

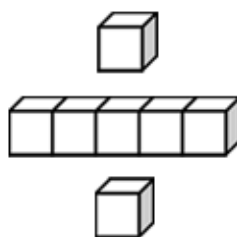


基本學習內容：DC-9-2-1

認識機率

班級：_____

姓名：_____



◎認識機率

- (1) 下表是用電腦模擬投擲一顆骰子，出現 1、2、3、4、5、6 點的「次數」與「相對次數」分配表，說說看每個點數出現的相對次數都差不多嗎？請問會接近哪個數值？



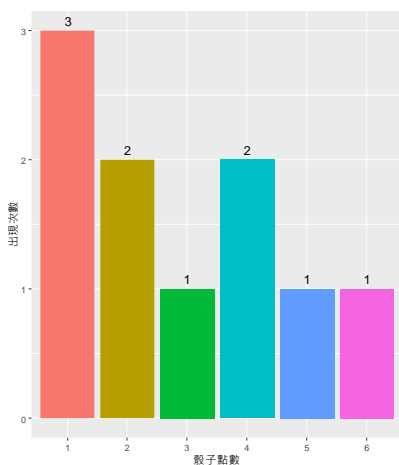
投擲一顆骰子各種點數出現的【次數】及【相對次數】分配表

點數 \ 投擲次數	10 次	1,000 次	100,000 次
1 點	3 (30%)	180 (18.0%)	16,726 (16.726%)
2 點	2 (20%)	174 (17.4%)	16,528 (16.528%)
3 點	1 (10%)	162 (16.2%)	16,652 (16.652%)
4 點	2 (20%)	147 (14.7%)	16,632 (16.632%)
5 點	1 (10%)	167 (16.7%)	16,718 (16.718%)
6 點	1 (10%)	170 (17.0%)	16,744 (16.744%)

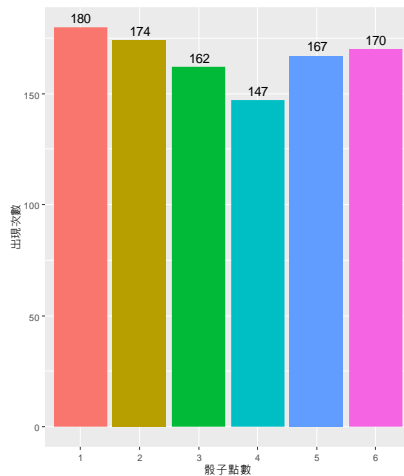
解：

為了方便比較，我們將各種點數出現的「次數」整理成長條圖，如下圖 1~圖 3 所示，橫軸代表點數（由左至右分別為 1、2、...、6 點），縱軸代表各種點數的出現次數。

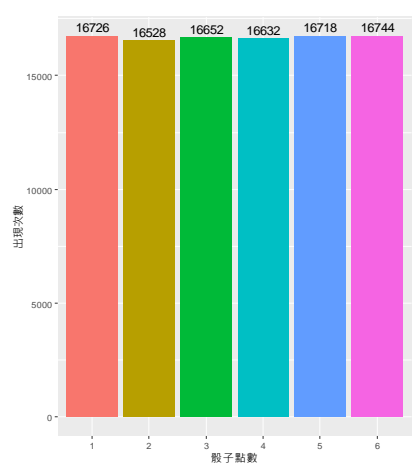
可以發現圖 1 和圖 2 各種點數出現的次數還會有些差距，圖 3 投擲 100,000 次時，各種點數的出現次數就沒有明顯差距。



(圖 1：投擲 10 次)



