

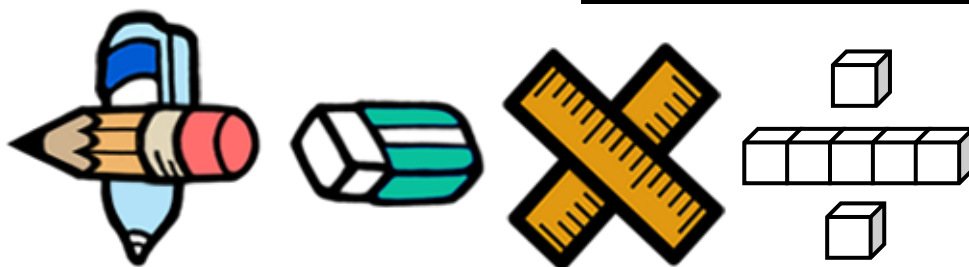
基本學習內容: 6-nc-09-1

能認識比和比值，並解決生活中的問題

【教師用】

學校：_____

姓名：_____





分年細目：

6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

基本學習內容：

6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

基本學習表現：

6-ncp-09-1 能認識比。

6-ncp-09-2 能認識相等的比。

6-ncp-09-3 能利用比的概念解決生活中的問題。

6-ncp-09-4 能認識比值。

6-ncp-09-5 能利用比值的概念解決生活中的問題。

6-ncp-09-6 能認識最簡單整數比。

概要說明：

- 本基本學習內容為 5-n-14 之後續學習概念，故學生應該已經認識比率、百分率及其在生活中的應用。

本基本學習內容將部份與全體比率的情境，延伸至基準量與比較量比或比值的情境。

- 以甲=8、乙=5 為例，有二種溝通「乙：甲的比值」的方法。

(1) 乙：甲 = $5:8 = \frac{5}{8}:1$ ，因為數學上將基準量都看成 1，因此可以將基準量 1 省略不記，只記比較量 $\frac{5}{8}$ ，並稱 $5:8 = \frac{5}{8}:1 = \frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$ 為 5：8 的比值。

$a:b = \frac{a}{b}:1 = \frac{a}{b}$ ，稱 a：b 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

(2) 乙：甲 = $5:8 = 5 \div 8 = \frac{5}{8}$ ， $5 \div 8$ 指的是將基準量甲看成 1 時，比較量乙會是 $\frac{5}{8}$ ，並稱乙：甲 = $5:8 = 5 \div 8 = \frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$ 為 5：8 的比值。

$a:b = a \div b = \frac{a}{b}$ ，稱 a：b 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

- 最簡單整數比是很多相等的比比較的結果，教師不宜透過直接宣告「一個整數比的前項和後項互質，我們稱這個整數比為最簡單整數比」的方式引入最簡單整數比。教師應透過比較活動引入最簡單整數比，例如列出一些和 3：5 相等的整數比 6：10、15：25、60：100 等，說明這些整數比中，3：5 的前項和後項最小，我們稱 3：5 為這些相等整數比中的最簡單整數比，再說明最簡單整數比的前項和後項會互質。當學生學過最簡單整數比 3：5 後，最簡單整數比 3：5 指的是 3 份：5 份，其中的 1 份可以是任意的整數，也可以擴充至任意的數。
- 教師可以引入「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的性質，幫助學生較有效率的解決四項比例式(相等的比)的問題。



基本學習內容：6-nc-09-1

以「 $3:5=\square:15$ 」為例，說明為什麼外項乘以外項會等於內項乘以內項。

$$3:5=\square:15$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{\square}{15} \text{ (兩個比相等，則兩個比的比值也相等)}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \times 15}{5 \times 15} = \frac{\square \times 5}{15 \times 5} \text{ (以 } 5 \times 15 \text{ 為公分母，將 } \frac{3}{5} \text{ 和 } \frac{\square}{15} \text{ 通分)}$$

$$\Rightarrow 3 \times 15 = \square \times 5 \text{ (兩個相等分數的分母及分子都會相等)}$$

看著原問題「 $3:5=\square:15$ 」和結果「 $3 \times 15 = \square \times 5$ 」，發現兩者間有「外項乘以外項會等於內項乘以內項」的關係。



