

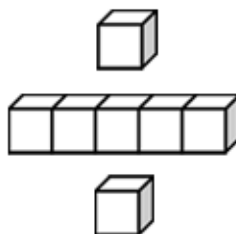


基本學習內容：SC-9-7-1

點與圓、直線與圓的位置關係

班級：_____

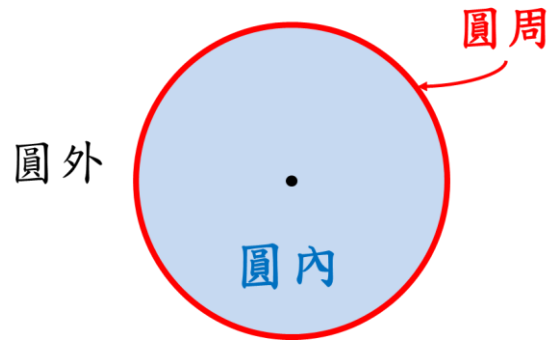
姓名：_____



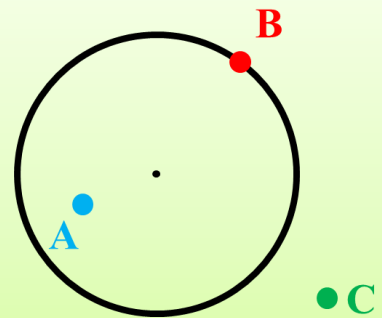
◎複習活動 I

圓內、圓周和圓外

如下圖，圓形將平面分割為三個部分：圓內、圓周、圓外



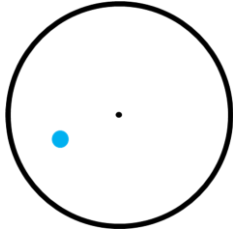
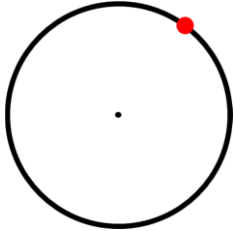
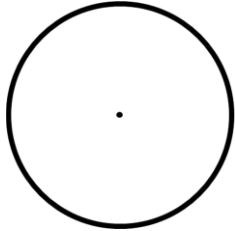
- (1) 如右圖，圓形將平面分割為三個部分。
說說看，A、B、C 三點分別在哪一部分？



