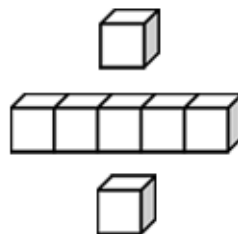


基本學習內容：SC-8-8-2

三角形外角等於其內對角和

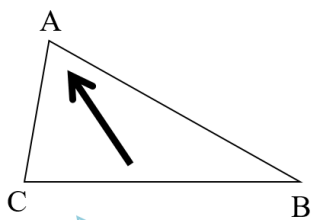
班級：_____

姓名：_____

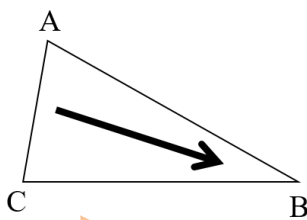


◎ 認識三角形邊的對角與角的對邊

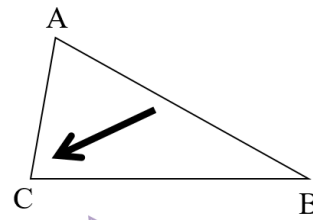
1. 三角形邊的對角：



\overline{BC} 邊的對角為 $\angle A$

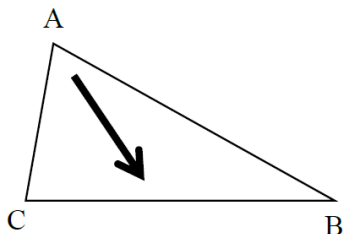


\overline{AC} 邊的對角為 $\angle B$

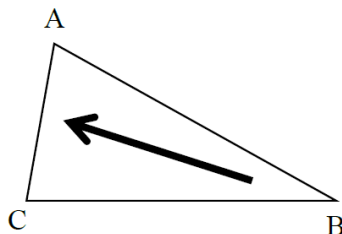


\overline{AB} 邊的對角為 $\angle C$

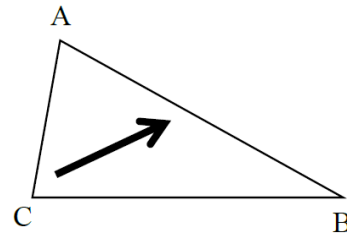
2. 三角形角的對邊：



$\angle A$ 的對邊為 \overline{BC} 邊



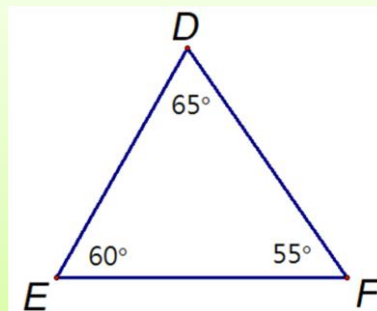
$\angle B$ 的對邊為 \overline{AC} 邊



$\angle C$ 的對邊為 \overline{AB} 邊

(1) 如右圖， $\triangle DEF$ 中，請問

- ① $\angle E$ 的對邊為何？
- ② $\angle F$ 的對邊為何？
- ③ \overline{DE} 的對角是幾度？
- ④ \overline{DF} 的對角是幾度？



解：

- ① $\angle E$ 的對邊為 \overline{DF} 。
- ② $\angle F$ 的對邊為 \overline{DE} 。
- ③ \overline{DE} 的對角是 $\angle F=55$ 度。
- ④ \overline{DF} 的對角是 $\angle E=60$ 度。



(2) 已知等腰 $\triangle PQR$ 中， $\overline{PQ} = \overline{QR}$ ， \overline{PR} 的對角為 80° ，試求 \overline{PQ} 的對角是幾度？

解：

如右圖，因為等腰 $\triangle PQR$ 的 $\overline{PQ} = \overline{QR}$

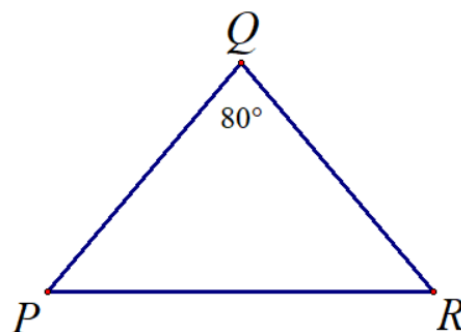
所以兩腰為 \overline{PQ} 及 \overline{QR} ，底邊為 \overline{PR}