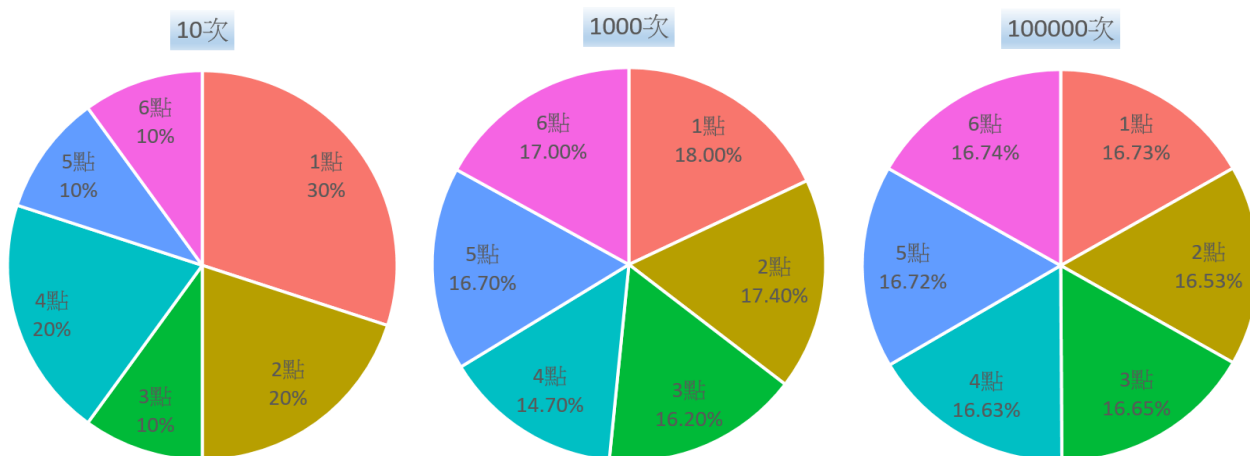
(圖 2：投擲 1,000 次)



(圖 3：投擲 100,000 次)



另外，我們將各種點數出現的「相對次數」整理成百分率圓形圖，如下圖 4~圖 6 所示。可以發現圖 4 和圖 5 各種點數出現的相對次數還會有些差距，圖 6 投擲 100,000 次時，各種點數出現的相對次數就沒有明顯差距。



(圖 4：投擲 10 次)

(圖 5：投擲 1,000 次)

(圖 6：投擲 100,000 次)



- (1) 一顆骰子全部有 6 面，每面都有 1 個點數，所以每面占全部 6 面的比率是 $\frac{1}{6} \div 16.7\%$ 。
- (2) 我發現骰子經過大量投擲之後，1~6 點每種點數出現的次數會很接近，出現的相對次數都近似於 $\frac{1}{6}$ ，約等於上面的比率。

- (1) 一顆骰子經過多次投擲後，我們發現 1、2、3、4、5、6 點的出現次數都很接近，也就是 1、2、3、4、5、6 點的出現的相對次數都大致相等。
- (2) 在這個實驗當中，每種點數的出現相對次數都大約等於 $\frac{1}{6}$ ，也就是每種點數出現的機會都相等，我們說每種點數出現的「**機率**」都是 $\frac{1}{6}$ 。

例如：丟擲一顆骰子一次，我們說出現 1 點的機率是 $\frac{1}{6}$ 。

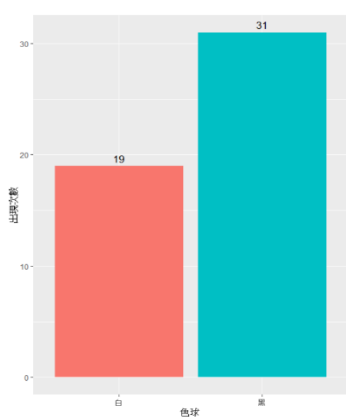


(2) 箱子中有 2 顆白球及 3 顆黑球，每次抽出一球並記錄球的顏色，接著將球放回箱子。下表是用電腦模擬分別抽取 50 次、5,000 次及 500,000 次後白球與黑球的抽出「次數」及「相對次數」分配表。說說看，白球與黑球抽出的相對次數有什麼特性，請問會接近哪個數值？

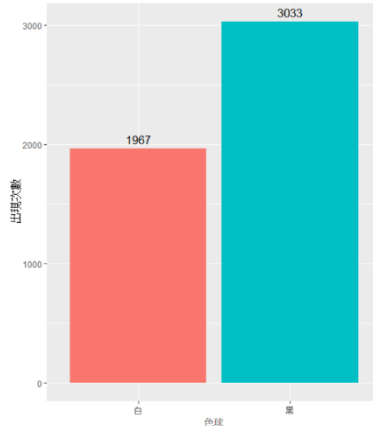
多次抽球(抽後放回)各種色球出現的【次數】及【相對次數】分配表

抽取次數 \ 色球	50 次	5,000 次	500,000 次
白球	19 (38%)	1,967 (39.34%)	200,282 (40.06%)
黑球	31 (62%)	3,033 (60.66%)	299,718 (59.94%)