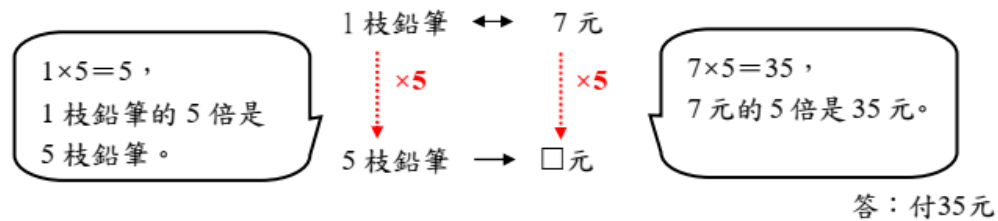
基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(1) 恩典文具店，1 枝鉛筆賣 7 元。樂樂買 5 枝鉛筆，要付多少元？

方法一：

1 枝鉛筆 7 元， $7 \times 5 = 35$ ，5 枝鉛筆 35 元。

方法二：



(2) 恩典文具店，2 塊橡皮擦賣 15 元。恩恩買 6 塊橡皮擦，要付多少元？

方法一：

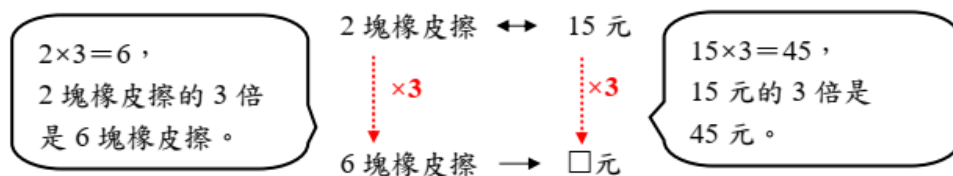
2 塊 \leftrightarrow 15 元

2 塊 \leftrightarrow 15 元

2 塊 \leftrightarrow 15 元

6 塊 \rightarrow 45 元

方法二：



答：付 45 元

「2 塊橡皮擦賣 15 元」和「6 塊橡皮擦賣 45 元」的售價關係是一樣的，
可以記作 $2 : 15 = 6 : 45$ 。

「2 塊橡皮擦賣 15 元」的關係，記作 $2 : 15$ 。

「6 塊橡皮擦賣 45 元」的關係，記作 $6 : 45$ 。





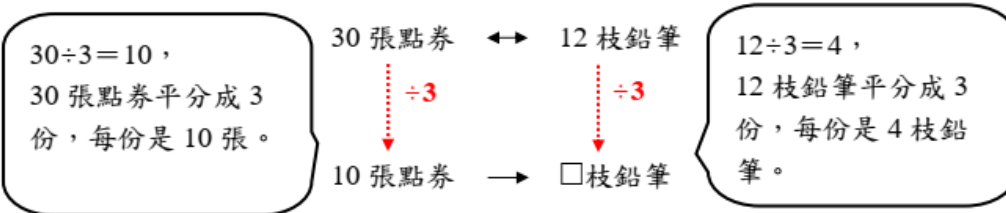
教材內容說明

1. 本教材第 1~4 頁提供各種不同情境的比的問題，幫助學生在解題的過程中理解比的意義。
2. 第(1)題是一對多的交換問題(1 枝筆換 7 元)，可以將其視為乘法問題，也可以視為比的問題，本教材提供兩種解題的方法。
方法一：將本題視為乘法問題，只處理「元」一個單位，利用加法(加 5 枝看成加 5 次)或乘法(加 5 枝看成 5 倍)來解題。
方法二：將本題視為比的問題，同時處理「元」和「枝」兩個單位。在尚未引入比的記法前，本教材利用關係式來解題。關係式中先強調 1 枝鉛筆賣 7 元的關係，再幫助學生發現 5 枝鉛筆是 1 枝鉛筆的 5 倍，所以要付的錢也是 7 元的 5 倍，可以用算式「 $7 \times 5 = 35$ 」算出買 5 枝鉛筆要付 35 元。
● 如果學生利用方法一解題，教師應引導學生利用方法二來解題。
3. 第(2)題是二對多的交換問題(2 塊換 15 元)，其中 6 塊是 2 塊的整數倍，本教材提供兩種解題方法。
方法一：將「2 塊橡皮擦賣 15 元」視為一個單位，重複三次「2 塊橡皮擦賣 15 元」，可以得到 6 塊橡皮擦賣 45 元的答案。
方法二：透過關係式解題，先說明 2 塊橡皮擦賣 15 元的關係。再幫助學生發現 6 塊橡皮擦是 2 塊橡皮擦的 3 倍，所以要付的錢也是 15 元的 3 倍，可以用乘法「 $15 \times 3 = 45$ 」算出買 6 塊橡皮擦要付 45 元。
4. 本頁最後先引入相等的比的記法，「2 塊橡皮擦賣 15 元」和「6 塊橡皮擦賣 45 元」的售價相同，可以記成「 $2 : 15 = 6 : 45$ 」。
● 「2 塊橡皮擦賣 15 元」的關係可以記成「 $2 : 15$ 」，「6 塊橡皮擦賣 45 元」的關係可以記成「 $6 : 45$ 」。