底邊 \overline{PR} 的對角即為頂角 $\angle Q = 80^\circ$

故 \overline{PQ} 的對角即為底角 $\angle R$

$$(180 - 80) \div 2 = 50$$

所以 $\angle R = 50^\circ$



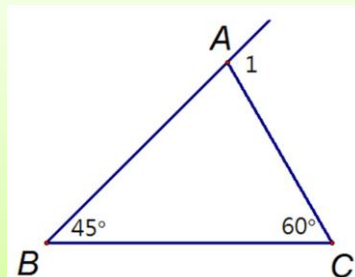
$\triangle ABC$ 中 \overline{AB} 的對角為 $\angle C$ （找頂點 A 、 B 以外的頂點 C ）

$\triangle ABC$ 中 $\angle C$ 的對邊為 \overline{AB} （找頂點 C 以外的頂點 A 、 B ）



◎三角形的任意外角等於不相鄰的兩個內角和

(3) 如右圖， $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 的外角 $\angle 1 = ?$

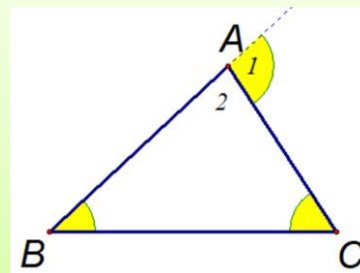


解：

$$\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ,$$

$$\angle 1 = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

(4) 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 是 $\angle BAC$ 的外角。試說明： $\angle 1 = \angle B + \angle C$ 。





【方法一】

① $\triangle ABC$ 的內角和 180°

$$\angle 2 + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

將 $\angle B$ 、 $\angle C$ 移項得

$$\angle 2 = 180^\circ - \angle B - \angle C$$

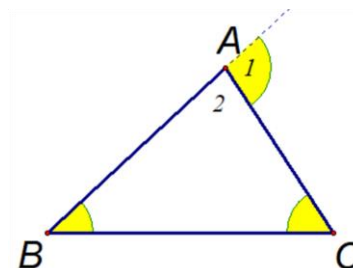
② $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的外角

$$\angle 1 = 180^\circ - \angle 2$$

$$\angle 1 = 180^\circ - (180^\circ - \angle B - \angle C)$$

$$\angle 1 = 180^\circ - 180^\circ + \angle B + \angle C$$

$$\text{得 } \angle 1 = \angle B + \angle C$$



【方法二】

① 內角 $\angle 2$ 的外角為 $\angle 1$ ，內、外角互補

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \dots\dots\dots ①$$

② $\triangle ABC$ 的內角和 180°

$$\angle B + \angle C + \angle 2 = 180^\circ \dots\dots\dots ②$$

比較①②兩式之後得知 $\angle 1 = \angle B + \angle C$



三角形的任意外角等於不相鄰的兩個內角和

$\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 的外角 $= \angle B + \angle C$

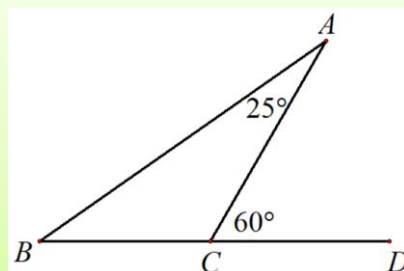
$\angle B$ 的外角 $= \angle A + \angle C$

$\angle C$ 的外角 $= \angle A + \angle B$





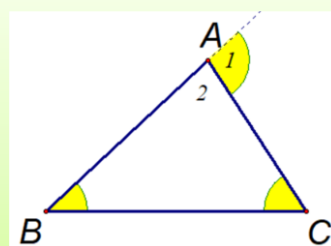
- (5) 如右圖， $\angle ACD = 60^\circ$ ， $\angle A = 25^\circ$ ，
請問 $\angle B = ?$



解：

因為 $\angle ACD$ 是 $\angle ACB$ 的外角，由「外角等於不相鄰的兩個內角和」
所以 $\angle ACD = \angle A + \angle B = \angle ACD$ ， $\angle B = \angle ACD - \angle A = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$

- (6) 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle 1 = 100^\circ$ ，
請問 $\angle B + \angle C = ?$



方法一：

- ① $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的外角
 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
- ② $\triangle ABC$ 的內角和 180°
 $\angle 2 + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