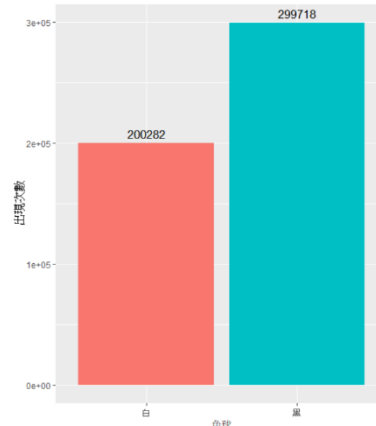
解：如下圖 7~圖 9 所示，我們將各種色球抽出的「次數」畫成長條圖，橫軸代表色球（由左至右分別為白球、黑球），縱軸代表各種色球的出現次數，可以發現圖 7~圖 9 中代表白球與黑球的長條的高度比將近 2：3。



(圖 7：抽 50 次)

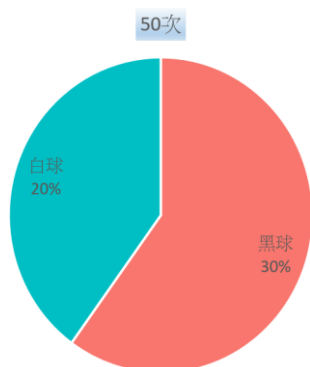


(圖 8：抽 5,000 次)

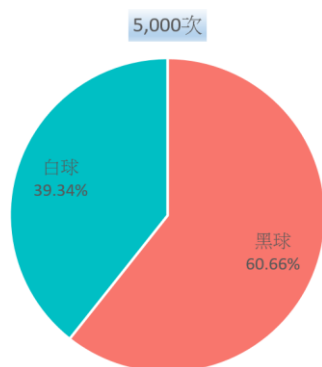


(圖 9：抽 500,000 次)

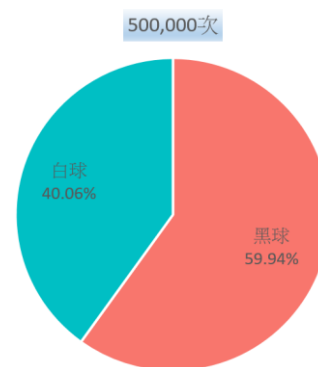
如下圖 10~圖 12 所示，將各種色球抽出的「相對次數」畫成百分率圓形圖。可以發現圖 10~圖 12 白球及黑球抽出的相對次數分別接近 40% 及 60%。



(圖 10：抽 50 次)



(圖 11：抽 5,000 次)



(圖 12：抽 500,000 次)



下表說明：(1) 「白球的出現次數」與「抽球的全部次數」比值
(2) 「黑球的出現次數」與「抽球的全部次數」比值

統計圖	抽球次數	白球：全部	黑球：全部
圖 7	50 次	$19:50=\frac{19}{50}=0.38$	$31:50=\frac{31}{50}=0.62$
圖 8	5,000 次	$1967:5000=\frac{1967}{5000}=0.3934$	$3033:5000=\frac{3033}{5000}=0.6066$
圖 9	500,000 次	$\frac{200282}{500000}=0.400564$	$\frac{299718}{500000}=0.599436$

圖 7~圖 9 中的「白球抽中次數」與「抽球的全部次數」的比值很接近 0.4，
「黑球抽中次數」與「抽球的全部次數」的比值很接近 0.6。



我發現經過多次的抽球之後，白球出現的相對次數近似於 0.4，
大約等於白球占全部球數的比率 $\frac{2}{5}$ ($=0.4$)；黑球出現的相對次
數近似於 0.6，大約等於黑球占全部球數的比率 $\frac{3}{5}$ ($=0.6$)。

箱子中有 2 個白球及 3 個黑球，每次抽一顆球，抽後放
回，經過多次抽球之後，我們發現「抽中白球的機率」和「白
球所佔的比率」大致相等，也就是說抽中白球的機率是 $\frac{2}{5}$ 。
同理，「抽中黑球的機率」和「黑球所佔的比率」大致相等，
也就是說抽中黑球的機率是 $\frac{3}{5}$ 。

在抽球試驗當中，每一部份被抽中的機率和其所佔的比
率大致相等，因為各部份所佔比率的總和是 1，所以各部份
被抽中機率的總和也是 1。





(3) 班上同樂會老師打算讓同學摸彩，老師準備 4 顆黃球，以及 6 顆紅球。
假設每顆球被抽中的機率都相等，如果只有抽中黃球有獎品，請問：

- ① 黃球所佔的比率為何？
- ② 小明第一個抽球，他抽中黃球的機率為何？

解：全部有 $4+6=10$ (顆球)

