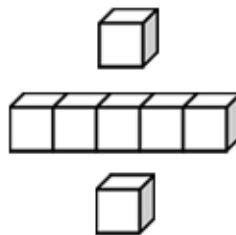


基本學習內容：SC-8-1-3

角平分線

班級：_____

姓名：_____

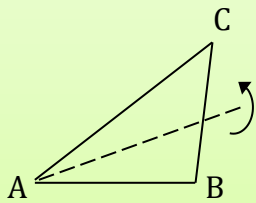


◎角平分線

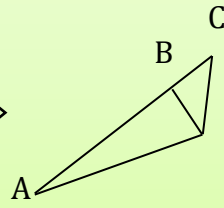
(1) 拿出附件一中的三角形 ABC ，將 \overline{AB} 往上摺，與 \overline{AC} 疊合，再打開。設

摺痕直線為 L ， L 將 $\angle A$ 分割成兩個角。請問這兩個角是否相等？

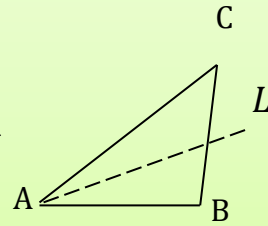
試說明你的理由。



圖一



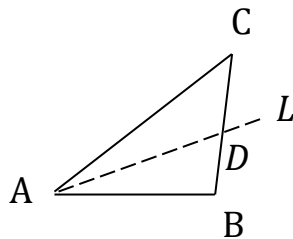
圖二



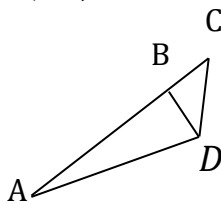
圖三

解：

設 L 與 \overline{BC} 交於 D 點， L 將 $\angle A$ 分割成 $\angle CAD$ 與 $\angle DAB$ ，如下圖



將 D 點標示在圖二上，如下圖

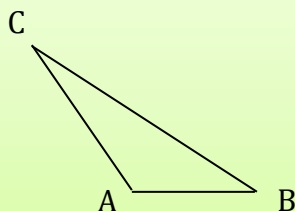


由上面的結果，我們可以看到， $\angle CAD$ 與 $\angle DAB$ 重疊在一起，因此

$$\angle CAD = \angle DAB。$$

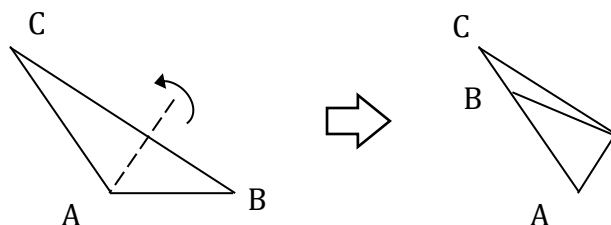


(2) 拿出附件二中的三角形 ABC ，請找出一條直線 L ，將 $\angle A$ 分割成兩個相等的角。



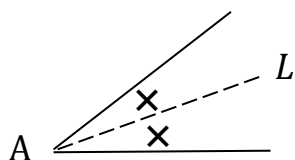
解

由(1)，我們知道將 \overline{AB} 往上摺，與 \overline{AC} 疊合，摺線會將 $\angle A$ 分割成兩個角，而且這兩個角相等，所以摺線就是 L 。

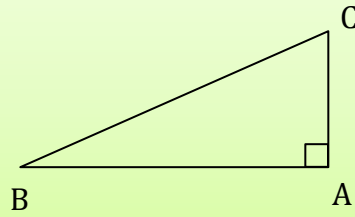


將一個角分割成兩個相等角的直線，此直線稱為該角的角平分線。

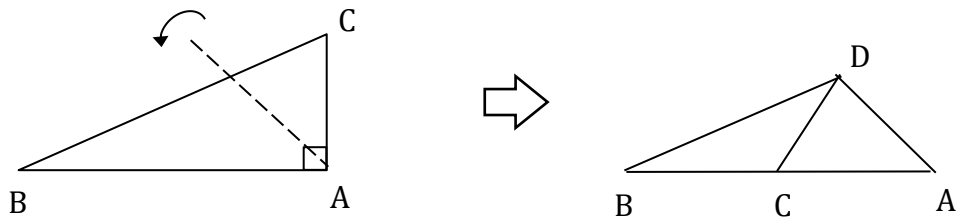
例如：直線 L 將 $\angle A$ 平分成分度相等的兩個角，我們稱直線 L 為 $\angle A$ 的角平分線。