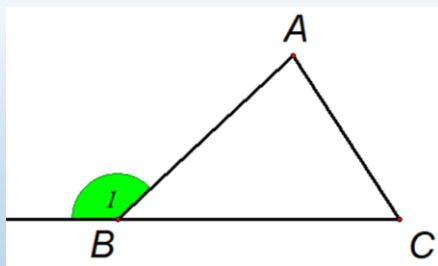
方法二：

因為 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的外角
由「外角等於不相鄰的兩個內角和」
 $\angle 1 = \angle B + \angle C$
 $\angle B + \angle C = 100^\circ$

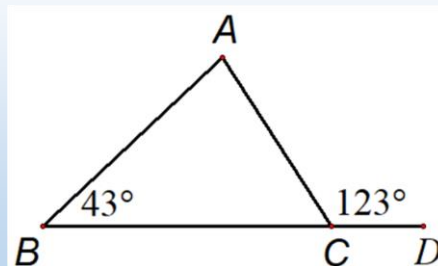


隨堂練習

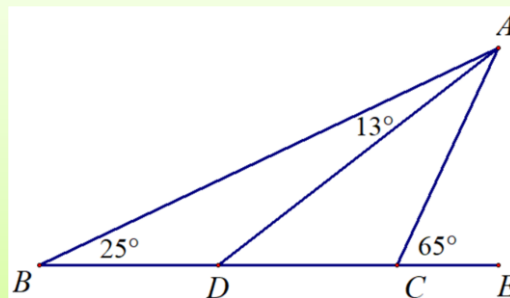
- (1) 如下圖， $\angle A + \angle C = 130^\circ$ ，
求 $\angle 1 = ?$



- (2) 如下圖， $\angle ACD = 123^\circ$ ，
 $\angle B = 43^\circ$ ，求 $\angle A = ?$

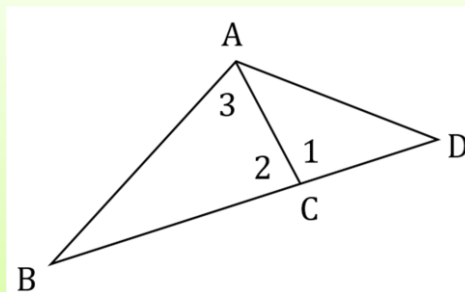


- (7) 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B=25^\circ$ ，
 $\angle BAD=13^\circ$ ， $\angle ACE=65^\circ$ ，
 請問 $\angle DAC$ 的度數為何？



解： $\angle ADC$ 是 $\angle ADB$ 的外角， $\angle ADC = \angle BAD + \angle B = 13^\circ + 25^\circ = 38^\circ$
 $\angle ACE$ 是 $\angle ACD$ 的外角， $\angle ACE = \angle ADC + \angle DAC$
 $\angle DAC = \angle ACE - \angle ADC = 65^\circ - 38^\circ = 27^\circ$

- (8) 如右圖， $\angle 1=100^\circ$ ， $\angle 3=70^\circ$ ，
 試求 $\angle B=?$



解：

【方法一】

$$\begin{aligned}\angle 2 &= 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \\ \angle B &= 180^\circ - \angle 3 - \angle 2 \\ \angle B &= 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ \\ \angle B &= 30^\circ\end{aligned}$$



【方法二】

$\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 為 $\angle 2$ 的外角，
 所以 $\angle 1 = \angle 3 + \angle B$
 得 $100^\circ = 70^\circ + \angle B$
 故 $\angle B = 30^\circ$

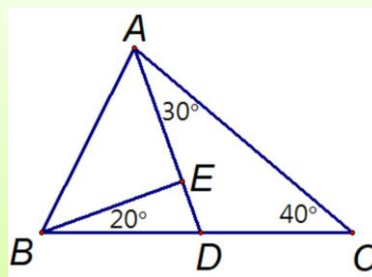




(9) 如右圖， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，
 $\angle DBE = 20^\circ$ ，請問：