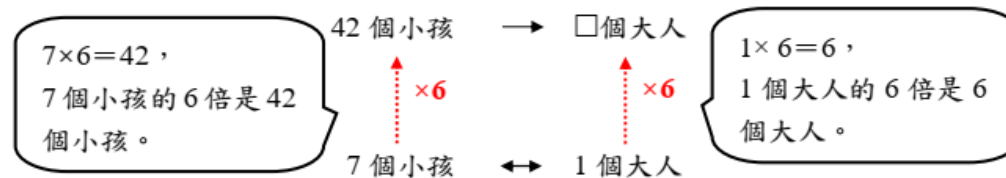
基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(3) 恩恩用 30 張點券換 12 枝鉛筆。10 張點券可以換多少枝鉛筆？



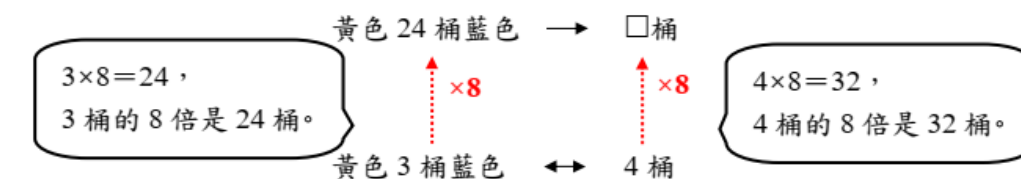
答：可以換 4 枝鉛筆

(4) 親子趣味競賽，42 個小孩需要有幾個大人，才能剛好 7 個小孩和 1 個大人一組？



答：需要 6 個大人

(5) 用 24 桶黃色油漆和幾桶藍色油漆一起調色，才能調出以 3 桶黃色油漆和 4 桶藍色油漆為比例所調出的顏色相同？



答：32 桶藍色油漆



教材內容說明

1. 本教材第 1~4 頁提供各種不同情境的比的問題，幫助學生在解題的過程中理解比的意義。
2. 第(3)題是多對多的交換問題(30 張換 12 枝)，其中 10 張點券是 30 張點券的單位分數倍，本教材只提供透過關係式解題的方法。
 - 透過關係式解題，先說明 30 張點券換 12 枝鉛筆的關係，再幫助學生發現 10 張點券是 30 張點券的 $\frac{1}{3}$ 倍，所以可以換的鉛筆枝數也是 12 枝的 $\frac{1}{3}$ 倍，可以用除法「 $12 \div 3 = 4$ 」算出 10 張點券可以換 4 枝鉛筆。
 - 列出關係式成功解題後，教師可以要求學生用算式「 $30 \div 10 = 3$ ， $12 \div 3 = 4$ 」記錄解題過程。
3. 第(4)題是多對多的組合問題(7 個小孩和 1 個大人)，其中 42 個小孩是 7 個小孩整數倍，本教材只提供透過關係式解題的方法。
 - 透過關係式解題，先說明 7 個小孩和 1 個大人 1 組的關係，再幫助學生發現 42 個小孩是 7 個小孩的 6 倍，所以需要的大人也是 1 個大人的 6 倍，可以用乘法「 $1 \times 6 = 6$ 」算出 42 個小孩需要 6 個大人。
4. 第(5)題是多對多的組合問題(3 桶黃油漆和 4 桶藍油漆)，其中 24 桶是 3 桶的整數倍，本教材提供透過關係式解題的方法。
 - 透過關係式解題，先說明 3 桶黃色油漆搭配 4 桶藍色油漆的關係，再幫助學生發現 24 桶黃色油漆是 3 桶黃色油漆的 8 倍，所以需要的藍色油漆也是 4 桶的 8 倍，可以用乘法「 $4 \times 8 = 32$ 」算出需要 32 桶藍色油漆。
 - 列出關係式成功解題後，教師可以要求學生用算式「 $24 \div 3 = 8$ ， $4 \times 8 = 32$ 」記錄解題過程。



