

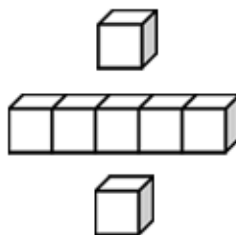
基本學習內容：DC-9-3-1、2

具有對稱性的情境下之機率

不具對稱性的情境下之機率

班級：_____

姓名：_____





◎具有對稱性的情境下之機率

- (1) 猜拳遊戲中任一人可以出「剪刀」、「石頭」及「布」，假設小明這三種拳出拳的機率都相等，請問小明出「布」的機率為何？

解：因為「剪刀」、「石頭」、「布」出現機率都相等，

所以小明出「布」的機率為 $\frac{1}{3}$ 。

- (1) 一個實驗有 n 種可能發生的結果，假設每一種結果發生的機率都相等，

每一種結果發生的機率都是 $\frac{1}{n}$ 。

- (2) 例如：丟擲一枚硬幣一次，可能出現正面跟反面，如果出現正面跟反面的機率都相等，則出現正面的機率和出現反面的機率都是 $\frac{1}{2}$ 。

- (3) 如果投擲硬幣一次，出現正面、反面的機率都是 $\frac{1}{2}$ ，我們就說這枚是公正硬幣。同理，投擲骰子一次，出現 1、2、3、4、5、6 點的機率都是 $\frac{1}{6}$ ，我們就說這顆是公正骰子。

- (2) 袋子裡有 10 顆大小相同的號碼球，編號分別為 1~10 號，假設每顆球被抽中的機率都相等，若從袋中抽出 1 球，請問抽中 5 號球的機率為何？

解：有 10 種可能發生的結果，分別為抽中 1、2、3、...、10 號，

因為每顆球被抽中的機率都相等，所以抽中 5 號球的機率為 $\frac{1}{10}$ 。



(3) 箱子有 2 顆黑球、3 顆黃球及 5 顆紅球，假設每顆球被抽中的機率都相等，請問：

- ① 黑球、黃球、紅球所佔的比率為何？
- ② 假設只抽一個球，請問抽中黑球、黃球、紅球機率分別為何？

解：全部有 $2+3+5=10$ (顆球)

① 有 2 顆黑球，黑球所佔的比率為 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ 。

有 3 顆黃球，黃球所佔的比率為 $\frac{3}{10}$ 。

有 5 顆紅球，紅球所佔的比率為 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ 。

② 抽中黑球的機率等於黑球所佔的比率 $= \frac{1}{5}$ 。

抽中黃球的機率等於黃球所佔的比率 $= \frac{3}{10}$ 。

抽中紅球的機率等於紅球所佔的比率 $= \frac{1}{2}$ 。

(4) 日常使用的骰子，1 點和 4 點是紅色的點數，2 點、3 點、5 點和 6 點是黑色的點數，若投擲一顆公正骰子，請問：出現紅色點數的機率為何？

解：

方法一：紅色點數個數佔全部點數個數的 $\frac{2}{6}$ ，所出現紅色點數的機率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

方法二：紅色點數有 1 點和 4 點，出現 1 點的機率是 $\frac{1}{6}$ ，出現 4 點的機率是 $\frac{1}{6}$ ，

所以出現紅色點數機率是 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。



在一個試驗中，任何想要觀察的情況，通常稱為「**事件**」。

例如：投擲一顆公正骰子只要出現紅色點數(1點和4點)的情況，
就稱為出現紅色點數的事件。

(1) 一個實驗所有可能發生的結果共 n 種，假設每一種結果發生的可能性都相等時，已知某事件包含其中 m 種可能的結果，就說此事件發生的機率是 $\frac{m}{n}$ 。

(2) 例如：箱子有 10 顆球，其中包含 2 顆黑球、3 顆黃球及 5 顆紅球，假設每顆球被抽到的可能性都相等，則只抽一球，抽中黃球事件的機率是 $\frac{3}{5}$ 。

(5) 班上 25 個同學中有 7 個同學血型是 A 型，5 個同學血型是 B 型，9 個同學血型是 O 型，4 個同學血型是 AB 型，假設每個同學被抽中的機會都相等，任意抽出一個同學詢問他的血型，請問他的血型是 O 型的機率為何？