① 有 4 顆黃球，黃球所佔的比率為 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

② 「抽中黃球的機率」和「黃球所佔的比率」大致相等，會等於 $\frac{2}{5}$ 。



隨堂練習

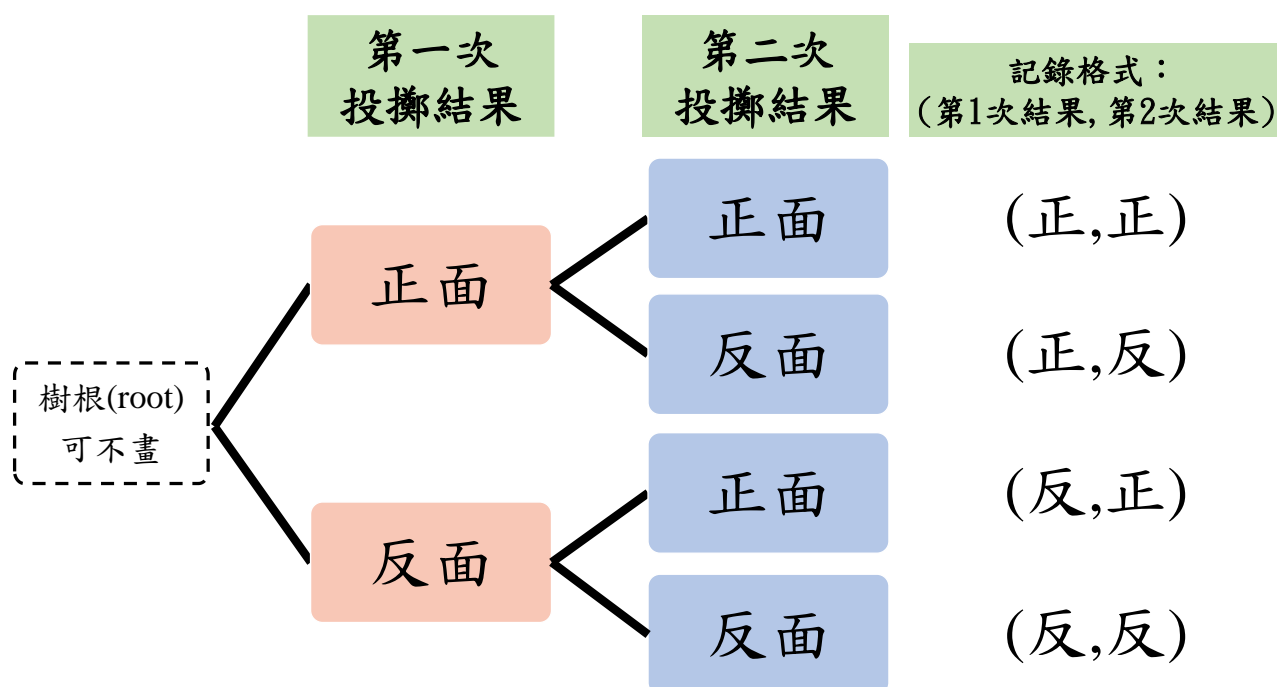
(1) 小明持有 13 張花色為紅心的撲克牌，其中有 4 張字母牌(A、K、Q、J)，其餘為數字牌(2、3、4、...、10)。小明請小美抽一張牌，假設這 13 張撲克牌每張牌被抽中的機率都相等，請問：

- ① 字母牌所佔的比率為何？
- ② 小美抽中字母牌的機率為何？



◎樹狀圖

討論多種不同試驗同時出現的情形，我們可以利用多階層的方式畫出可能出現的結果。例如：如果投擲一枚硬幣兩次，硬幣可能出現正面或反面，我們可以畫出兩次投擲硬幣所有可能的結果(如下圖所示)，像這樣的圖就稱為**樹狀圖**。