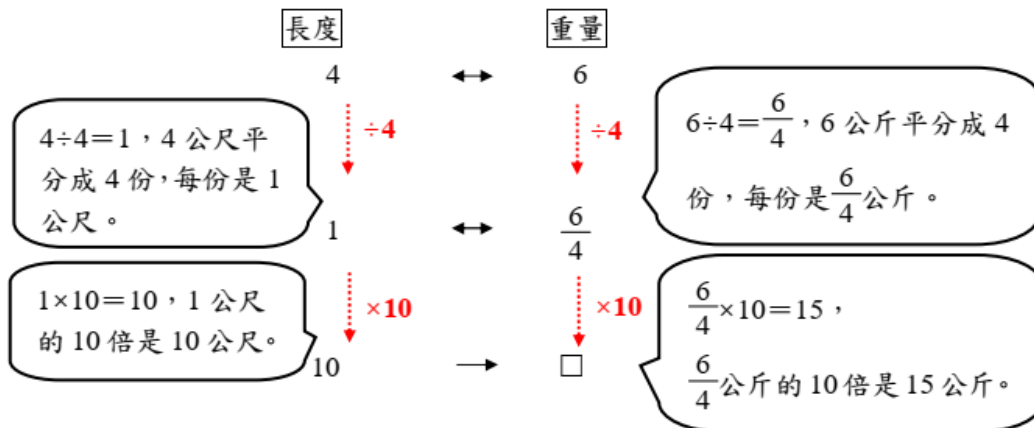
基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(6) 4 公尺長的鐵線重 6 公斤，10 公尺長的鐵線重多少公斤？

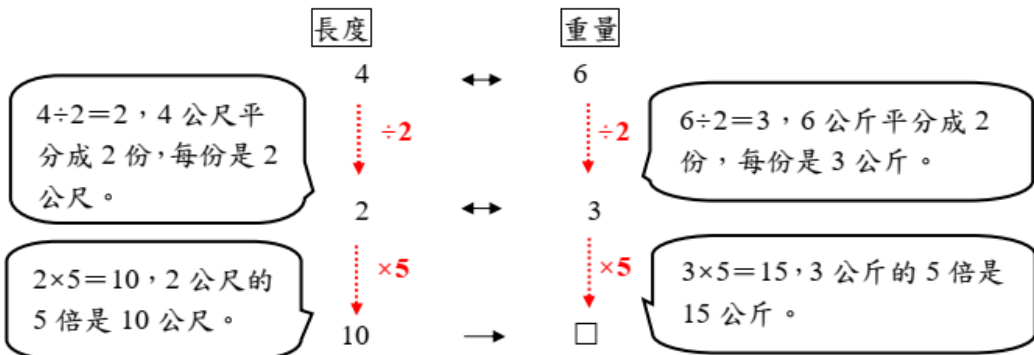
6 不是 4 的整數倍，10 公尺也不是 4 公尺的整數倍，應該怎麼辦？



方法一：



方法二：



答：重 15 公斤



教材內容說明

1. 本教材第 1～4 頁提供各種不同情境的比的問題，幫助學生在解題的過程中理解比的意義。
2. 第(6)題是多對多的密度問題(鐵絲具備 4 公尺長重 6 公斤關係)，其中 10 公尺是 4 公尺的分數倍，本教材提供兩種解題方法。

方法一：透過關係式解題，先說明 4 公尺重 6 公斤的關係。再幫助學生發現將長 4 公尺的鐵線分成 4 段，每段是 1 公尺。

1 公尺是 4 公尺的 $\frac{1}{4}$ 倍，所以長 1 公尺的鐵線重量是 6 公斤的 $\frac{1}{4}$ 倍。可以用除法

$6 \div 4 = \frac{6}{4}$ ，算出 1 公尺重 $\frac{6}{4}$ 公斤。最後，幫助學生發現 10 公尺是 1 公尺的 10 倍，

所以重量也是 $\frac{6}{4}$ 公斤的 10 倍，可以用乘法「 $\frac{6}{4} \times 10 = 15$ 」，算出 10 公尺的鐵線重 15 公斤。