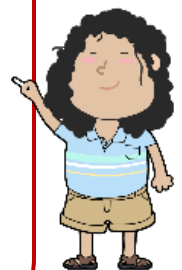
解：

我知道，A點在圓內、B點在圓周上、C點在圓外。

點與圓的位置關係：

點在圓內	點在圓上	點在圓外
		

點在圓周上也可以稱為點在圓上。



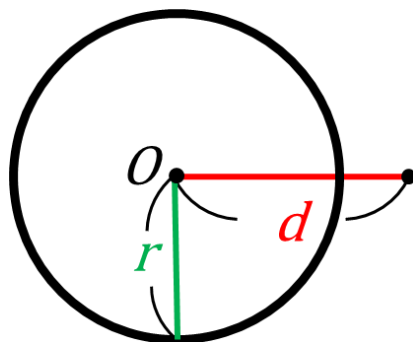


◎圓心到點的距離

如右圖，

r 表示圓半徑，

d 表示圓心到點的距離。

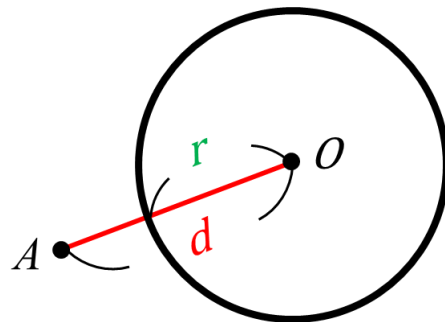


點與圓的位置關係中，圓心與點的距離有下列三種情況：

(1) 點在圓外

如右圖，圓心 O 到 A 點的距離大於半徑，

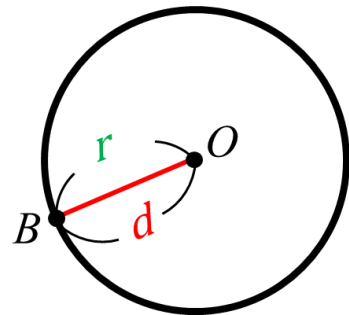
記為 $d > r$ 。



(2) 點在圓上

如右圖，圓心 O 到 B 點的距離等於半徑，

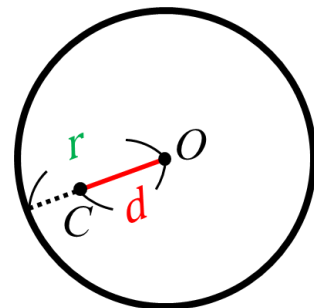
記為 $d = r$ 。



(3) 點在圓內

如右圖，圓心 O 到 C 點的距離等於半徑，

記為 $d < r$ 。



(2) 已知圓 O 的半徑為 3，如果圓心到 A 點的距離是 5，
則 A 點會在圓 O 的內部、圓上或者外部？

解：

方法一：如右圖，我把圖形畫出來，連接 \overline{OA} ， $\overline{OA} = 5$ 。

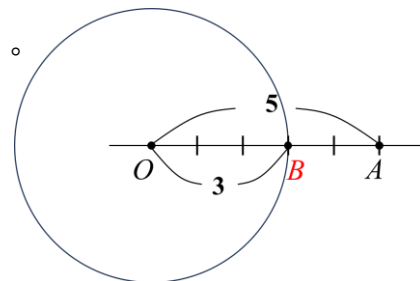
在 \overline{OA} 上取一點 B 使得 $\overline{OB} = 3$ 。

再以 O 為圓心、 \overline{OB} 為半徑畫圓，

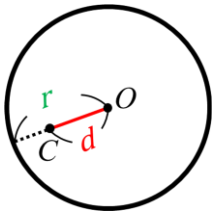
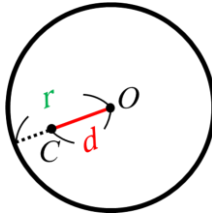
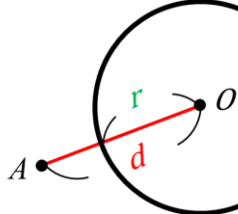
發現 A 點在圓外。

方法二：因為圓心到 A 點的距離 $5 >$ 圓 O 的半徑 3 ，

則 $\overline{OA} >$ 半徑，所以 A 點在圓外。



點與圓的位置關係：

點在圓內	點在圓上	點在圓外
$d < r$	$d = r$	$d > r$
		



(3) 已知圓 O 的半徑為 5，如果圓心到 A 、 B 、 C 三點的距離
分別為 3、5、9，則 A 、 B 、 C 三點與圓 O 的位置關係為何？

解：

我把「圓心到點的距離」和「圓的半徑」做比較，發現：

① 「圓心到 A 點的距離 3」 $<$ 「圓的半徑 5」，所以 A 點在圓內。

② 「圓心到 B 點的距離 5」 $=$ 「圓的半徑 5」，所以 B 點在圓上。

③ 「圓心到 C 點的距離 9」 $>$ 「圓的半徑 5」，所以 C 點在圓外。



◎直線與圓的位置關係

如下圖一，平面上有一個圓 O 與一條直線 L ，直線 L 與圓 O 沒有交點。

如下圖二，將直線 L 水平向右移動，緩緩向圓 O 靠近，剛好與圓 O 產生1個交點。

如下圖三，將直線 L 繼續向右水平移動，與圓 O 產生2個交點。

如下圖四，將直線 L 繼續向右水平移動，與圓 O 仍有2個交點。

如下圖五，將直線 L 繼續向右水平移動，恰好與圓 O 剩下1個交點。

如下圖六，將直線 L 繼續向右水平移動，直線 L 與圓 O 沒有交點。

直線與圓不相交	直線與圓恰交於一點	直線與圓相交於兩點
圖一	圖二	圖三
直線與圓不相交	直線與圓恰交於一點	直線與圓不相交
圖四	圖五	圖六

複習活動 II

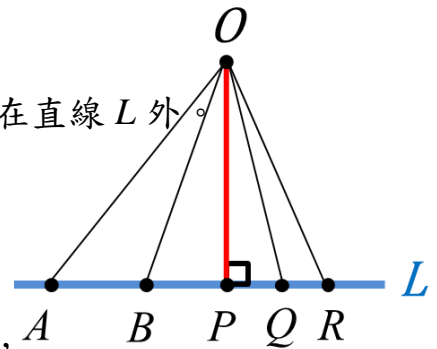
「點到直線的距離」

如右圖，A、B、P、Q、R 這 5 個點在直線 L 上，O 點在直線 L 外。

連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} 、 \overline{OQ} 、 \overline{OR} 。已知 $\overline{OP} \perp L$ ，

則 \overline{OP} 為 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OP} 、 \overline{OQ} 、 \overline{OR} 中長度最短的線段，