① $\angle BDE = ?$

② $\angle AEB = ?$



解：

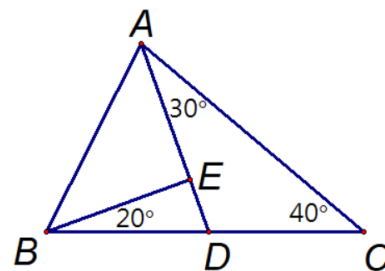
① 由「外角等於不相鄰的兩個內角和」：

$\triangle ACD$ 中，外角 $\angle BDE = \angle C + \angle CAD$

$$\angle BDE = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$$

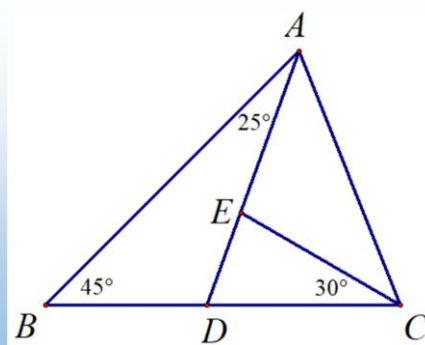
② $\triangle BDE$ 中，外角 $\angle AEB = \angle DBE + \angle BDE$

$$\angle AEB = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$$

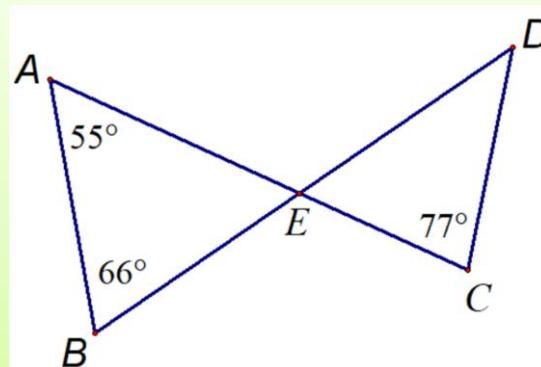


隨堂練習

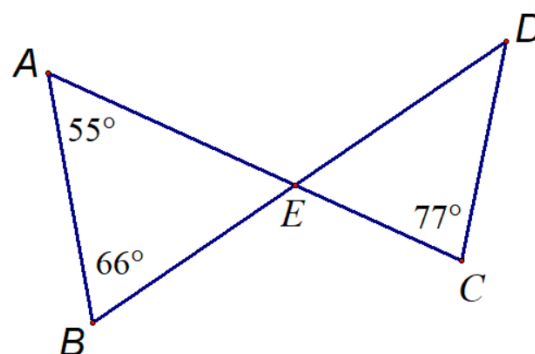
(1) 如右圖， $\angle BAD = 25^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，
 $\angle DCE = 30^\circ$ ，請問 $\angle AEC$ 為幾度？



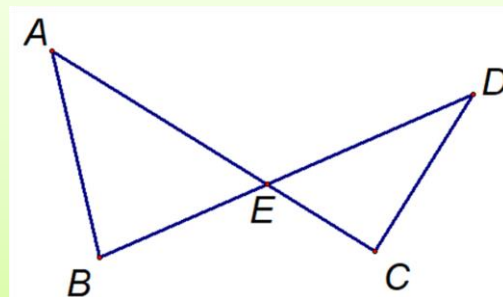
- (10) 如右圖，已知 $\angle A=55^\circ$ ， $\angle B=66^\circ$ ， $\angle C=77^\circ$ ，請問 $\angle D$ 為幾度？



解：△ABE 中， $\angle AED$ 為 $\angle AEB$ 的外角
 $\angle AED = \angle A + \angle B = 55^\circ + 66^\circ = 121^\circ$
 同理， $\angle AED$ 為 $\angle DEC$ 的外角
 $\angle AED = \angle C + \angle D$
 $\angle D = \angle AED - \angle C$
 $\angle D = 121^\circ - 77^\circ = 44^\circ$



- (11) 如右圖，已知 $\angle A=40^\circ$ ， $\angle B=80^\circ$ ，試求 $\angle C + \angle D = ?$



解：

根據「外角等於不相鄰的兩個內角和」

$$\triangle ABE \text{ 中， } \angle AED = \angle A + \angle B \dots\dots ①$$

$$\triangle CDE \text{ 中， } \angle AED = \angle C + \angle D \dots\dots ②$$

由①和②得到 $\angle C + \angle D = \angle A + \angle B$

$$\angle C + \angle D = 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$$



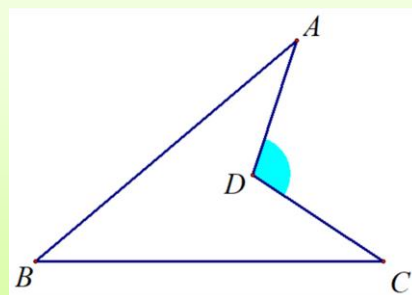
(12) 右圖是一個像是箭頭的形狀

【提示】將四邊形ABCD分割成兩個三角形

① 已知 $\angle A=32^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle C=33^\circ$ ，