方法二：先透過關係式得到「2 公尺重 3 公斤」的關係。再將「2 公尺重 3 公斤」視為一個單位，重複五次「2 公尺重 3 公斤」，可以得到「10 公尺重 15 公斤」的答案。



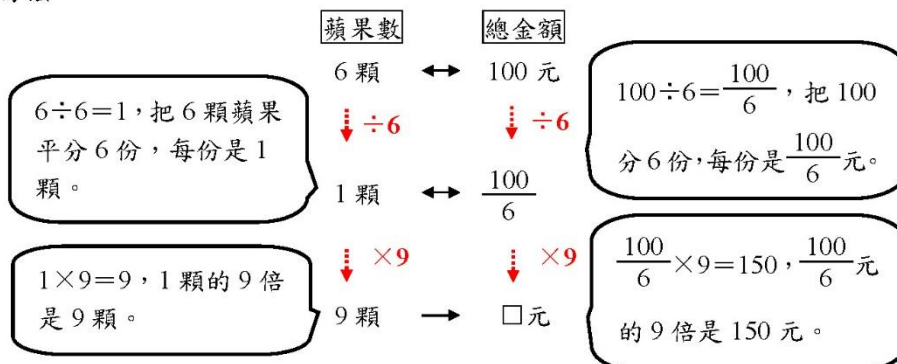
基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(7) 奶奶買 6 顆蘋果付了 100 元。買 9 顆同樣的蘋果要付多少元？

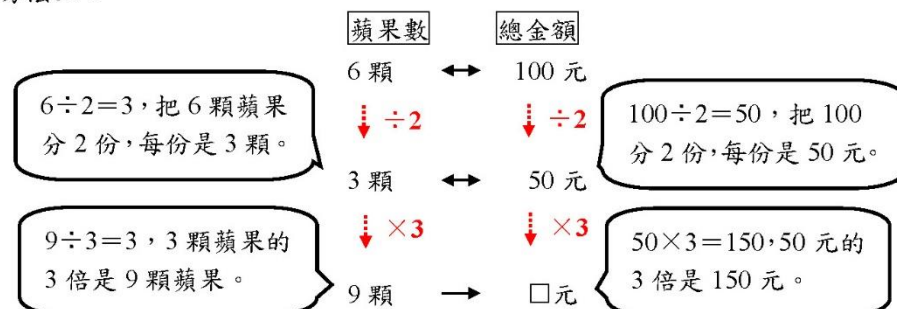
100 不是 6 的整數倍，9 顆也不是 6 顆的整數倍，應該怎麼辦？



方法一：



方法二：



答：付 150 元

「6 顆蘋果付 100 元」和「買 9 顆蘋果付 150 元」的售價關係是一樣的，我們可以記作 $6:100=9:150$ 。

「 $6:100$ 」是「買 6 顆蘋果付 100 元」的關係。

「 $9:150$ 」是「買 9 顆蘋果付 150 元」的關係。

「 $:$ 」是比的符號。在日常生活中，可以用「比」表示兩個數量的關係





教材內容說明

1. 本教材第 1～4 頁提供各種不同情境的比的問題，幫助學生在解題的過程中理解比的意義。

2. 第(7)題是多對多的交換問題，其中 9 顆是 6 顆的分數倍，本教材提供兩種解題方法。

方法一：透過關係式解題，先說明買 6 顆要付 100 元的關係。再幫助學生發現將 6 顆蘋果

平分成 6 份，每 1 份是 1 顆。1 顆是 6 顆的 $\frac{1}{6}$ 倍，所以 1 顆蘋果的價錢是 100 元

的 $\frac{1}{6}$ 倍。可以用除法 $100 \div 6 = \frac{100}{6}$ ，算出 1 顆蘋果是 $\frac{100}{6}$ 元。最後，幫助學生發現

9 顆是 1 顆的 9 倍，所以價錢也是 $\frac{100}{6}$ 元的 9 倍，可以用乘法「 $\frac{100}{6} \times 9 = 150$ 」，算

