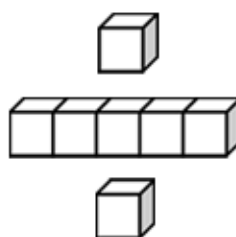


# 基本學習內容：NC-8-2-1

## 二次方根的近似值

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_



## ◎利用完全平方數計算二次方根近似值

(1) 有甲、乙兩個正方形，它們的面積分別為 6、5，

說說看，它們的邊長  $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{5}$  的大小關係為何？

解：

因為  $6 > 5$ ，

表示甲的面積  $>$  乙的面積，可以知道甲的邊長  $>$  乙的邊長，

又正方形邊長  $= \sqrt{\text{正方形面積}}$ ，

而甲的邊長  $= \sqrt{6}$ ，乙的邊長  $= \sqrt{5}$ ，

所以  $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 。

答：邊長大小關係為  $\sqrt{6} > \sqrt{5}$

從上面討論發現：

- ① 如果正方形面積為  $a$ ，那麼正方形的邊長為  $\sqrt{a}$ 。
- ② 正方形面積越大，邊長越長。





(2) 請比較 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{10}$ 與 $\sqrt{11}$ 的大小關係。

解：

假設 $A$ 正方形的面積是 $9$ ， $B$ 正方形的面積是 $10$ ，

$C$ 正方形的面積是 $11$ ，

因為 $9 < 10 < 11$ ，得到 $A$ 的面積 $< B$ 的面積 $< C$ 的面積，

可以知道 $A$ 的邊長 $< B$ 的邊長 $< C$ 的邊長，

所以 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{11}$ 。

答： $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{11}$

#### 重點整理

當 $a > b \geq 0$ 時，得 $\sqrt{a} > \sqrt{b} > 0$ 。

(3) 請問 $\sqrt{13}$ 介於哪兩個連續整數之間？

解：

因為 $\dots < 9 < 10 < 11 < 12 < 13 < 14 < 15 < 16 < \dots$ ，

所以 $\dots < \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{11} < \sqrt{12} < \sqrt{13} < \sqrt{14} < \sqrt{15} < \sqrt{16} < \dots$

又 $\sqrt{9} = 3$ ， $\sqrt{16} = 4$

所以 $3 < \sqrt{10} < \sqrt{11} < \sqrt{12} < \sqrt{13} < \sqrt{14} < \sqrt{15} < 4$ 。

答： $\sqrt{13}$ 介於 $3$ 和 $4$ 兩個連續整數之間

找 $\sqrt{13}$ 介於哪兩個整數之間的方法，如下所示：

- ① 寫出比 13 小的整數，直到找到最接近 13 的平方數 9 就停下。
- ② 寫出比 13 大的整數，直到找到最接近 13 的平方數 16 就停下。
- ③ 說明 $\sqrt{13}$ 與 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{16}$ 的大小關係，再計算根式的值。
- ④ 說明 $\sqrt{13}$ 與 3，4 的大小關係。



(4) 請問 $\sqrt{30}$ 介於哪兩個連續整數之間？

解：

因為  $25 < 30 < 36$ ，所以  $\sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36}$ ，

又  $\sqrt{25} = 5$ ， $\sqrt{36} = 6$ ，得到  $5 < \sqrt{30} < 6$ 。

答： $\sqrt{30}$  介於 5 和 6 兩個連續整數之間



### 隨堂練習

(1) 請問 $\sqrt{35}$ 介於哪兩個連續整數之間？

(2) 請問 $\sqrt{51}$ 介於哪兩個連續整數之間？



## ◎利用查表計算二次方根近似值

(5) 利用下表一，說明  $\sqrt{137}$  介於哪兩個連續整數之間？

表一：

$M$	121	144	169	196	225
$\sqrt{M}$	11	12	13	14	15

解：

從表一第一列知道 137 介於 121，144 兩個平方數之間，

這兩數之間連續整數的大小關係為

$$121 < 122 < \dots < 137 < \dots < 143 < 144,$$

保留平方數與 137，寫成  $121 < 137 < 144$ ，將各數開根號，

得到  $\sqrt{121} < \sqrt{137} < \sqrt{144}$ ，又從第二列知道  $\sqrt{121} = 11$ ， $\sqrt{144} = 12$ ，

所以  $11 < \sqrt{137} < 12$ 。

答： $\sqrt{137}$  介於 11，12 兩個連續整數之間

我們利用表一來查找  $\sqrt{137}$ ，依序四個步驟如下：

①與  $M$  同一列找到比 137 小的平方數 121，比 137 大的平方數 144；

②與  $\sqrt{M}$  同一列為平方數  $M$  開根號化簡的結果，找到 121 對應 11、144 對應 12，分別表示  $\sqrt{121} = 11$ ， $\sqrt{144} = 12$ ；