(3) 拿出附件三中的直角三角形 ABC ， $\angle A$ 為直角，請畫出 $\angle A$ 的角平分線。



解 1: 摺紙活動



將 \overline{AC} 往下摺，疊合至 \overline{BA} 上，摺線交 \overline{BC} 於 D 點。

如圖， $\angle CAD$ 與 $\angle DAB$ 重疊在一起，因此 $\angle CAD = \angle DAB$ 。

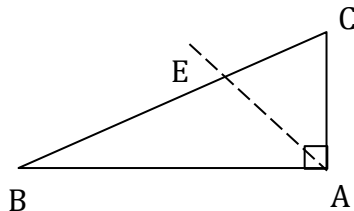
畫出摺線 \overline{AD} ， \overline{AD} 為 $\angle A$ 的角平分線。

解 2: 使用量角器

$\angle A$ 為直角， $\angle A$ 的角平分線會將 $\angle A$ 平分成兩個 45° 的角，

使用量角器，畫出 45° 的角，交 \overline{BC} 於 E 點。

\overline{AE} 為 $\angle A$ 的角平分線。





◎角平分線性質

(4) 拿出附件四中的三角形 ABC ， L 為 $\angle A$ 的角平分線。

步驟一：沿著直線 L ，將 \overline{AB} 往上摺，疊合至 \overline{AC} ，如圖一。

步驟二：在 \overline{AC} 上任取一點 Q ，如圖二。

步驟三：以 Q 為摺點，將 C 點往 A 點方向對摺，讓 \overline{CQ} 疊合在 \overline{AQ} 上， Q 為摺線與 \overline{AC} 的交點，如圖三。

步驟四：將三角形打開，設 P 為摺線與 L 的交點， R 為摺線與 \overline{AB} 的交點，如圖四。

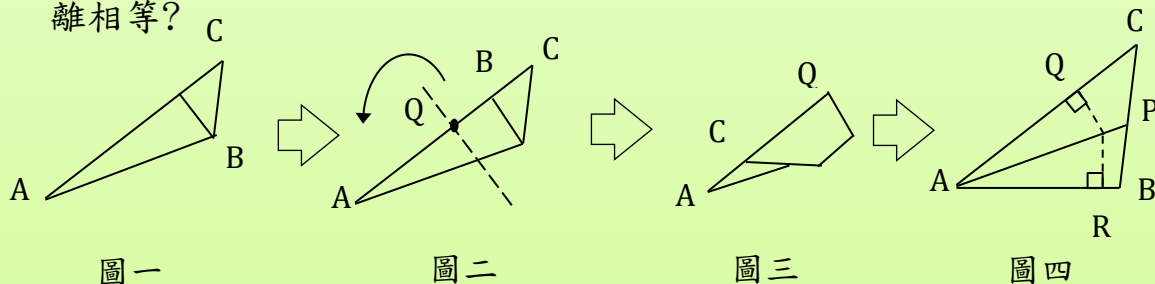
請回答下列問題，並說明理由：

① P 到直線 AB 的距離和哪條線段一樣長？

② P 到直線 AC 的距離和哪條線段一樣長？

③ P 到直線 AB 的距離與 P 到直線 AC 的距離是否相等？

④ 在 L 上的任取一點 D ， D 到直線 AB 的距離是否與 D 到直線 AC 的距離相等？



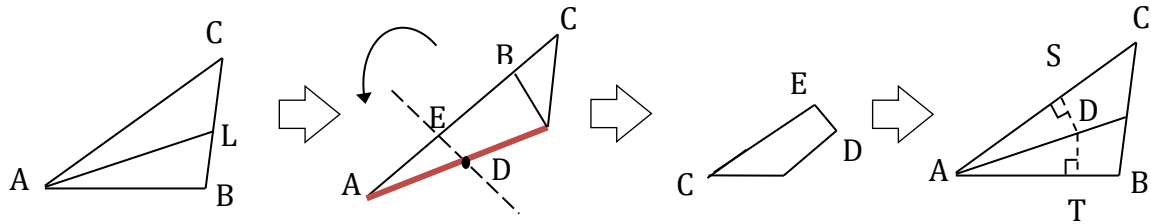
解

① 如圖四，因為 \overline{PR} 垂直 AB ， P 到直線 AB 的距離與 \overline{PR} 一樣長

② 如圖四，因為 \overline{PQ} 垂直 AC ， P 到直線 AC 的距離與 \overline{PQ} 一樣長

③ 沿著直線 L 對摺時， \overline{PR} 和 \overline{PQ} 會疊合在一起，所以 P 到直線 AB 的距離與 P 到直線 AC 的距離相等。

