

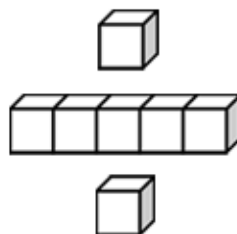
# 基本學習內容：SC-8-8-3

## 三角形大角對大邊

## 大邊對大角

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_



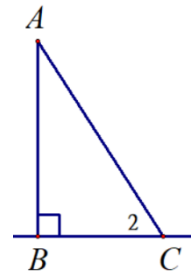
## ◎ 三角形的大邊對大角，小邊對小角

如右圖，已知  $\overline{AB}$  垂直  $L$  直線，  
因為  $\angle 2$  是  $\triangle ACD$  的外角，  
所以  $\angle 2 > \angle 3$ ，同理， $\angle 3 > \angle 4$ 。  
由上可知  $\angle 2 > \angle 3 > \angle 4$ 。

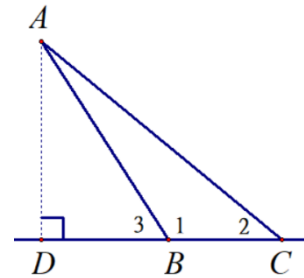
我們想像一根柱子  $\overline{AB}$ ，從  $A$  點拉一條繩子到地面  
繩子愈長，與地面的夾角愈小。因為  $\overline{AE} > \overline{AD} > \overline{AC}$ ，所以  $\angle 4 < \angle 3 < \angle 2$

接下來我們討論三種情形：

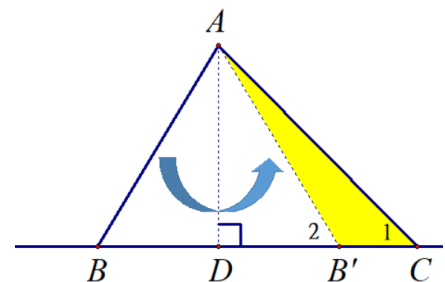
1. 如右圖，若  $\triangle ABC$  為直角三角形，已知  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，因為  $\angle B = 90^\circ$ ，則  $\angle 2 < \angle B$ 。  
可以得到在直角三角形  $\triangle ABC$  中，  
大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle B$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle 2$ 。



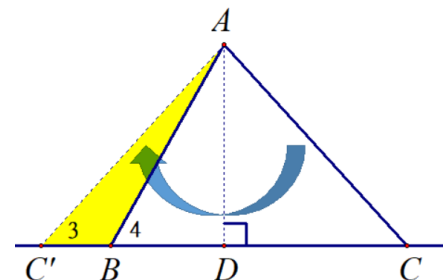
2. 如右圖，若  $\triangle ABC$  為鈍角三角形，已知  $\angle 1$  為鈍角， $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，  
 $\angle 1$  的外角為  $\angle 3$ ， $\angle 3 > \angle 2$ ，又鈍角  $\angle 1 > \angle 3$   
得到  $\angle 1 > \angle 2$ ，故在鈍角三角形  $\triangle ABC$  中，  
大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle 1$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle 2$ 。



3. 如右邊的上圖，若  $\triangle ABC$  為銳角三角形，  
已知  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，以  $\overline{AD}$  為對稱軸，  
將  $\overline{AB}$  對摺至  $\overline{AB'}$ ，此時  $\triangle ABB'$  為線對稱圖形，  
得到  $\overline{AB} = \overline{AB'}$ ， $\angle B = \angle 2$ 。因為  $\overline{AC} > \overline{AB} = \overline{AB'}$ ，  
所以  $\angle 1 < \angle 2 = \angle B$ 。可得銳角三角形  $\triangle ABC$  中，  
大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle B$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle C$ 。



同理，如右邊的下圖，若將  $\overline{AC}$  對摺至  $\overline{AC'}$ ，  
此時  $\triangle ACC'$  為線對稱圖形，得到  $\overline{AC} = \overline{AC'}$ ，  
 $\angle C = \angle 3$ 。因為  $\overline{AC'} = \overline{AC} > \overline{AB}$ ，所以  
 $\angle C = \angle 3 < \angle 4$ 。可得銳角三角形  $\triangle ABC$  中，  
大邊  $\overline{AC}$  對大角  $\angle ABC$ ，小邊  $\overline{AB}$  對小角  $\angle C$ 。





從上述的圖形觀察可發現：不管是何種三角形，大邊的對角為大角，小邊的對角為小角。

#### 4. 摺紙活動：

(1) 參考圖 1 和圖 2 動手做做看，並回答問題。

已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，請試著將圖 1 中 $\triangle ABC$ 的 $\angle C$ 對摺成如圖 2 的樣子，並摺出 $\angle C$ 的角平分線，請問：

