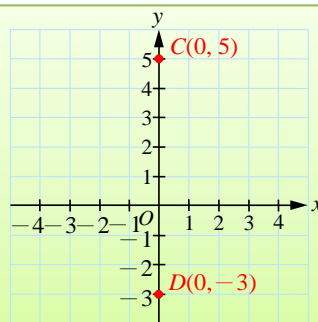
解： $A(-2, 0)$ 、 $B(5, 0)$ 兩點都在 x 軸上，將 x 軸看成一條數線，

$A(-2, 0)$ 在 x 軸的數線上記為 $A(-2)$ ， $B(5, 0)$ 在 x 軸的數線上記為 $B(5)$ ，

A 、 B 兩點的距離為 $\overline{AB} = |(-2) - 5| = 7$ 。

(2) 如圖，坐標平面上有 $C(0, 5)$ 、 $D(0, -3)$ 兩點，

請問 C 、 D 兩點的距離是多少？



解： $C(0, 5)$ 、 $D(0, -3)$ 兩點都在 y 軸上，將 y 軸看成一條數線，

$C(0, 5)$ 在 y 軸的數線上記為 $C(5)$ ， $D(0, -3)$ 在 y 軸的數線上記為 $D(-3)$ ，

C 、 D 兩點的距離為 $\overline{CD} = |5 - (-3)| = 8$ 。



隨堂練習

(1) 坐標平面上， $A(0, -1)$ 、 $B(0, 3)$ 兩點的距離是多少？

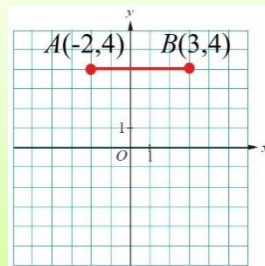
(2) 坐標平面上， $C(2, 0)$ 、 $D(-4, 0)$ 兩點的距離是多少？



(3) 如圖，在坐標平面上有 $A(-2, 4)$ 、 $B(3, 4)$ 兩點，請問：

① A 、 B 兩點的連線和 x 軸平行嗎？

② A 、 B 兩點的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，

發現兩點的 y 坐標一樣，且兩點連線和 x 軸平行。

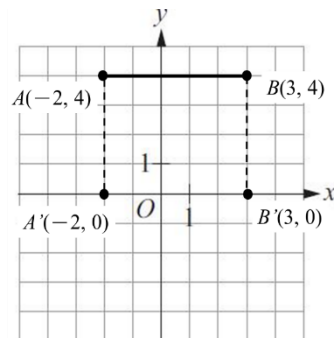
② 過 A 、 B 兩點做 x 軸的垂線，分別交 x 軸於 A' 、 B' 兩點，
得到 $ABB'A'$ 為長方形。

把 x 軸看成一條數線，

$A(-2, 4)$ 在 x 軸上的垂足坐標為 $A'(-2, 0)$ ，

$B(3, 4)$ 在 x 軸上的垂足坐標為 $B'(3, 0)$ ，

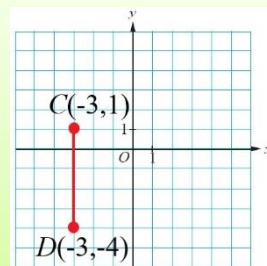
所以， A 、 B 兩點的距離 $= \overline{AB} = \overline{A'B'} = |(-2) - 3| = 5$ 。



(4) 如圖，在坐標平面上， $C(-3, 1)$ 、 $D(-3, -4)$ 兩點，請問：

① C 、 D 兩點的連線和 y 軸平行嗎？

② C 、 D 兩點的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，

發現兩點的 x 坐標一樣，且兩點連線和 y 軸平行。

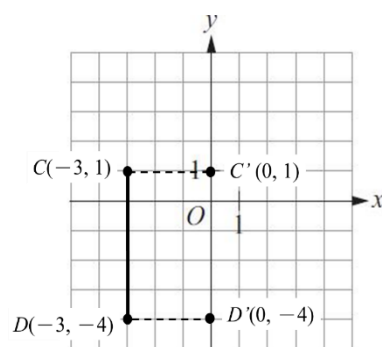
② 過 C 、 D 兩點做 y 軸的垂線，分別交 y 軸於 C' 、 D' 兩點，
得到 $CDD'C'$ 為長方形。