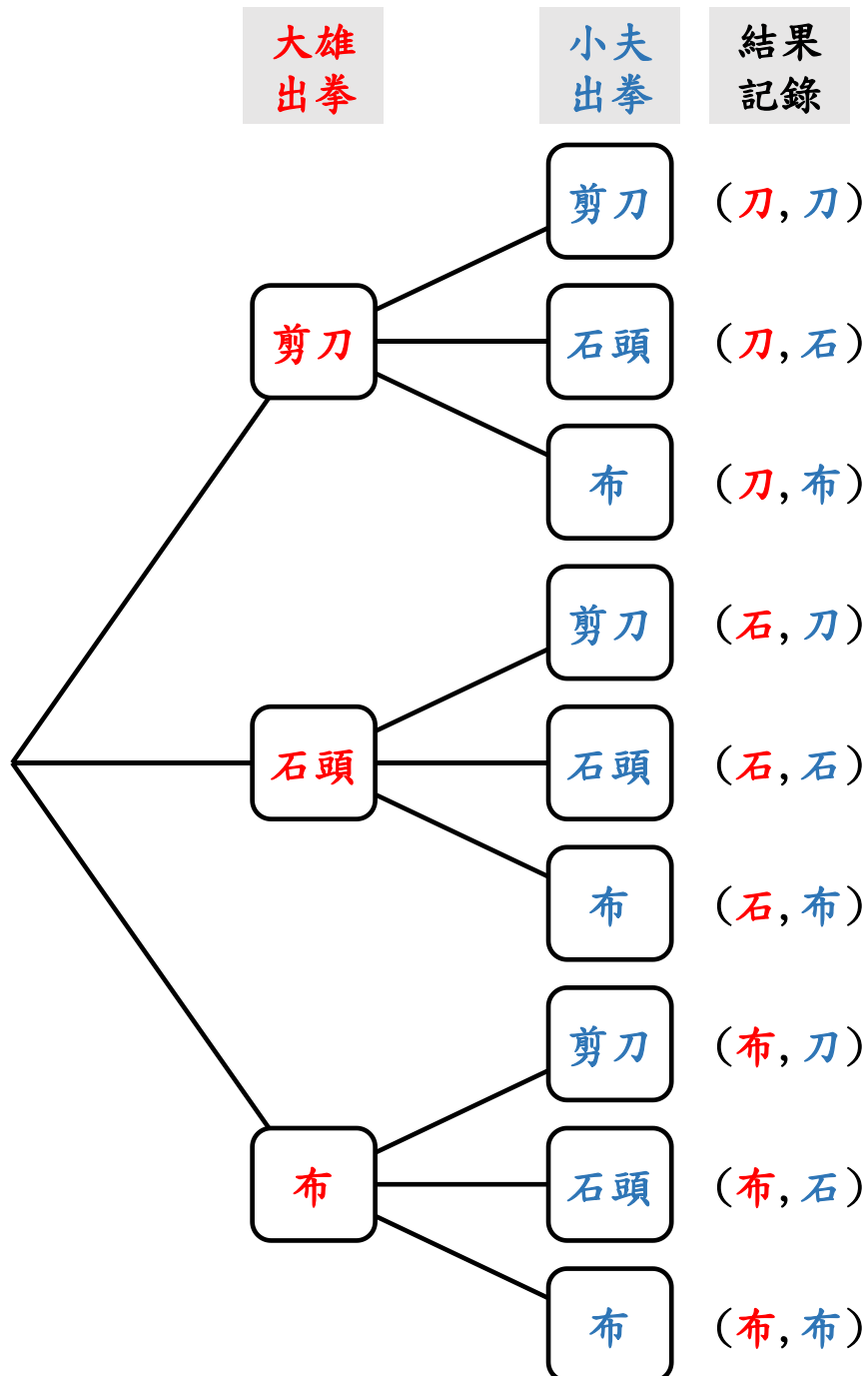


此樹狀圖有以下原則：

- (1) 最左邊(最上層)的節點稱為樹根 (root)，每個節點到下一階層會有分枝連到子節點。
- (2) 由左到右共有兩層，第一層的節點代表第一次投擲硬幣的可能結果，第二層的節點代表第二次投擲硬幣的可能結果。
- (3) 最右邊(最下層)的節點代表事件所有結果，我們可以將所有結果記錄成：**(第一次投擲結果,第二次投擲結果)**，像是**(正,正)**、**(正,反)**、**(反,正)**、**(反,反)**。
- (4) 從樹根到第一層的節點有 **2** 個分枝，每個第一層的節點樹根到第二層的節點也有 **2** 個分枝，我們也可以說全部共有 **$2 \times 2 = 4$** 種結果。