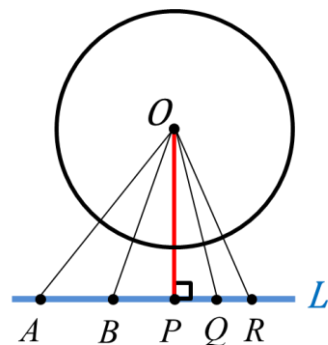
所以 O 點到直線 L 的距離就是 \overline{OP} 。



◎圓心到直線的距離

如右圖，因為 $\overline{OP} \perp L$ ，

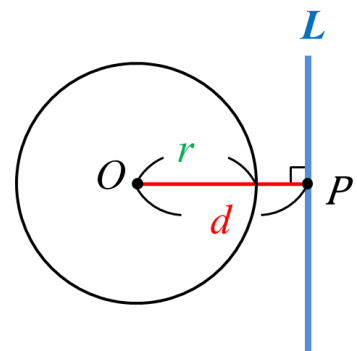
所以圓心 O 到直線 L 的距離為 \overline{OP} 。



如右圖，

r 表示圓半徑，

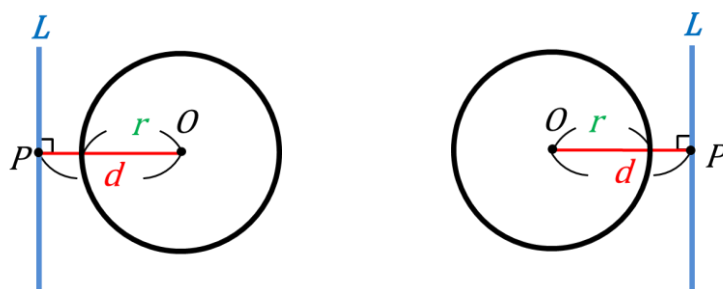
d 表示圓心到點的距離。



直線與圓的位置關係中，圓心與直線的距離有下列三種情況：

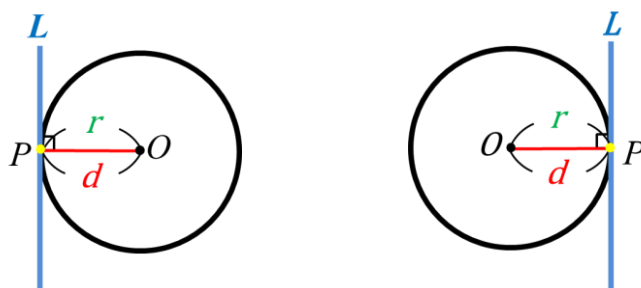
(1) 直線與圓不相交(沒有交點)

如下圖，直線與圓不相交表示「直線上每一點都在圓的外部」，
所以「圓心 O 到直線上任意一點的距離」都大於半徑，
表示「圓心 O 到直線 L 的距離 d 」大於「半徑 r 」，記為 $d > r$ 。



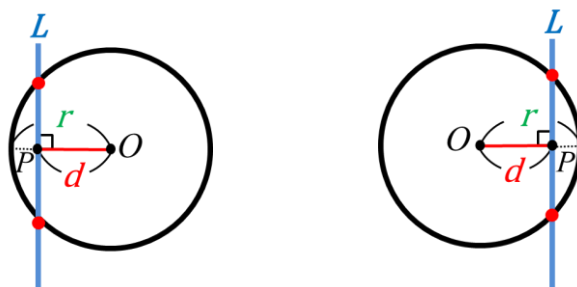
(2) 直線與圓恰交於一點(1 個交點)

如下圖，直線與圓恰交於一點表示「直線上恰有一點 P 在圓上，
其它點都在圓的外部」，
所以「圓心 O 到 P 點的距離」就是「圓心到直線的距離」。
所以「圓心 O 到直線 L 的距離 d 」等於「半徑 r 」，記為 $d = r$ 。



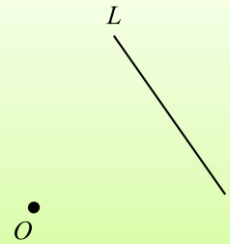
(3) 直線與圓相交於兩點(2 個交點)

如下圖，直線與圓相交於兩點表示「直線上恰有 2 個點在圓上，
在此 2 點之間的點都在圓內部，其它的點都在圓外部」。
所以「圓心 O 到直線 L 的距離 d 」小於「半徑 r 」，記為 $d < r$ ，