③可以列出  $\sqrt{121} < \sqrt{137} < \sqrt{144}$ ；

④所以  $11 < \sqrt{137} < 12$ ， $\sqrt{137}$  介於 11，12 兩個連續整數之間。





(6) 利用下表二，說明  $\sqrt{171}$  在哪兩個連續整數之間？

表二：

$N$	11	12	13	14	15
$N^2$	121	144	169	196	225

解：

法一、 將表二的  $N^2$  改寫成  $M$ ，也就是設  $M = N^2$ ，所以  $\sqrt{M} = \sqrt{N^2} = N$ ，

接著在表二最右邊新增一行，分別為  $\sqrt{M}$ 、 $M$  兩欄位，如下表三所示，

表三：

$N$	11	12	13	14	15	$\sqrt{M}$
$N^2$	121	144	169	196	225	$M$

從表三  $M$  欄位向左查找，知道  $169 < 171 < 196$ ，將各數開根號，

$$\sqrt{169} < \sqrt{171} < \sqrt{196}，$$

又從  $\sqrt{M}$  欄位向左查找，知道  $\sqrt{169} = 13$ ， $\sqrt{196} = 14$ ，

所以  $13 < \sqrt{171} < 14$ 。

法二、 從表二第二列知道  $169 < 171 < 196$ ，

又從第一列得到  $13^2 < 171 < 14^2$ ，又  $171 = (\sqrt{171})^2$ ，可記成

$$13^2 < (\sqrt{171})^2 < 14^2，所以 13 < \sqrt{171} < 14。$$

答： $\sqrt{171}$  介於 13，14 兩個連續整數之間



表二的第一列為正整數  $N$ ：11、12、13、14、15；

第二列為正整數取平方的結果  $N^2$ ：121、144、169、196、225。

因為表二正整數  $N$  取平方的結果為  $N^2$  的關係對應到

表一平方根  $\sqrt{M}$  取平方得到  $M$  的關係，所以  $N = \sqrt{M}$ ， $N^2 = M$ ，

在表二最右邊新增一行，分別為  $\sqrt{M}$  與  $M$  欄位，得到表三。



### 隨堂練習

(1) 利用下表一，說明  $\sqrt{200}$  在哪兩個連續整數之間？

表一：

$M$	121	144	169	196	225
$\sqrt{M}$	11	12	13	14	15

(2) 利用下表四，說明  $\sqrt{290}$  在哪兩個連續整數之間？

表四：

$N$	16	17	18	19	20	$\sqrt{M}$
$N^2$	256	289	324	361	400	$M$



## ◎利用十分逼近法計算二次方根近似值

(7) 已知  $(1.71)^2 = 2.9241$  ,

$$(1.72)^2 = 2.9584 ,$$

$$(1.73)^2 = 2.9929 ,$$

$$(1.74)^2 = 3.0276 ,$$

請問  $\sqrt{3}$  的近似值為多少？(以四捨五入取到小數點後第一位)

解：

因為  $(\sqrt{3})^2 = 3$  ,

從題意知道  $(1.73)^2 = 2.9929$  ,  $(1.74)^2 = 3.0276$  ,

得到  $2.9929 < 3 < 3.0276$  ,

$$(1.73)^2 < (\sqrt{3})^2 < (1.74)^2 ,$$

所以  $1.73 < \sqrt{3} < 1.74$  ,

表示  $\sqrt{3} = 1.73\dots$

因此，以四捨五入取  $\sqrt{3}$  的近似值到小數點後第一位為 1.7 。

答：1.7





(8) 已知  $(2.235)^2 = 4.995225$  ,

$$(2.236)^2 = 4.999696 ,$$

$$(2.237)^2 = 5.004169 ,$$

$$(2.238)^2 = 5.008644 ,$$

請問  $\sqrt{5}$  的近似值為多少？(以四捨五入取到小數點後第二位)

解：

因為  $(\sqrt{5})^2 = 5$  ,

從題意知道  $(2.236)^2 = 4.999696$  ,  $(2.237)^2 = 5.004169$  ,

得到  $4.999696 < 5 < 5.004169$  ,

$$(2.236)^2 < (\sqrt{5})^2 < (2.237)^2 ,$$

所以  $2.236 < \sqrt{5} < 2.237$  ,

表示  $\sqrt{5} = 2.236\cdots$

因此，以四捨五入取  $\sqrt{5}$  的近似值到小數點後第二位為 2.24。

答：2.24



基本學習內容：NC-8-2-1



## 隨堂練習

(1) 已知  $(1.4141)^2 = 1.99967881$  ,

$$(1.4142)^2 = 1.99996164 ,$$

$$(1.4143)^2 = 2.00024449 ,$$

$$(1.4144)^2 = 2.00052736 ,$$

請問 $\sqrt{2}$ 的近似值為多少？(以四捨五入取到小數點後第三位)



## 小試身手

- (1) 請比較  $\sqrt{30}$  與  $\sqrt{36}$  的大小關係。
- (2) 請問  $\sqrt{70}$  介於哪兩個連續整數之間？
- (3) 請利用下表一，回答下列問題：

表一：

$M$	256	289	324	361	400
$\sqrt{M}$	16	17	18	19	20

- ①  $\sqrt{300}$  在哪兩個連續整數之間？
- ②  $\sqrt{300}$  的整數部分為多少？

- (4) 請利用下表二，回答下列問題：

表二：

$N$	16	17	18	19	20
$N^2$	256	289	324	361	400

- ①  $\sqrt{360}$  在哪兩個連續整數之間？
- ②  $\sqrt{360}$  的整數部分為多少？

- (5) 已知  $(2.6456)^2 = 6.99919936$  ,  
 $(2.6457)^2 = 6.99972849$  ,  
 $(2.6458)^2 = 7.00025764$  ,  
 $(2.6459)^2 = 7.00078681$  ,

請問  $\sqrt{7}$  的近似值為多少？(以四捨五入取到小數點後第三位)



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

