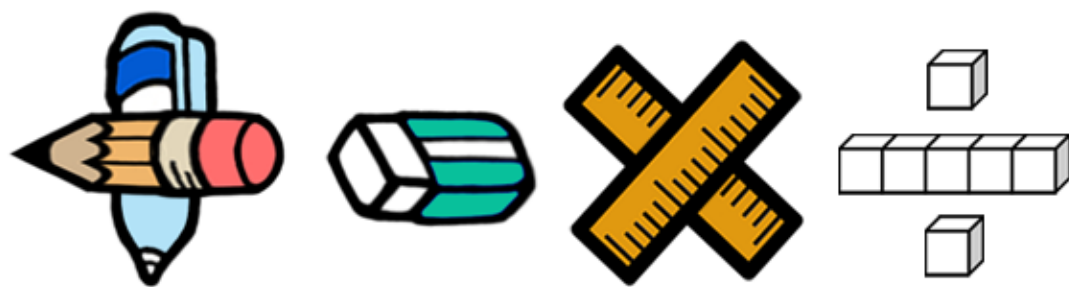


基本學習內容：SC-9-5-1、2

圓弧長公式 扇形面積公式

班級：_____

姓名：_____

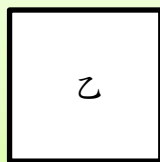


◎圓周率的意義

(1) 下圖是一些正方形，請問這些正方形周長是邊長的幾倍？



4 公分



6 公分

解：

甲正方形邊長 4 公分，周長為 $4 \times 4 = 16$ 公分。

甲正方形周長是邊長的 $16 \div 4 = 4$ 倍

乙正方形邊長 4 公分，周長為 $6 \times 4 = 24$ 公分。

乙正方形周長是邊長的 $24 \div 6 = 4$ 倍

答：正方形周長是邊長的 4 倍

(2) 下圖是一些正方形，請問這些正方形周長是對角線長的幾倍？



4 公分



6 公分

解：

甲正方形邊長 4 公分，周長為 $4 \times 4 = 16$ 公分，

對角線長 $\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ 公分。

甲正方形周長是對角線長的 $16 \div 4\sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ 倍。

乙正方形邊長 6 公分，周長為 $6 \times 4 = 24$ 公分，

對角線長 $\sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ 公分。

乙正方形周長是對角線長的 $24 \div 6\sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ 倍。

答：正方形周長是對角線長的 $2\sqrt{2}$ 倍

無論正方形的大小如何改變，正方形周長都是邊長的 4 倍，
正方形周長都是對角線長的 $2\sqrt{2}$ 倍。

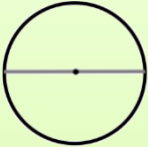

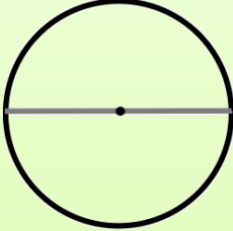




(3) 無論正方形大小為何，其周長固定為對角線長的 $2\sqrt{2}$ 倍。

那麼圓是否有類似的關係？

下圖是三個不同大小的圓形，請問這些圓的周長都是直徑的固定倍數嗎？

			
	甲圓	乙圓	丙圓
圓周長(公分)	56.5	37.8	72.2
直徑長(公分)	18	12	23

解：

	圓周長(公分)	直徑長(公分)	圓周長是直徑的幾倍(四捨五入到百分位)
甲圓	56.5	18	3.14
乙圓	37.8	12	3.15
丙圓	72.2	23	3.14

答：圓周長大約是直徑的 3.14 倍

1.無論圓的大小如何改變，圓周長大約都是直徑的 3.14 倍，
這個固定倍數我們稱為**圓周率**，數學上約定用 π 來代表圓周率，
也就是「圓周長 \div 直徑 $=\pi$ 」。

2.設圓的半徑為 r ，則

(1)圓周長=直徑 $\times\pi=2\pi r$ ，

(2)圓面積=半徑 \times 半徑 $\times\pi=\pi r^2$ 。



◎圓弧長

圓上兩條半徑和部分圓周所圍出的圖形稱為扇形。

部分圓周稱為扇形的「弧」；

兩條半徑間的夾角，稱為扇形的「圓心角」。



(4) 有一個 $\frac{1}{6}$ 圓，它的直徑是12公分。請問弧長是多少公分？

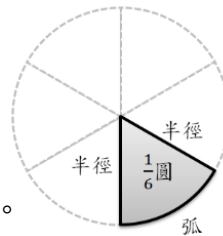
解：

$$12 \times \pi \times \frac{1}{6} = 2\pi$$

將圓分成 6 等份，

其中的一份是 $\frac{1}{6}$ 圓，

$\frac{1}{6}$ 圓的弧長是圓周長的 $\frac{1}{6}$ 。



答： 2π 公分

(5) 有一個半徑10公分的圓，試回答下列問題：

①圓心角為1度的扇形，請問弧長是多少公分？

②圓心角為13度的扇形，請問弧長是多少公分？

解：

①

圓心角為 1 度的扇形，弧長是圓周長的 $\frac{1}{360}$ ，

$$\text{弧長是 } 10 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{360} = \frac{1}{18} \pi。$$