- ① 圖 2 中 $\angle 1$ 和 $\angle B$ 的大小關係為何？為什麼？
- ② 圖 2 中 $\angle 1$ 和 $\angle A$ 的大小關係為何？為什麼？
- ③ 請由(1)和(2)的結論，說說你有什麼發現？

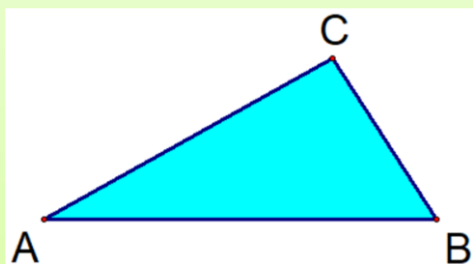


圖 1

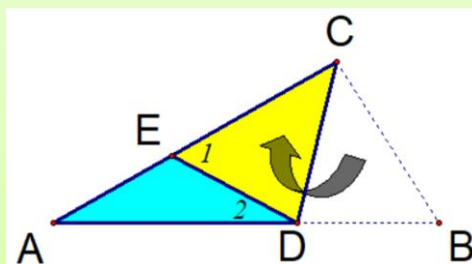


圖 2

解：由摺紙過程可發現，

- (1)  $\angle B$  摺到  $\angle 1$  的位置，因此  $\angle B = \angle 1$ 。
- (2) 根據三角形的外角定理可得知  $\angle 1 = \angle A + \angle 2$ ，故  $\angle 1 > \angle A$
- (3) 由(1)、(2)可得知， $\angle B > \angle A$

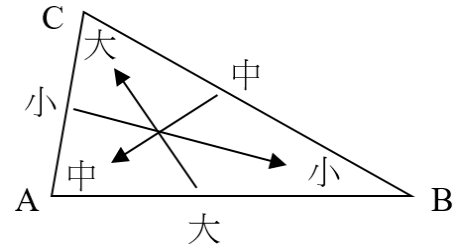
在一個三角形中，若有兩個角不相等，則邊長較大的邊所對的角比較大，邊長較小的邊所對的角比較小。



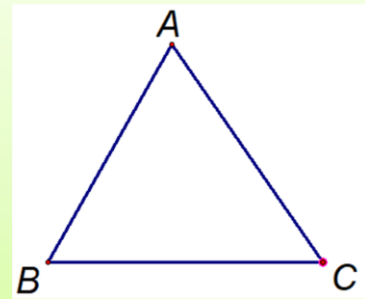


(2)  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=3$ ，試比較  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的大小關係。

解：如右圖，已知  $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=3$ ，  
 得到  $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，  
 由三角形的「較大邊對大角，較小邊對較小角」  
 得到  $\angle C > \angle A > \angle B$



(3) 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ ，  
 請問最大角為哪一個角？



解：因為  $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ ，由「較大邊對較大角，較小邊對較小角」  
 所以  $\angle A > \angle B > \angle C$ ，故  $\angle A$  最大



隨堂練習

(1)  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} > \overline{BC}$ ， $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，試比較  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的大小關係。



## ◎ 三角形的大角對大邊，小角對小邊

(4) 摺紙活動：參考圖 3 和圖 4 動手做做看，並回答問題。

已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A > \angle B$ ，請試著將圖 3 中 $\triangle ABC$ 對摺成如圖 4 的樣子，使得  $B$  點和  $A$  點重合，且  $DE$  為摺痕，請問：

- ① 圖 4 中  $\overline{DA}$  和  $\overline{DB}$  的大小關係為何？
- ② 圖 4 中  $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的大小關係為何？

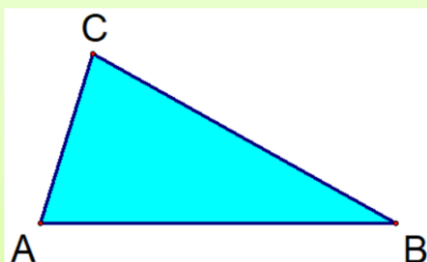


圖 3

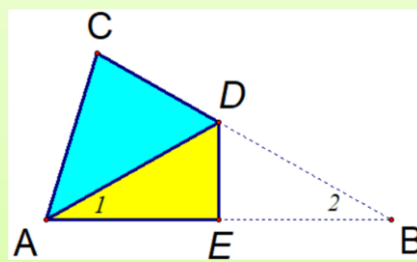


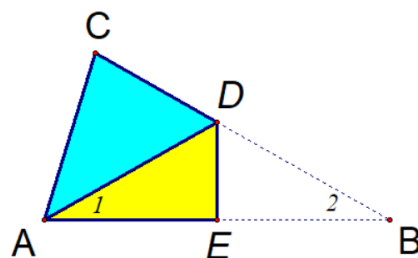
圖 4

解：如右圖，由摺紙過程可發現：

- ① 由  $B$  點摺到  $A$  點， $\overline{DB}$  摺到  $\overline{DA}$ ，  
得到  $\overline{DA} = \overline{DB}$ 。

