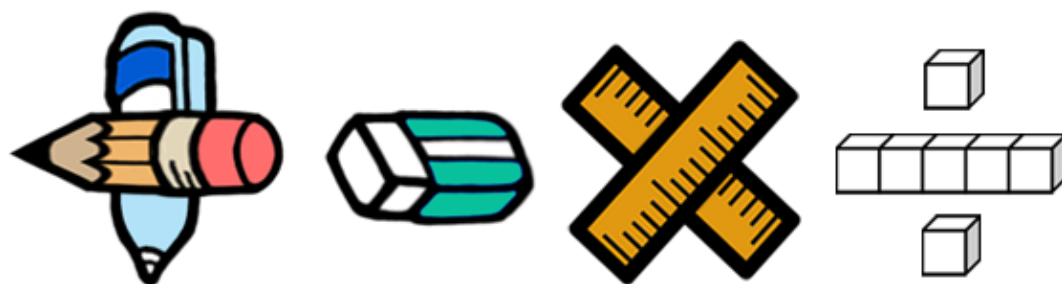


基本學習內容：SC-8-2-2

三角形的外角及外角和

班級：_____

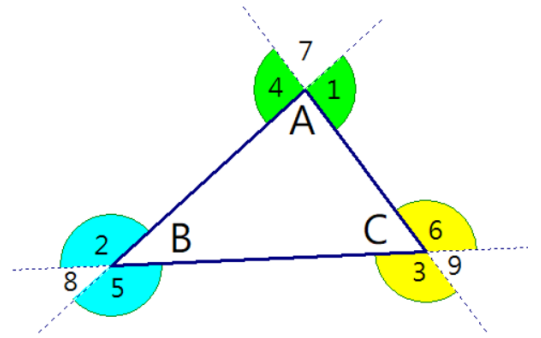
姓名：_____





◎三角形的外角

- (1) 如右圖所示， $\angle A$ 的一邊 \overline{AC} 和另一邊 \overline{AB} 延長線所夾的角 $\angle 1$ ，我們稱 $\angle 1$ 為 $\angle A$ 的**外角**。
同理， $\angle A$ 的一邊 \overline{AB} 和另一邊 \overline{AC} 延長線所夾的角 $\angle 4$ ，我們也稱 $\angle 4$ 為 $\angle A$ 的**外角**。
- (2) 我們可以發現： $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 都是 $\angle B$ 的外角，
 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 都是 $\angle C$ 的外角。



三角形一內角的一邊和另一邊的延長線所夾的角，稱為這個內角的**外角**。

(1) 承上圖的 $\triangle ABC$

- ①請問 $\angle A$ 和 $\angle A$ 的外角 $\angle 1$ 是否互補？ $\angle A$ 和 $\angle A$ 的外角 $\angle 4$ 是否互補？
- ②請問 $\angle B$ 和 $\angle B$ 的外角 $\angle 2$ 是否互補？ $\angle B$ 和 $\angle B$ 的外角 $\angle 5$ 是否互補？
- ③請問 $\angle C$ 和 $\angle C$ 的外角 $\angle 3$ 是否互補？ $\angle C$ 和 $\angle C$ 的外角 $\angle 6$ 是否互補？

解：

- ① $\angle A + \angle 1 = 180^\circ$ ， $\angle A + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\angle A$ 和 $\angle 1$ 及 $\angle 4$ 互補。
- ② $\angle B + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle B + \angle 5 = 180^\circ$ ， $\angle B$ 和 $\angle 2$ 及 $\angle 5$ 互補。
- ③ $\angle C + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\angle C + \angle 6 = 180^\circ$ ， $\angle C$ 和 $\angle 3$ 及 $\angle 6$ 互補。

由上可知：

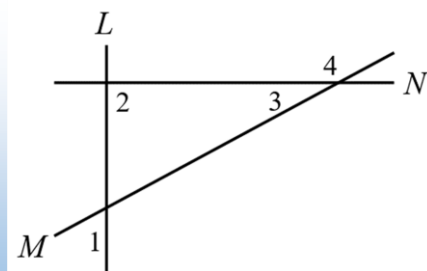
- ①三角形的任一內角皆與其外角互補。
- ② $\angle 1 = \angle 4$ ， $\angle 2 = \angle 5$ ， $\angle 3 = \angle 6$
- ③由②得知，我們不妨可以設定：
 $\angle 1$ 或 $\angle 4$ 其中的一個角當成 $\angle A$ 的外角。
 $\angle 2$ 或 $\angle 5$ 其中的一個角當成 $\angle B$ 的外角。
 $\angle 3$ 或 $\angle 6$ 其中的一個角當成 $\angle C$ 的外角。