②

圓心角為 13 度的扇形，弧長是圓周長的 $\frac{13}{360}$ ，

$$\text{弧長是 } 10 \times 2 \times \pi \times \frac{13}{360} = \frac{13}{18} \pi。$$

答：① $\frac{1}{18} \pi$ 公分 ② $\frac{13}{18} \pi$ 公分

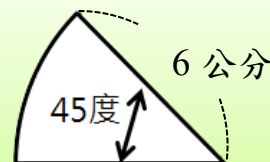


若圓的半徑為 r ，其中某弧所對應的圓心角為 x° ，則

$$\text{弧長} = \text{圓周長} \times \frac{x}{360} = 2\pi r \times \frac{x}{360}。$$



(6) 請問半徑6公分，圓心角為45度的扇形，弧長是多少公分？



解：

方法一：將圓心角 45 度與圓周角做轉換。

圓心角 45 度為 $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$ 的圓，因此

$$\text{弧長} = 2 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}\pi。$$

方法二：代入弧長公式。

$$\text{弧長} = 2 \times \pi \times 6 \times \frac{45}{360} = \frac{3}{2}\pi。$$

答： $\frac{3}{2}\pi$ 公分

(7) 請問半徑8公分，圓心角為135度的扇形，弧長是多少公分？

解：

方法一：將圓心角 135 度與圓周角做轉換

圓心角 135 度為 $\frac{135}{360} = \frac{3}{8}$ 的圓，因此

$$\text{弧長} = 2 \times \pi \times 8 \times \frac{3}{8} = 6\pi。$$

方法二：代入弧長公式。

$$\text{弧長} = 2 \times \pi \times 8 \times \frac{135}{360} = 6\pi。$$

答： 6π 公分



(8) 有一個半徑15公分的圓，在此圓中，若弧長為 10π 公分，求此弧所對應的圓心角為幾度？

解：

假設圓心角為 x°

$$10\pi = 2 \times \pi \times 15 \times \frac{x}{360}$$

$$10 = \frac{x}{12}$$

$$x = 120$$

答：120 度



隨堂練習

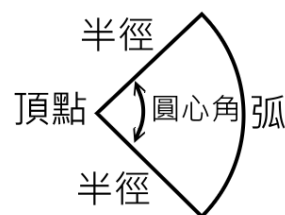
(1) 一個半徑為10公分的 $\frac{3}{10}$ 圓，請問弧長是多少公分？

(2) 半徑50公分的圓上，圓心角60度扇形的弧長是多少公分？



◎扇形面積

圓上兩條半徑和部分圓周所圍出的圖形稱為扇形，
部分圓周稱為扇形的「弧」；
兩條半徑間的夾角，稱為扇形的「圓心角」。
扇形區域的面積稱為扇形面積。



(9) 有一個 $\frac{1}{6}$ 圓，它的直徑是12公分。請問此扇形面積是多少平方公分？

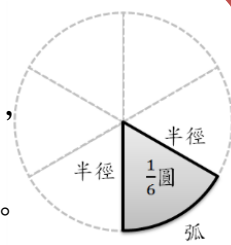
解：

$$12 \times 12 \times \pi \times \frac{1}{6} = 24\pi$$

將圓區域分成 6 等份，

其中的一份是 $\frac{1}{6}$ 圓的扇型區域，

$\frac{1}{6}$ 圓的扇形面積是圓面積的 $\frac{1}{6}$ 。



答： 24π 平方公分

(10) 有一個半徑10公分的圓，試回答下列問題：

- ①圓心角為1度的扇形，請問面積是多少平方公分？
- ②圓心角為13度的扇形，請問面積是多少平方公分？

解：

①

圓心角為 1 度的扇形，面積是圓面積的 $\frac{1}{360}$ ，

$$\text{面積是 } 10 \times 10 \times \pi \times \frac{1}{360} = \frac{5}{18}\pi。$$

②

圓心角為 13 度的扇形，面積是圓面積的 $\frac{13}{360}$ ，

$$\text{面積是 } 10 \times 10 \times \pi \times \frac{13}{360} = \frac{65}{18}\pi。$$

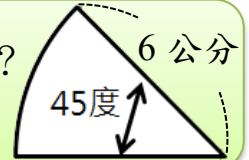
答：① $\frac{5}{18}\pi$ 平方公分 ② $\frac{65}{18}\pi$ 平方公分