另外也可以由  $\angle 1 = \angle 2$ ，得到 $\triangle DAB$ 為等腰三角形，故  $\overline{DA} = \overline{DB}$ 。

- ② 承①， $\overline{BC} = \overline{DB} + \overline{DC} = \overline{DA} + \overline{DC}$ ，  
根據「三角形的兩邊和必大於第三邊」，  
得到  $\overline{DA} + \overline{DC} > \overline{AC}$ ，亦即  $\overline{BC} > \overline{AC}$



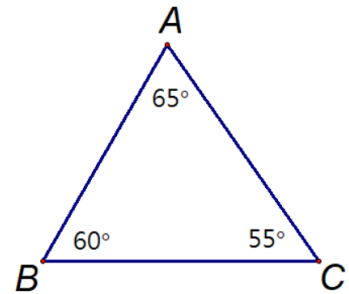
在一個三角形中，若有兩個角不相等，則較大的角所對的邊比較長，則較小的角所對的邊比較短。





(5)  $\triangle ABC$  中， $\angle A=65^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的大小關係。

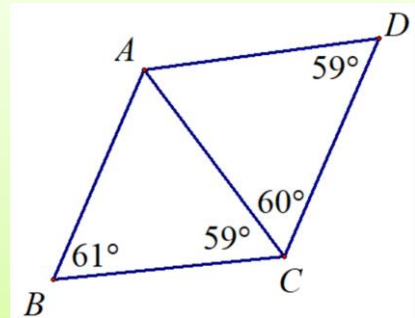
解：如右圖，已知  $\angle A=65^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，  
 得到  $\angle C=180^\circ-65^\circ-60^\circ=55^\circ$ ，  
 因此  $\angle A > \angle B > \angle C$ ，  
 由「三角形的較大角對較長邊」  
 $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$



### 隨堂練習

(1)  $\triangle ABC$  中， $\angle A > \angle B$ ， $\angle C > \angle A$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的大小關係。

- (6) 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\angle B=61^\circ$ ， $\angle ACB=59^\circ$ ，  
 $\triangle ACD$  中， $\angle D=59^\circ$ ， $\angle ACD=60^\circ$ ，請問
- ① 比較  $\overline{AB}$  和  $\overline{AC}$  的大小關係？
  - ② 比較  $\overline{AB}$  和  $\overline{AD}$  的大小關係？



解：

- ①  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC=180^\circ-61^\circ-59^\circ=60^\circ$ ，得到  $\angle B > \angle BAC > \angle ACD$   
 因為「三角形的較大角對較長邊」，所以  $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，故  $\overline{AB} > \overline{AC}$
- ②  $\triangle ACD$  中， $\angle DAC=180^\circ-60^\circ-59^\circ=61^\circ$ ，得到  $\angle DAC > \angle ACD > \angle D$   
 因為「三角形的較大角對較長邊」，所以  $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}$   
 承①， $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，得到  $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$   
 故  $\overline{AD} > \overline{AB}$

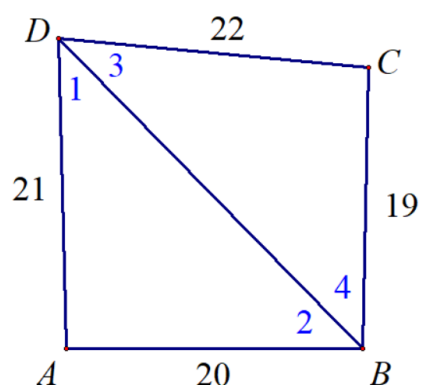


### 小試身手

- (1) ①  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{AC}=10$ ，則  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  哪個角最小？  
 ②  $\triangle ABC$  中， $\angle A=59^\circ$ 、 $\angle B=61^\circ$ ，則  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  哪個邊最大？

- (2) 如右圖，四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB}=20$ ， $\overline{BC}=19$ ，  
 $\overline{CD}=22$ ， $\overline{AD}=21$ 。

- ① 比較  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的大小關係？  
 ② 比較  $\angle 3$  和  $\angle 4$  的大小關係？  
 ③ 比較  $\angle ADC$  和  $\angle ABC$  的大小關係？





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