解：全部 25 位同學，有 9 位同學的血型是 O 型，

血型 O 型同學所佔的比率為 $\frac{9}{25}$ 。

任意抽出一個同學他的血型是 O 型的機率也為 $\frac{9}{25}$ 。



隨堂練習

(1) 一副撲克牌有 52 張，分為黑桃、紅心、方塊及梅花 4 種花色，每種花色各有 13 張，分別為 A、2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K，從撲克牌中任抽 1 張，假設每張牌被抽中的機率相等，請問抽中字母牌(A、J、Q、K)的機率為何？



(6) 籤筒中有 10 支籤，將它們逐一標上 1~10 的號碼，從籤筒中任意抽出一支籤，每一支籤被抽中的機率都相等，則：

- ① 抽到編號是奇數的事件，它的機率是多少？
- ② 抽到編號小於等於 10 的事件，它的機率是多少？
- ③ 抽到編號大於 10 的事件，它的機率是多少？

解：

① 抽到編號是奇數的事件代表抽到 1、3、5、7、9 號，所以機率為 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ 。

② 抽到編號小於等於 10 的事件代表可能抽到 1、2、3...、10 號共 10 個號碼，所以機率為 $\frac{10}{10} = 1$ 。

③ 抽到編號大於 10 的事件代表沒有這樣的號碼會被抽出，
所以機率為 $\frac{0}{10} = 0$ 。



隨堂練習

(1) 投擲一顆 6 種點數(1 點、2 點、...、6 點) 的骰子，假設每種點數出現的機會一樣高，請回答下列問題：

- ① 出現偶數點的機率是多少？
- ② 出現 7 點的機率是多少？
- ③ 出現小於 7 點的機率是多少？

因為事件可能結果的個數，一定小於或等於試驗中所有可能結果的個數，所以事件發生的機率 P 會滿足 $0 \leq P \leq 1$ 。

- (1) 若事件的機率是 1，表示此事件一定會發生。
- (2) 若事件的機率是 0，表示此事件一定不會發生。





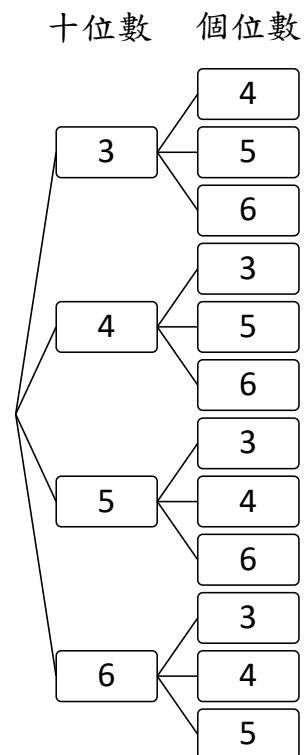
基本學習內容：DC-9-3-1、2

◎利用樹狀圖求某事件的機率

- (7) 有一箱子裝有 4 張分別標示 3、4、5、6 的號碼牌，已知阿明以每次取一張且取後不放回的方式，先後取出 2 張牌，組成一個二位數，取出第 1 張牌的號碼為十位數，第 2 張牌的號碼為個位數。若先後取出 2 張牌組成二位數的每一種結果發生的機會都相同，則組成的二位數為 3 的倍數的機率為何？

解：① 十位數有 4 種選擇，每位十位數底下的個位數有 3 種選擇，全部的二位數共有 $4 \times 3 = 12$ (種)。

- ② 其中二位數是 3 的倍數的可能結果有：
36、45、54、63，所以組成的二位數為 3 的倍數的機率為 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。



隨堂練習

- (1) 承上題，組成的二位數為 4 的倍數的機率為何？



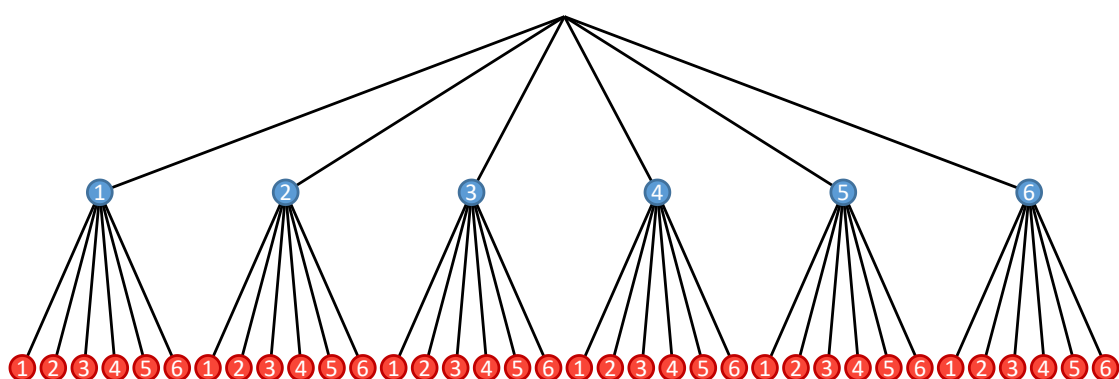
(8) 同時投擲藍色及紅色兩顆同樣的骰子，假設骰子
1、2、3、...、6 點出現的機率都一樣，請問：