若圓的半徑為 r ，扇形的圓心角為 x° ，則

$$\text{扇形面積} = \text{圓面積} \times \frac{x}{360} = \pi r^2 \times \frac{x}{360}。$$



(11) 請問半徑6公分，圓心角為45度的扇形，面積是多少平方公分？



解：

方法一：將圓心角 45 度與圓周角做轉換。

圓心角 45 度為 $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$ 的圓，因此

$$\text{扇形面積} = \pi \times 6 \times 6 \times \frac{1}{8} = \frac{9}{2}\pi。$$

方法二：代入扇形面積公式。

$$\text{扇形面積} = \pi \times 6 \times 6 \times \frac{45}{360} = \frac{9}{2}\pi。$$

答： $\frac{9}{2}\pi$ 平方公分

(12) 請問半徑8公分，圓心角為135度的扇形，面積是多少平方公分？

解：

方法一：將圓心角 135 度與圓周角做轉換。

圓心角 135 度為 $\frac{135}{360} = \frac{3}{8}$ 的圓，因此

$$\text{扇形面積} = \pi \times 8 \times 8 \times \frac{3}{8} = 24\pi。$$

方法二：代入扇形面積公式。

$$\text{扇形面積} = \pi \times 8 \times 8 \times \frac{135}{360} = 24\pi。$$

答： 24π 平方公分



(13) 若扇形面積為 24π 公分，半徑 6 公分，求此扇型的圓心角為幾度？

解：

假設圓心角為 x°

$$24\pi = \pi \times 6 \times 6 \times \frac{x}{360}$$

$$24 = \frac{x}{10}$$

$$x = 240$$

答：240 度



隨堂練習

(1) 一個半徑為 10 公分的 $\frac{3}{10}$ 圓，請問扇形面積是多少平方公分？

(2) 半徑 12 公分的圓上，圓心角 60 度扇形的面積是多少公分？

(14) 一個半徑 10 公分，弧長是 10π 公分的扇形，請問扇形面積是多少平方公分？

解：

假設圓心角為 x°

$$\text{弧長 } 10\pi = 2 \times \pi \times 10 \times \frac{x}{360}$$

$$10 = \frac{x}{18}$$

$$x = 180$$

$$\text{扇形面積} = \pi \times 10 \times 10 \times \frac{180}{360} = 50\pi$$

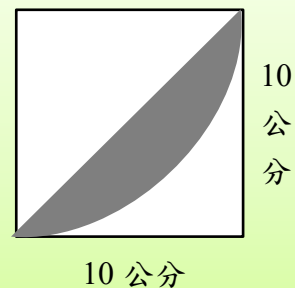
答：扇形面積是 50π 平方公分



隨堂練習

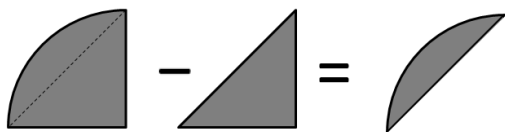
一個半徑10公分，面積是 25π 平方公分的扇形，請問此扇形弧長是多少公分？

(15) 如右圖，請問灰色部分面積是多少平方公分？



解：

如下圖



$\frac{1}{4}$ 圓面積，減去底、高是10公分的三角形，就會得到灰色部分面積。

$$\text{灰色部分面積} = \pi \times 10 \times 10 \times \frac{1}{4} - 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 25\pi - 50$$

答： $25\pi - 50$ 平方公分

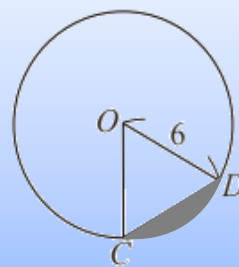


隨堂練習

如右圖，圓O的半徑為6公分，且 $\triangle COD$ 為正三角形，則：

①灰色弓形的面積為多少平方公分？

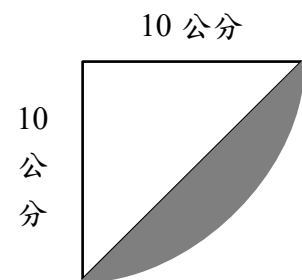
②灰色弓形的周長為多少公分？





小試身手

1. 一個半徑為5公分的 $\frac{3}{5}$ 圓，請問弧長是多少公分？扇型面積是多少平方公分？
2. 一個半徑為6公分，圓心角為100度的扇型，請問弧長是多少公分？扇型面積是多少平方公分？
3. 一個半徑15公分，弧長是 10π 公分的扇形，請問扇形面積是多少平方公分？
4. 如下圖，圓O的半徑為10公分，則灰色弓形的周長為多少公分？





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9 年級數學