- (4) 大雄和小夫猜拳，如果兩人出「剪刀」、「石頭」、「布」的機率相等，而且兩人只出一次拳，請畫出兩人猜拳的樹狀圖，並計算全部可能的結果個數。

解：



從樹根到第一層的節點有 **3** 個分枝，每個第一層的節點樹根到第二層的節點也有 **3** 個分枝，所以全部共有 $3 \times 3 = 9$ 種結果。



隨堂練習

- (1) 晨光早餐店提供蛋餅加飲料的 60 元優惠套餐組合，其中蛋餅有玉米蛋餅、蔬菜蛋餅及起司蛋餅三種口味，飲料有紅茶、綠茶、奶茶及豆漿四種品項。假設選擇任一種口味的蛋餅或是任一種飲料的機會相等，請畫出 60 元優惠套餐組合的樹狀圖，並計算全部可能的結果個數。

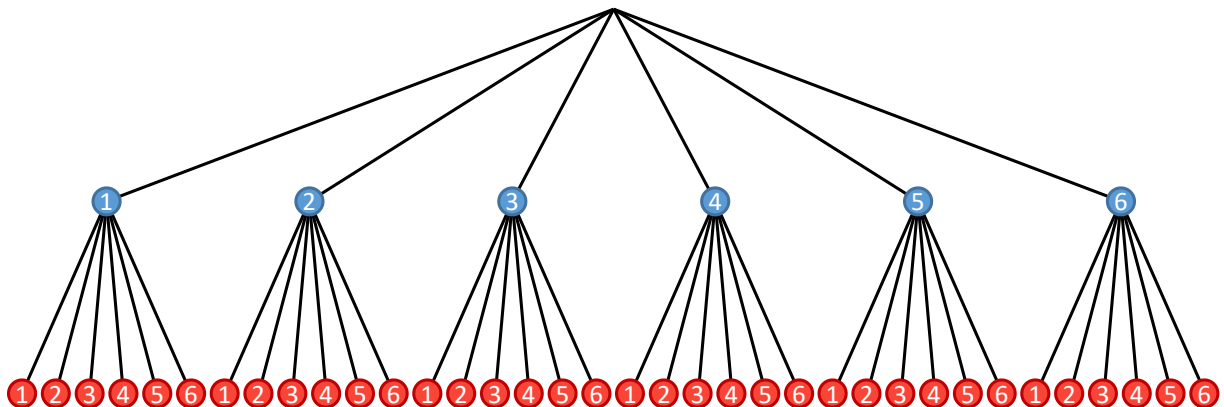
(5) 同時投擲藍色及紅色兩顆公正的骰子

請回答下列問題：

- ① 請畫出兩顆骰子投擲結果的樹狀圖，並計算全部有幾種可能？
- ② 請以(藍骰子點數,紅骰子點數)的記錄方式列出全部的可能結果。
- ③ 列出兩顆骰子點數和為6的事件可能結果個數。
- ④ 列出兩顆骰子點數和大於9的事件可能結果個數。



解：① 下圖是投擲藍色及紅色兩顆骰子的樹狀圖，第1層是藍骰子的點數，第2層是紅骰子的點數。



第1層投擲藍骰子有6種可能結果，每種藍骰子點數對應到的第2層紅骰子點數也有6種可能，故全部會有 $6 \times 6 = 36$ 種可能結果。

② 我們記錄兩顆骰子投擲的點數記錄為(藍骰子點數, 紅骰子點數)

(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)
 (2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)
 (3, 1)、(3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)
 (4, 1)、(4, 2)、(4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)
 (5, 1)、(5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)
 (6, 1)、(6, 2)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、(6, 6)



③ 兩顆骰子點數和為 6 可能的情形：

(a) $1+5=6$ ：有(1, 5)、(5, 1)共 2 種。

(b) $2+4=6$ ：有(2, 4)、(4, 2)共 2 種。

(c) $3+3=6$ ：有(3, 3)共 1 種。

以上共有 $2+2+1=5$ (種)。

④ 兩顆骰子點數和大於 9 可能的情形：

(a) 點數和為 10：

● $4+6=10$ ：有(4, 6)、(6, 4)共 2 種。

● $5+5=10$ ：有(5, 5)共 1 種。

(b) 點數和為 11：

只可能 $5+6=11$ ：有(5, 6)、(6, 5)共 2 種。

(c) 點數和為 12：

只可能 $6+6=12$ ：有(6, 6)共 1 種。

以上共有 $2+1+2+1=6$ (種)結果，恰好為第①題中全部可能的
右下角 6 種結果。

(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)