(4) 右圖有一點 O 與一直線 L 。

已知 O 點到直線 L 的距離為 4，圓 O 的半徑是 5，
請問圓 O 與直線 L 有幾個交點？



解：

方法一：如右圖，

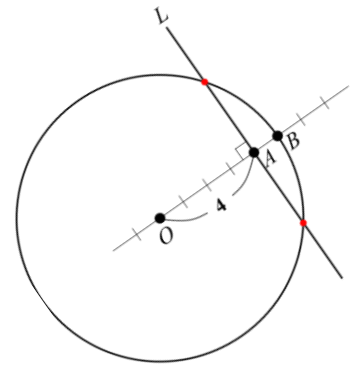
我作一條過 O 點且垂直 L 的直線，交點為 A ，

\overline{OA} 就是 O 點到直線 L 的距離，所以 $\overline{OA}=4$ 。

在 \overline{OA} 上取一點 B ，使得 $\overline{OB}=5$ ，

以 O 為圓心， $\overline{OB}=5$ 為半徑畫圓，

發現圓 O 與直線 L 有 2 個交點。



方法二：我把「圓心 O 到直線 L 的距離」和「圓的半徑」做比較，

發現「圓心到直線 L 的距離為 4」<「圓的半徑 5」，

所以圓 O 與直線 L 有 2 個交點。

直線與圓的位置關係：

直線與圓不相交	直線與圓恰交於一點	直線與圓相交於兩點
$d > r$	$d = r$	$d < r$





(5) 已知圓 O 的半徑為 10，若圓心到三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的距離分別為 7、10、13，則 L_1 、 L_2 、 L_3 與圓 O 分別有幾個交點？

解：

我把「圓心到直線的距離」和「圓的半徑」做比較，發現：

- ① 「圓心到直線 L_1 的距離為 7」 $<$ 「圓的半徑 10」，
所以直線 L_1 與圓 O 相交於兩點，有 2 個交點。
- ② 「圓心到直線 L_2 的距離為 10」 $=$ 「圓的半徑 10」，
所以直線 L_2 與圓 O 恰交於一點，有 1 個交點。
- ③ 「圓心到直線 L_3 的距離為 13」 $>$ 「圓的半徑 10」，
所以直線 L_3 與圓 O 不相交，沒有交點。



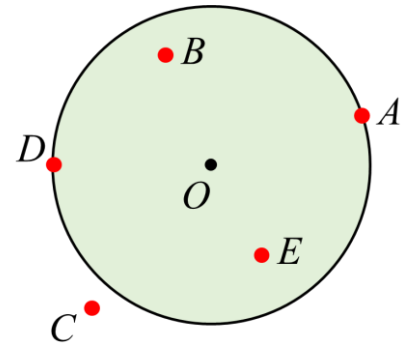
小試身手

(1) 如右圖，判斷 A 、 B 、 C 、 D 、 E 各點與圓 O 的位置關係：

① 在圓外的點是：_____。

② 在圓上的點是：_____。

③ 在圓內的點是：_____。



(2) 承上題，圓 O 的半徑為 r ，分別連接 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 、 \overline{OD} 、 \overline{OE} ，

請比較 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 、 \overline{OD} 、 \overline{OE} 與 r 的大小關係(填入 $>$ 、 $<$ 、或 $=$)。

① \overline{OA} _____ r 。 ② \overline{OB} _____ r 。 ③ \overline{OC} _____ r 。

④ \overline{OD} _____ r 。 ⑤ \overline{OE} _____ r 。

(3) 已知圓 O 的半徑 $\overline{OA} = r$ ，且直線 L 和 \overline{OA} 垂直於 A 點。

如右圖，在下列各空格中填入適當的答案：

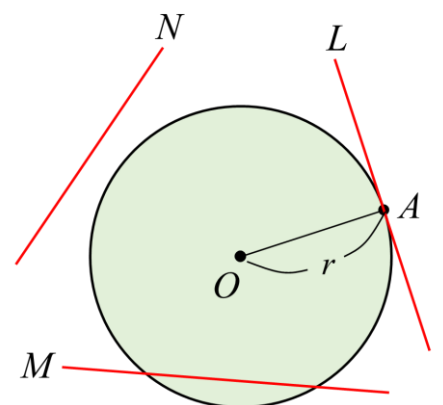
① 直線 L 與圓 O 有 _____ 個交點。

② 直線 M 與圓 O 有 _____ 個交點。

③ 直線 N 與圓 O 有 _____ 個交點。

④ 假設圓心 O 到直線 M 、 N 的距離分別為 r_1 、 r_2 ，

則 r 、 r_1 、 r_2 的大小順序為 _____ $>$ _____ $>$ _____。





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9 年級數學