- ① 兩顆骰子點數和為 7 的機率為何？
- ② 兩顆骰子點數不相等的機率為何？



解：

利用樹狀圖，我們記錄兩顆骰子投擲的點數記錄為(藍骰子點數, 紅骰子點數)
得到投擲骰子兩次共有 $6 \times 6 = 36$ 種可能結果。



(1, 1)、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)
 (2, 1)、(2, 2)、(2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)
 (3, 1)、(3, 2)、(3, 3)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)
 (4, 1)、(4, 2)、(4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)
 (5, 1)、(5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)
 (6, 1)、(6, 2)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、(6, 6)

① 點數和為 7 的事件有(1, 6)、(2, 5)、(3, 4)、(4, 3)、(5, 2)、(6, 1)，共 6 種

結果，故兩顆骰子點數和為 7 的機率為 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 。

② 方法一：

兩顆骰子點數不相等的事件有 $36 - 6 = 30$ (種)，相當於「全部結果數－兩顆

骰子點數相等的結果數」，故兩顆骰子點數不相等的機率為 $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$ 。

~~(1, 1)~~、(1, 2)、(1, 3)、(1, 4)、(1, 5)、(1, 6)
 (2, 1)、~~(2, 2)~~、(2, 3)、(2, 4)、(2, 5)、(2, 6)
 (3, 1)、(3, 2)、~~(3, 3)~~、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)
 (4, 1)、(4, 2)、(4, 3)、~~(4, 4)~~、(4, 5)、(4, 6)
 (5, 1)、(5, 2)、(5, 3)、(5, 4)、~~(5, 5)~~、(5, 6)
 (6, 1)、(6, 2)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、~~(6, 6)~~

方法二：

投擲兩顆骰子所有的結果不是「兩顆點數相等」就是「兩顆點數不相等」，

所以兩顆骰子點數不相等的機率相當於「1－兩顆骰子點數相等的機率」，故

機率為 $1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 。



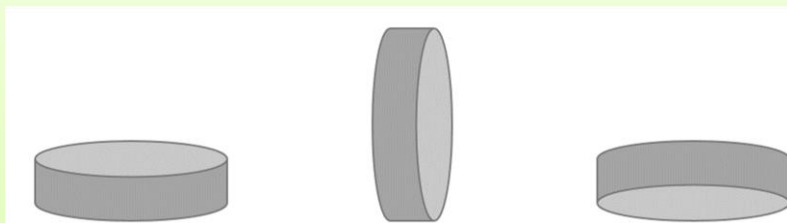
隨堂練習

(1) 承上題，試求兩顆骰子點數都是質數機率為何？

◎具有不對稱性的情境下之機率

(6) 投擲一個瓶蓋著地後可能有以下三個情況：

① 瓶蓋口朝上 ② 瓶蓋側邊著地 ③ 瓶蓋口朝下



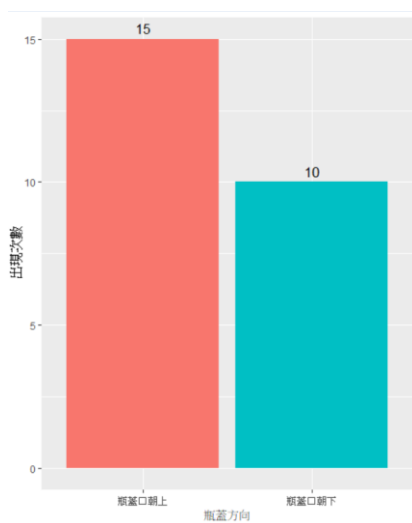
請以實驗的方式記錄分別投擲 25、50、100、200、400、800 次之後各種情形出現的次數，並以長條圖說明。