出買 9 顆蘋果花 150 元的答案。

方法二：先透過關係式得到「買 3 顆蘋果要付 50 元」的關係。再將「買 3 顆蘋果要付 50 元」視為一個單位，重複三次「買 3 顆蘋果要付 50 元」，可以得到「9 顆花 150 元」的答案。

3. 本頁最後先引入相等的比的記法，「買 6 顆花了 100 元」和「買 9 顆花了 150 元」的售價相同，可以記成 $6:100=9:150$ 。「 $6:100$ 」是「買 6 顆蘋果花了 100 元」的關係；「 $9:150$ 」：是「買 9 顆蘋果花了 150 元」的關係。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

- (1)「爸爸花 200 元買了 3 顆梨子，800 元可以買幾顆同樣的梨子？」
怎麼把題目記下來？

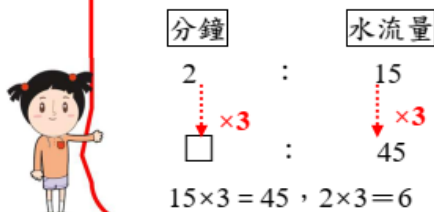
我們可以先用□表示梨子的顆數，
「200元買3顆梨子」的關係，可以記作 $200:3$ ，
「800元買□顆梨子」的關係，可以記作 $800:\square$ ，
「200元買3顆梨子」和「800元買□顆梨子」的關係一樣，
我們可以記作 $200:3=800:\square$ 。



- (2)水龍頭打開 2 分鐘，會流出 15 公升的水。水龍頭打開幾分鐘，會流出 45 公升的水？

假設水龍頭打開□分鐘，先將題目記下來， $2:15=\square:45$ 。

方法一：



方法二：

$$2:15=\square:45$$

$15 \times 3 = 45, 2 \times 3 = 6$
 $\square = 6$



答：6 分鐘

- (3)水龍頭 4 分鐘流出 10 公升的水，18 分鐘流出多少公升的水？

假設流出□公升的水，先將題目記下來， $4:10=18:\square$

$$4:10=18:\square$$

因為 $4:10=4 \times 18:10 \times 18$ ， $18:\square=18 \times 4:\square \times 4$ ，
所以 $4 \times 18:10 \times 18=18 \times 4:\square \times 4$
 $10 \times 18=\square \times 4$
 $\square \times 4=10 \times 18$
 $\square \times 4 \div 4=10 \times 18 \div 4$
 $\square=10 \times 18 \div 4=45$



答：45 公升



教材內容說明

1. 本教材第 5～8 頁的教學重點是比的應用。

2. 第(1)題是多對多的交換問題，請老師示範，幫助學生利用相等的比來記錄問題。

- 「花 200 元買 3 顆」和「花 150 元買□顆」的售價相同，可以記成 $200:3=150:\square$ 。

3. 第(2)題是多對多的水流問題，請學生先用相等的比來記錄問題，再進行解題的活動。

本教材提供兩種解題的方法：

方法一：透過關係式解題，先說明 2 分鐘流出 15 公升的關係。再幫助學生發現 45 公升是 15 公升的 3 倍，2 分鐘的 3 倍是 6 分鐘，可以用乘法「 $15\times 3=45$ ， $2\times 3=6$ 」，算出水龍頭打開 6 分鐘會流出 45 公升水的答案。

方法二：利用相等的比的解題。幫助學生發現 45 公升是 15 公升的 3 倍，2 分鐘的 3 倍是 6 分鐘，可以用乘法「 $15\times 3=45$ ， $2\times 3=6$ 」，算出水龍頭打開 6 分鐘會流出 45 公升水的答案。

4. 第(3)題是多對多的水流問題，請學生先用相等的比來記錄問題，再進行解題的活動。

本教材只提供利用相等的比解題的方法。

「4 分鐘流出 10 公升的水」和「18 分鐘流出□公升的水」關係相同，可以記成 $4:10=18:\square$ 。

因為 $4:10=4\times 18:10\times 18$ （相等的比），

$18:\square=18\times 4:\square\times 4$ （相等的比），所以 $10\times 18=\square\times 4$ ， $\square\times 4=10\times 18$ ， $\square\times 4\div 4=10\times 18\div 4$ ， $\square=45$ 。