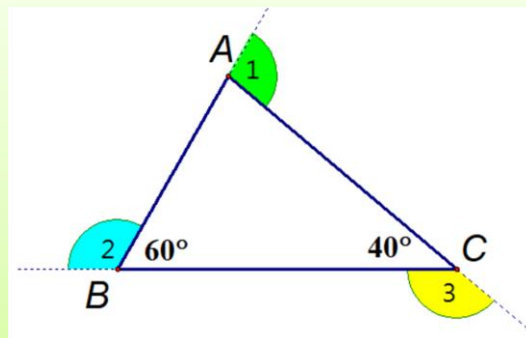
隨堂練習

- (1) 如右圖，直線 L 、直線 M 與直線 N 交於三點，且 $\angle 1 = 60^\circ$ 、 $\angle 2 = 90^\circ$ ，求 $\angle 3$ 、 $\angle 4 = ?$



◎三角形的外角和

- (2) 右圖的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 及 $\angle 3$ 分別是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 及 $\angle C$ 的外角，已知 $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ 。試求：
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = ?$



解：

$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$$

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ, \quad 80^\circ + \angle 1 = 180^\circ, \quad \angle 1 = 100^\circ$$

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ, \quad 60^\circ + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 = 120^\circ$$

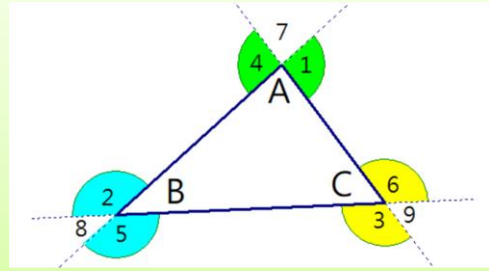
$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ, \quad 40^\circ + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 3 = 140^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 100^\circ + 120^\circ + 140^\circ = 360^\circ$$

(3) 右圖的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 及 $\angle 3$ 分別是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 及 $\angle C$ 的外角。

試求：① $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = ?$

② $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = ?$



解：

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ \dots\dots ①$$

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ \dots\dots ②$$

$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ \dots\dots ③$$

將①②③三式相加之後得到

$$(\angle A + \angle 1) + (\angle B + \angle 2) + (\angle C + \angle 3) = 180^\circ \times 3$$

$$(\angle A + \angle B + \angle C) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

$$180^\circ + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

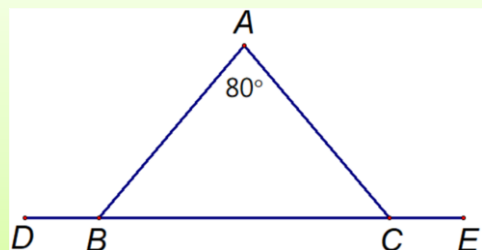
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ ; \text{同理可證, } \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ ， $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$ ，因為答案相同，所以我們稱 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 或 $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ 為三角形的一組外角和。

由上可知，三角形的外角和為 360°



(4) 等腰三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle A = 80^\circ$ ，試求 $\angle ABD + \angle ACE = ?$



解：



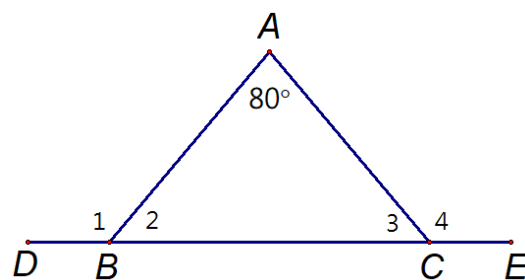
方法一：

$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 3 = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$$

$$\angle 1 = \angle 4 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 = 130^\circ + 130^\circ = 260^\circ$$



方法二：

利用外角和 $=360^\circ$

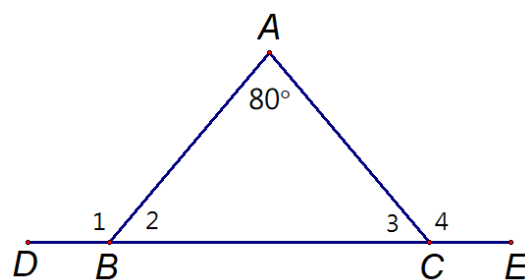
$$\angle A \text{ 的外角} = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

利用三角形的一組外角和為 360°

$$\angle 1 + \angle 4 + \angle A \text{ 的外角} = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 + 100^\circ = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$$



隨堂練習

(1) ①下列何者為 $\triangle ABC$ 的一組外角？

(A) 50° 、 60° 、 70° (B) 100° 、 110° 、 120°

(C) 100° 、 120° 、 140° (D) 90° 、 90° 、 180°

② $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。

若 $\angle C = 90^\circ$ ，求 $\angle 1 + \angle 2 = ?$ 。



小試身手

(1) $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。若 $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2 = 140^\circ$ ，則 $\angle C = ?$

(2) $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。若 $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2$ 的度數： $\angle 3$ 的度數 $= 2:3$ ，求 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