把 y 軸看成一條數線，

$C(-3, 1)$ 在 y 軸上的垂足坐標為 $C'(0, 1)$ ，

$D(-3, -4)$ 在 y 軸上的垂足坐標為 $D'(0, -4)$ ，

所以， C 、 D 兩點的距離 $= \overline{CD} = \overline{C'D'} = |1 - (-4)| = 5$ 。





(5) 坐標平面上有 $A(-5, 6)$ 、 $B(5, 6)$ 、 $C(5, -3)$ 三點，請回答下列問題：

①判斷 A 、 B 兩點連線和 x 軸平行或和 y 軸平行？ A 、 B 兩點的距離是多少？

②判斷 B 、 C 兩點連線和 x 軸平行或和 y 軸平行？ B 、 C 兩點的距離是多少？

解：① $A(-5, 6)$ 、 $B(5, 6)$ 兩點的 y 坐標一樣，

所以 A 、 B 兩點連線和 x 軸平行。

$$A、B兩點的距離 = \overline{AB} = |(-5) - 5| = 10。$$

② $B(5, 6)$ 、 $C(5, -3)$ 兩點的 x 坐標一樣，

所以 B 、 C 兩點連線和 y 軸平行。

$$B、C兩點的距離 = \overline{BC} = |6 - (-3)| = 9。$$



隨堂練習

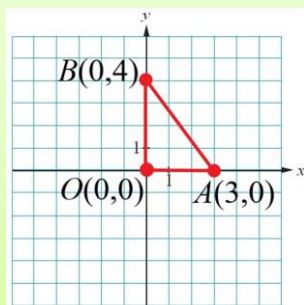
(1) 坐標平面上， $A(-3, 2)$ 、 $B(4, 2)$ 兩點的距離是多少？

(2) 坐標平面上， $C(-1, 6)$ 、 $D(-1, 2)$ 兩點的距離是多少？



(6) 如圖，在坐標平面上有 $O(0,0)$ 、 $A(3,0)$ 及 $B(0,4)$ 三點，請回答下列問題：

- ① $\triangle AOB$ 是直角三角形嗎？
- ② A 、 B 兩點的距離是多少？



解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

x 軸和 y 軸互相垂直， $\angle AOB = 90^\circ$ ，

所以， $\triangle AOB$ 為直角三角形。

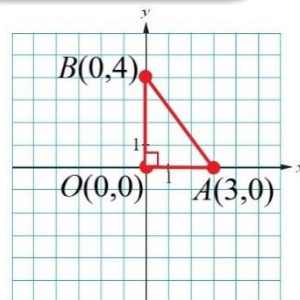
②利用畢氏定理，計算直角 $\triangle OAB$ 斜邊 \overline{AB} 的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為 $\overline{AO} = |3-0| = 3$ 、 $\overline{BO} = |4-0| = 4$ ，

則斜邊長 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ ，

A 、 B 兩點的距離 $= \overline{AB} = 5$ 。



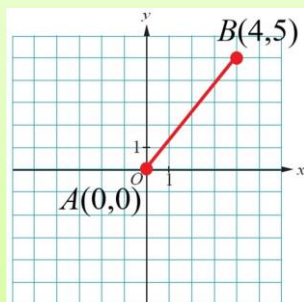
隨堂練習

坐標平面上， $A(0,6)$ 、 $B(-8,0)$ 兩點的距離是多少？



(7) 如圖，坐標平面上有 $A(0, 0)$ 、 $B(4, 5)$ 兩點， C 點在 x 軸上，已知 B 、 C 的連線和 y 軸平行，請回答下列問題：

- ① C 點坐標為何？
- ② $\triangle ABC$ 是直角三角形嗎？
- ③ A 、 B 的距離是多少？



解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現 A 、 B 兩點的連線為一斜直線。

過 B 點做 x 軸的垂線，與 x 軸交於一點 $C(4, 0)$ 。

② \overline{AC} 和 \overline{BC} 垂直， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