請問 $\angle ADC=?$

② 找出 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 和 $\angle ADC$ 的關係。

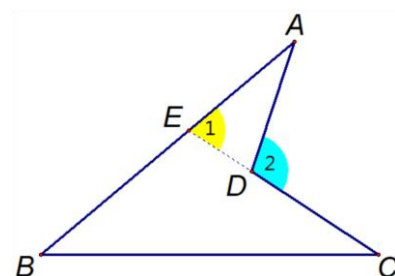


解：



① 【方法一】

延長 \overline{CD} 交 \overline{AB} 於 E 點， $\triangle EBC$ 中
由「外角等於不相鄰的兩個內角和」
 $\angle 1 = \angle B + \angle C = 40^\circ + 33^\circ = 73^\circ$ 。
同理可得 $\triangle AED$ 中， $\angle 2 = \angle A + \angle 1$
 $\angle 2 = 32^\circ + 73^\circ = 105^\circ$



① 【方法二】

過 B 點作射線 \overline{BD} ，將 $\angle ADC$ 分成 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 。

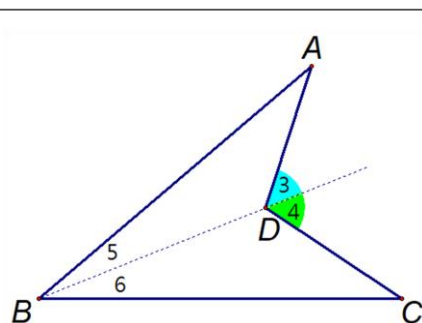
由「外角等於不相鄰的兩個內角和」

$\triangle ABD$ 中， $\angle 3 = \angle A + \angle 5$①

$\triangle CBD$ 中， $\angle 4 = \angle C + \angle 6$②

由①②兩式得到

$$\begin{aligned}\angle ADC &= \angle 3 + \angle 4 \\ &= (\angle A + \angle 5) + (\angle C + \angle 6) \\ &= \angle A + (\angle 5 + \angle 6) + \angle C \\ &= \angle A + \angle ABC + \angle C \\ &= 32^\circ + 40^\circ + 33^\circ = 105^\circ\end{aligned}$$

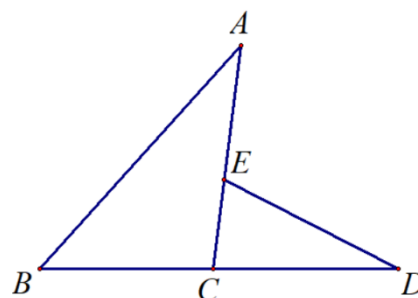


② 由上題的【方法一】，我們可以發現 $\angle 2 = \angle A + \angle 1$ 以及 $\angle 1 = \angle B + \angle C$
得到 $\angle 2 = \angle A + \angle B + \angle C$ ，亦即 $\angle ADC = \angle A + \angle B + \angle C$

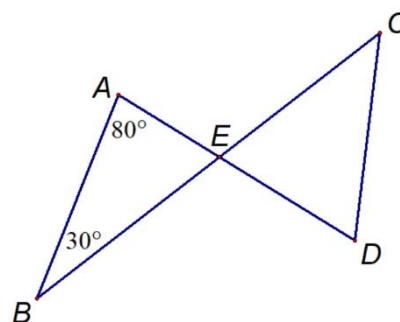


小試身手

- (1) 如右圖， C 點在 \overline{BD} 上， E 點在 \overline{AC} 上。
 若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle AED = 115^\circ$ ，
 請問：
 ① $\angle ACD = ?$
 ② $\angle D = ?$



- (2) 如右圖， \overline{BC} 與 \overline{AD} 相交於 E 點， $\angle A = 80^\circ$ ，
 $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle D - \angle C = 20^\circ$ ，請問 $\angle D = ?$





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