(2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)

(3, 1)、(3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)

(4, 1)、(4, 2)、(4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)

(5, 1)、(5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)

(6, 1)、(6, 2)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、(6, 6)



隨堂練習

(1) 同時投擲兩顆公正的骰子，求下列各可能點數和的種類個數。

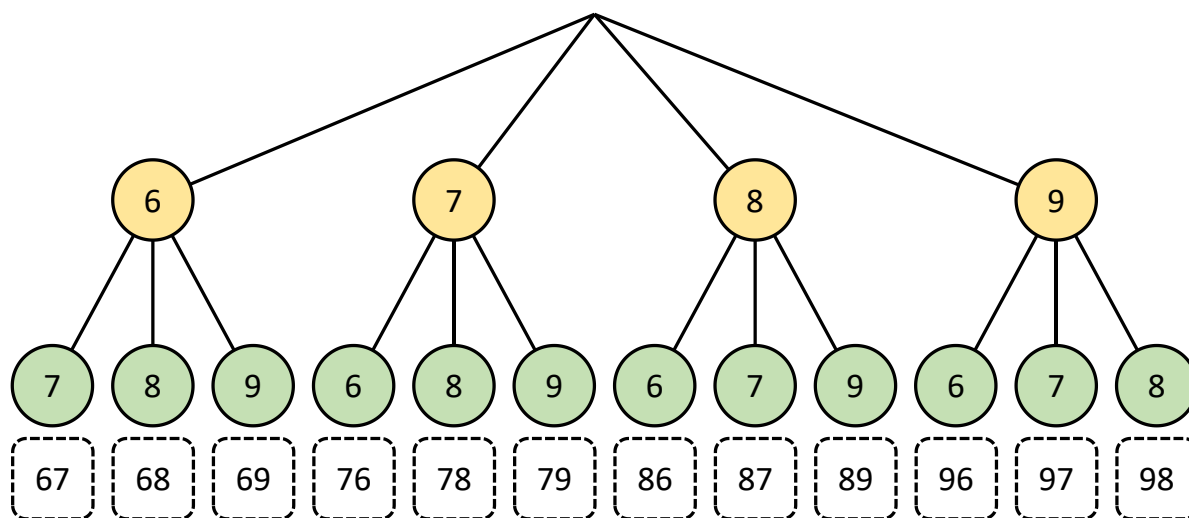
點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
可能結果個數											

- (6) 有一箱子裝有 4 張分別標示 6、7、8、9 的號碼牌，已知阿明每次取出一張牌且以取後不放回的方式，先後取出 2 張牌，組成一個二位數，取出的第 1 張牌的號碼為十位數，第 2 張牌的號碼為個位數，請問會有幾種二位數？

解： 如下圖，第一層的號碼代表抽出的十位數，共有 4 種可能結果；第二層代表用掉 1 個號碼後由剩下的 3 個號碼抽出的個位數，共有 3 種可能結果。

全部會有 $4 \times 3 = 12$ (種)二位數，分別為：

67、68、69、76、78、79、86、87、89、96、97、98。





小試身手

- (1) 盒中有 5 個號碼球分別編號 1、2、3、4、5，每次抽出 1 球登記球的號碼，接下放回盒中，繼續重複抽球登記號碼的動作，請問「抽中奇數號的機會」和「抽中偶數號的機會」誰較大？

- (2) 甲、乙各丟一顆正六面骰子（六面分別為 1、2、3、4、5、6 點），若甲、乙的點數相同時，算兩人平手；若甲的點數大於乙時，算甲獲勝；若乙的點數大於甲時，算乙獲勝。假設用（甲丟出的點數，乙丟出的點數）的方式記錄：
 - ① 請列出甲、乙平手的可能結果。
 - ② 請列出甲獲勝的可能結果。
 - ③ 請列出乙獲勝的可能結果。

- (3) 如右圖，已知袋中裝有 4 顆分別標記數字 1、2、3、4 的球，且阿明打算從袋中先後各抽出一顆球，每次抽出球後不放回袋中，
 - ① 請用樹狀圖列出所有可能的情形。
 - ② 請用(第 1 次抽出的號碼,第 2 次抽出的號碼)這種記錄格式列出第 1 次抽出的號碼比第 2 次抽出的號碼大的可能結果。





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

9 年級數學

學生學習扶助教材