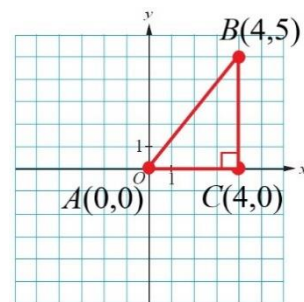
所以 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

③利用畢氏定理，計算直角 $\triangle ABC$ 斜邊 \overline{AB} 的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為 $\overline{AC} = |4 - 0| = 4$ 、 $\overline{BC} = |5 - 0| = 5$ ，

所以， A 、 B 兩點的距離 $= \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$ 。



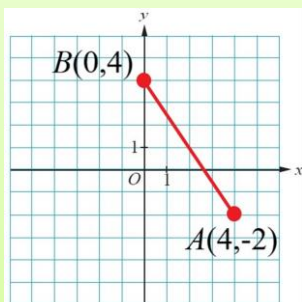
隨堂練習

坐標平面上， $A(0, 0)$ 、 $B(-5, 6)$ 兩點的距離是多少？

(8) 如圖，在坐標平面上有 $A(4, -2)$ 、 $B(0, 4)$ 兩點， C 點在 y 軸上，

已知 A 、 C 的連線和 x 軸平行，請回答下列問題：

- ① C 點坐標為何？
- ② $\triangle ABC$ 是直角三角形嗎？
- ③ A 、 B 的距離是多少？



解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過 A 點做 y 軸的垂線，與 y 軸交於一點 $C(0, -2)$ 。

- ② \overline{AC} 和 \overline{BC} 垂直， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

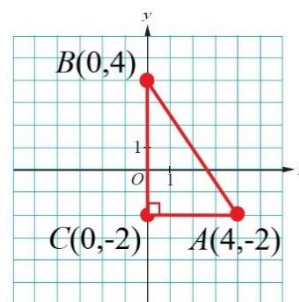
所以 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

- ③利用畢氏定理，計算直角 $\triangle ABC$ 斜邊 \overline{AB} 的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為 $\overline{AC} = |0 - 4| = 4$ 、 $\overline{BC} = |4 - (-2)| = 6$ ，

則 A 、 B 兩點的距離 $= \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ 。



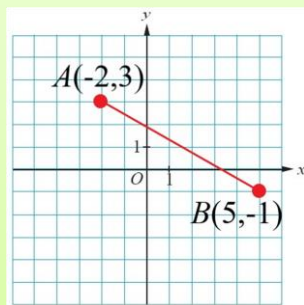
隨堂練習

坐標平面上， $A(0, -2)$ 、 $B(-5, 3)$ 兩點的距離是多少？



(9) 如圖，坐標平面上有 $A(-2, 3)$ 、 $B(5, -1)$ 兩點，請找出一點 C ，讓 A 、 C 的連線和 y 軸平行， B 、 C 的連線和 x 軸平行，請回答下列問題：

- ① C 點坐標為何？
- ② $\triangle ABC$ 是直角三角形嗎？
- ③ A 、 B 的距離是多少？

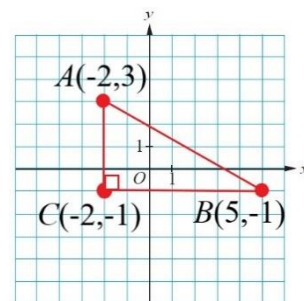


解：①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過 A 點做 x 軸的垂線，過 B 點做 y 軸的垂線，

兩線交於一點 $C(-2, -1)$ 。



② $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

③利用畢氏定理，計算直角 $\triangle ABC$ 斜邊 \overline{AB} 的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為 $\overline{AC} = |3 - (-1)| = 4$ 、 $\overline{BC} = |(-2) - 5| = 7$ ，

則 A 、 B 兩點的距離 $= \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}$

也可以將上列算式合併寫成：

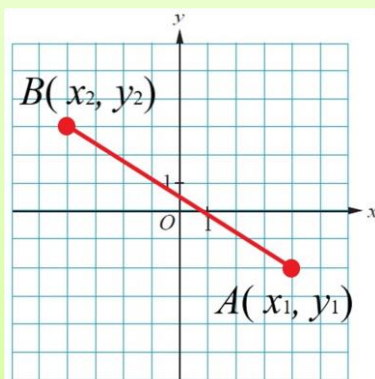
$$\overline{AB} = \sqrt{[3 - (-1)]^2 + [(-2) - 5]^2} = \sqrt{4^2 + (-7)^2} = \sqrt{65}$$