④透過摺紙活動來說明本題，



步驟一：直線 L 為 $\angle A$ 的角平分線。沿著 L ，將 \overline{AB} 往上摺疊合至 \overline{AC} 。

步驟二：在 L 上任取一點 D ，以 D 為摺點往 A 點方向對摺讓 \overline{EC} 邊重疊至 \overline{AE} 邊，且 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 。

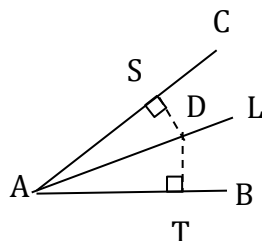
步驟三：將紙打開，發現 $\overline{DS} \perp \overline{AC}$ 且 $\overline{DT} \perp \overline{AB}$ 。又透過摺紙，可以看到 \overline{DS} 和 \overline{DT} 會疊合在一起。

所以 D 到直線 AB 的距離是否與 D 到直線 AC 的距離相等。

角平分線上的任一點到角的兩邊直線的距離相等，稱為角平分線性質。

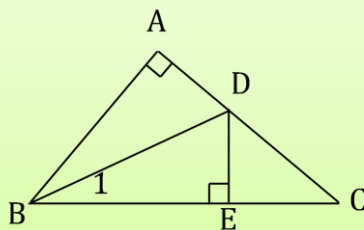
例如：如圖，直線 L 為 $\angle BAC$ 的角平分線， D 為直線 L 上的一點，則 D 到

$\angle BAC$ 的兩邊直線距離相等，即 $\overline{DS} = \overline{DT}$ 。





(5) 如下圖，直角三角形 $\triangle ABC$ 中 \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的角平分線且 $\angle ABC = 50^\circ$ ，若 $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{DE} = 4$ ，求 ① $\angle 1 = ?$ ② $\overline{AD} = ?$



解

①

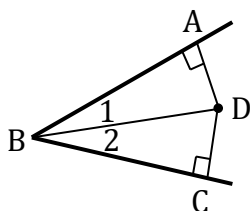
因為 \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的角平分線，所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$

②

由角平分線性質，若 \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的角平分線，則 $\overline{AD} = \overline{DE} = 4$ 。



小試身手

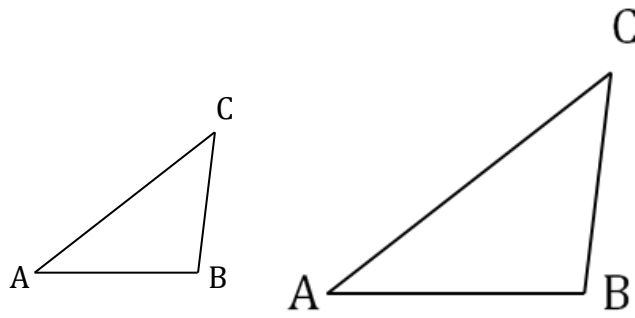


如左圖， \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的角平分線，若 $\angle 1 = 35^\circ$ ， $\overline{BD} = 5$ ， $\overline{AD} = 3$ ，求：