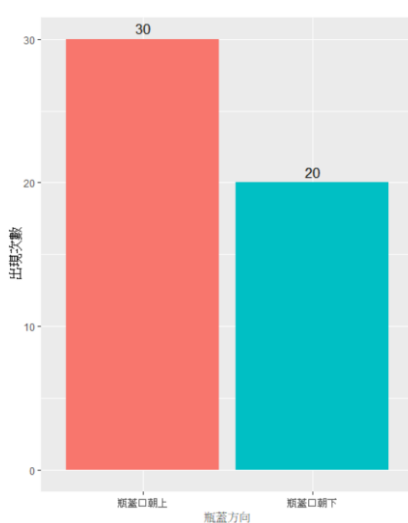
解：

瓶蓋著地各種情況的記錄表

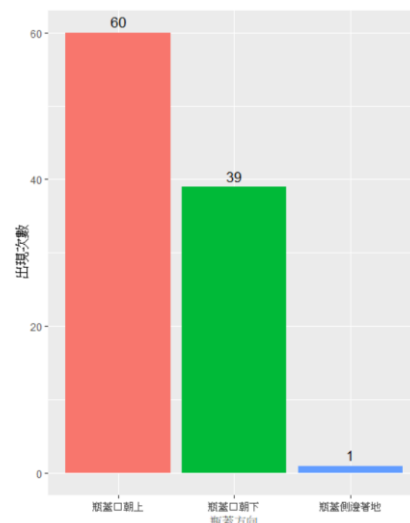
瓶蓋著地 後的結果 \ 投擲次數	25 次	50 次	100 次	200 次	400 次	800 次
瓶蓋口朝上	15	30	60	108	234	464
瓶蓋口朝下	10	20	39	88	161	323
瓶蓋側邊著地	0	0	1	4	5	13



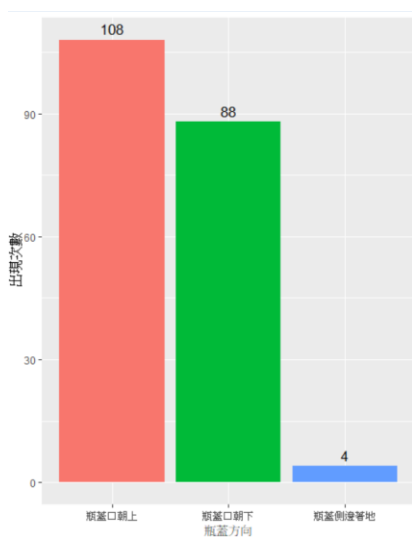
(圖 1：投擲 25 次)



(圖 2：投擲 50 次)



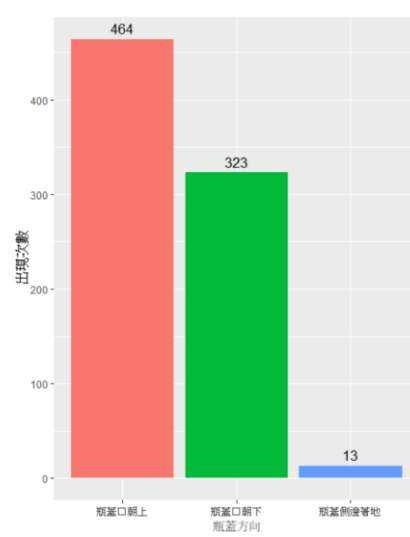
(圖 3：投擲 100 次)



(圖 4：投擲 200 次)



(圖 5：投擲 400 次)



(圖 6：投擲 800 次)

- (1) 由上可知，不管投擲瓶蓋幾次，我們發現瓶蓋著地後三種結果(瓶蓋口朝上、瓶蓋口朝下及瓶蓋側邊著地)發生的次數並不一樣，所以不能說這三種結果發生的機率都是 $\frac{1}{3}$ 。
- (2) 如果一件事情有 n 種結果，但是每種結果發生的機會不是都相等時，那麼就不能說每種結果發生的機率都是 $\frac{1}{n}$ 。
- (3) 例如：箱子裡有 3 黑球及 2 白球，每個球被抽出的機會都相等，因為黑球個數比白球多，所以只抽出一球且是黑球的機率就不能說是 $\frac{1}{2}$ 。



小試身手

- (1) 一副撲克牌有 52 張，分為黑桃、紅心、方塊及梅花 4 種花色，每種花色各有 13 張，分別為 A、2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K，從撲克牌中任抽 1 張，假設每張牌被抽中的機率相等，請問抽中數字牌(2、3、4、5、6、7、8、9、10)的機率為何？
- (2) 志明、淑惠兩人坐同一班火車由永康站前往保安站，已知此班火車共有 4 節車廂，假設購票買到每個車廂的機率都相同，則兩人買到相同車廂座位的機率是多少？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9 年級數學