隨堂練習

坐標平面上， $A(-1, 4)$ 、 $B(-4, -2)$ 兩點的距離是多少？

- (10) 如圖，坐標平面上有 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 兩點，請找出一點 C ，讓 A 、 C 的連線和 x 軸平行， B 、 C 的連線和 y 軸平行，請回答下列問題：
- ① C 點坐標為何？
 - ② $\triangle ABC$ 是直角三角形嗎？
 - ③ A 、 B 的距離是多少？



解：① 觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過 A 點做 y 軸的垂線，過 B 點做 x 軸的垂線，

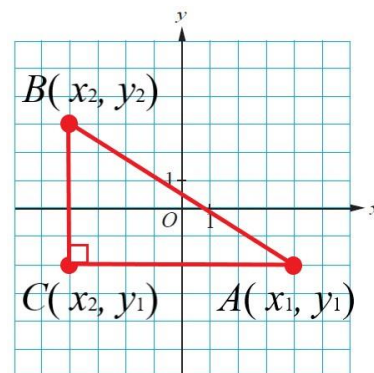
兩線交於一點 $C(x_2, y_1)$ 。

- ② $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以 $\triangle ABC$ 為直角三角形。
- ③ 利用畢氏定理，計算直角 $\triangle ABC$ 斜邊 \overline{AB} 的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為 $\overline{AC} = |x_1 - x_2|$ 、 $\overline{BC} = |y_1 - y_2|$ ，

則 A 、 B 兩點的距離 $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$



兩點距離公式：

給定坐標平面上任意兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，

則 A 、 B 的距離 $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$





(11) 在坐標平面上， $A(4, 5)$ 、 $B(-2, -3)$ 兩點的距離是多少？

解：方法一：先找C點，再算距離

①觀察兩點在坐標平面上的位置，如圖，

發現兩點連線為一斜直線。

過A點做x軸的垂線，過B點做y軸的垂線，

兩線交於一點 $C(4, -3)$ ，且 $\angle ACB = 90^\circ$ ，

所以， $\triangle ABC$ 為直角三角形。

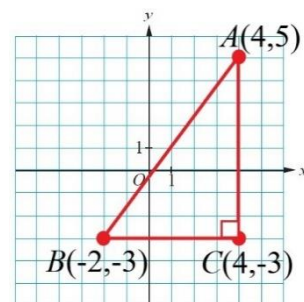
②利用畢氏定理，計算直角 $\triangle ABC$ 斜邊 \overline{AB} 的長度。

由圖形可得知：

直角三角形的兩股分別為

$$\overline{AC} = |5 - (-3)| = 8, \quad \overline{BC} = |(-2) - 4| = 6$$

$$\text{則 } \overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$



方法二：利用坐標平面上兩點距離公式 $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ，

$$\text{得 } \overline{AB} = \sqrt{[5 - (-3)]^2 + [(-2) - 4]^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$



隨堂練習

(1) 坐標平面上， $A(2, 4)$ 、 $B(8, -4)$ 兩點的距離是多少？

(2) 坐標平面上， $C(2, -9)$ 、 $D(7, 3)$ 兩點的距離是多少？

(3) 坐標平面上， $E(-5, 4)$ 、 $F(4, -8)$ 兩點的距離是多少？



小試身手

1. (1) 坐標平面上， $A(-3, 3)$ 、 $B(-3, -2)$ 兩點的距離是多少？
(2) 坐標平面上， $C(5, 6)$ 、 $D(-1, 6)$ 兩點的距離是多少？
2. 坐標平面上， $A(0, -5)$ 、 $B(12, 0)$ 兩點的距離是多少？
3. 坐標平面上， $A(0, 0)$ 、 $B(-3, 4)$ 兩點的距離是多少？
4. 坐標平面上， $A(0, 2)$ 、 $B(4, 3)$ 兩點的距離是多少？
5. 坐標平面上， $A(-3, 4)$ 、 $B(4, -2)$ 兩點的距離是多少？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