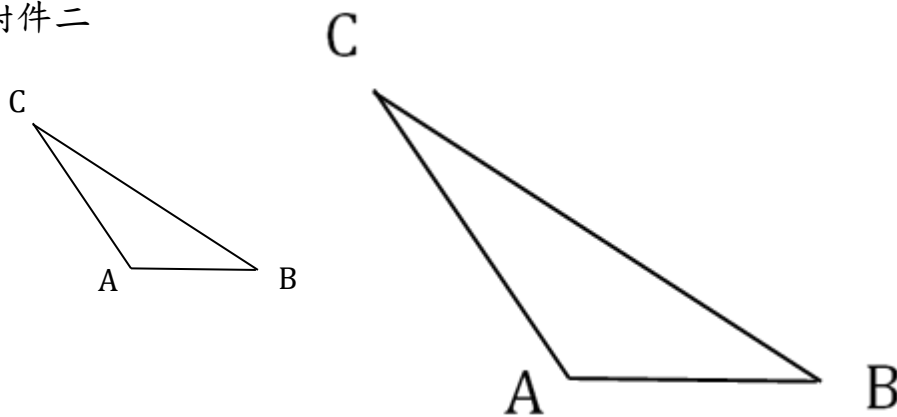
(1) $\angle 2 =$ _____

(2) $\overline{CD} =$ _____

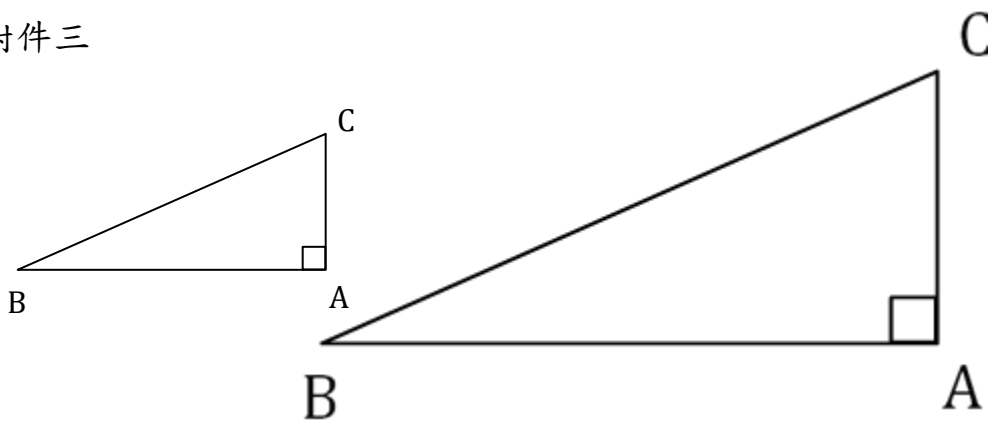
附件一



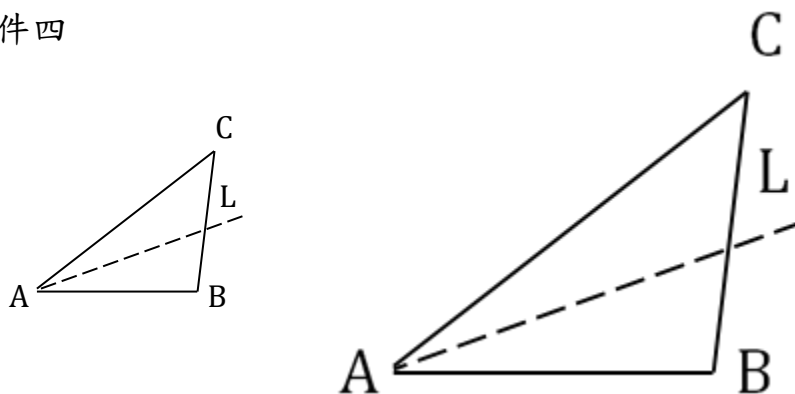
附件二



附件三

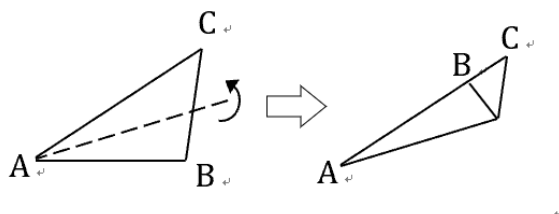


附件四



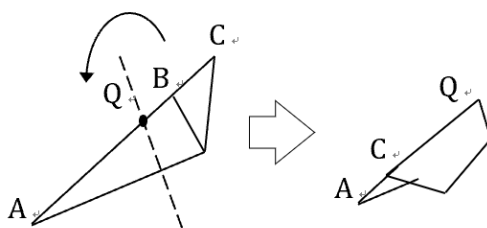
動手摺摺看，由摺紙看出角平分線性質。

● 步驟一



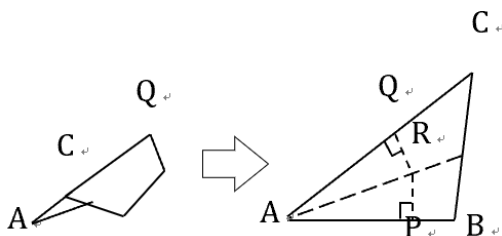
有一張三角形的紙，若要將 $\angle A$ 分成一半，最直接的方式就是將 $\angle A$ 對摺，即以 A 為頂點，將 \overline{AB} 往上摺疊合至 \overline{AC} 上。

● 步驟二



然後在 \overline{AC} 上任取一點 Q ，以 Q 為頂點往左摺讓 \overline{QC} 疊合在 \overline{AQ} 上。

● 步驟三



攤開紙張後會發現 \overline{AP} 平分 $\angle CAB$ ，和上、下各一個互相全等的直角三角形，即 $\overline{RQ} \perp \overline{AC}$ 、 $\overline{RP} \perp \overline{AB}$ 且 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