- 本教材只提供利用等量公理解題的方法，如果學生利用乘除互逆的概念來解題，教師也應該接受。

- 本教材在下一頁透過教師引入「內項乘以內項等於外項乘以外項」的解題方法。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

觀察記錄問題的算式 $4:10=18:\square$

和解題步驟中的算式 $\square \times 4 = 10 \times 18$ ，有什麼發現呢？

- 「 $\square \times 4 = 10 \times 18$ 」中，
等號左邊的「 $\square \times 4$ 」和「 $4:10=18:\square$ 」最前面和最後面的數相乘一樣。
等號右邊的「 10×18 」和「 $4:10=18:\square$ 」中間兩個數相乘一樣。
- 也就是，算式 $4:10=18:\square$ ，中間兩數的乘積 10×18 ，等於最前面和最後面兩數的乘積 $4 \times \square$ ， $10 \times 18 = 4 \times \square$ 。
- 透過「內項乘以內項等於外項乘以外項」的方法，可以快速算出 \square 的答案！以 $4:10=18:\square$ 為例，
內項乘以內項是將算式 $4:10=18:\square$ ，中間兩個數 10 和 18 相乘。
外項乘以外項是將算式 $4:10=18:\square$ ，最前面和最後面的數 4 和 \square 相乘。
「內項乘以內項等於外項乘以外項」指的是 10 乘以 18 的答案，和 4 乘以 \square 的答案一樣，也就是 $10 \times 18 = 4 \times \square$ 。





教材內容說明

1. 本教材第 5～8 頁的教學重點是比的應用
2. 延伸上一頁的解題活動，本頁由教師說明「內項乘以內項等於外項乘以外項」的解題方法。
本教材透過下列四個步驟說明「內項乘以內項等於外項乘以外項」的解題方法。
步驟一：學生解題成功後(請參閱上一頁第(3)題)，教師列出記錄問題的算式「 $4:10=18:\square$ 」和解題步驟中呈現的算式「 $\square \times 4 = 10 \times 18$ 」請學生觀察這兩個算式間有什麼關係。
步驟二：幫助學生發現：「 $\square \times 4 = 10 \times 18$ 」中等號左邊的「 $\square \times 4$ 」是「 $4:10=18:\square$ 」兩外項的乘積。等號右邊的「 10×18 」是「 $4:10=18:\square$ 」兩內項的乘積。
步驟三：引入「內項乘以內項等於外項乘以外項」的說法說明可以由「 $4:10=18:\square$ 」直接列出「 $\square \times 4 = 10 \times 18$ 」，稱這種方法為「內項乘以內項等於外項乘以外項」，也可以說成「內項乘積等於外項乘積」。
步驟四：幫助學生解題解「 $4:10=18:\square$ 」中 \square 的答案時，可以利用「內項乘以內項等於外項乘以外項」列出「 $\square \times 4 = 10 \times 18$ 」，列出「 $\square \times 4 = 10 \times 18$ 」後，就能利用等量公理或加減互逆的概念，較快速的算出答案。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(4) \square 是多少？用「內項乘以內項等於外項乘以外項」的方法，算算看。

① $3 : 12 = \square : 20$

③ $12 : \square = \frac{3}{4} : 6$

② $\square : 30 = 2.4 : 8$

④ $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} = 4 : \square$

① $3 : 12 = \square : 20$, $12 \times \square = 3 \times 20$, $12 \times \square = 60$,
 $12 \times \square \div 12 = 60 \div 12$, $\square = 5$



② $\square : 30 = 2.4 : 8$, $\square \times 8 = 30 \times 2.4$, $\square \times 8 = 72$,
 $\square \times 8 \div 8 = 72 \div 8$, $\square = 9$

③ $12 : \square = \frac{3}{4} : 6$, $\square \times \frac{3}{4} = 12 \times 6$, $\square \times \frac{3}{4} = 72$,
 $\square \times \frac{3}{4} \div \frac{3}{4} = 72 \div \frac{3}{4}$, $\square = 72 \div \frac{3}{4} = 72 \times \frac{4}{3} = 96$



④ $\frac{5}{6} : \frac{1}{3} = 4 : \square$, $\frac{5}{6} \times \square = \frac{1}{3} \times 4$, $\frac{5}{6} \times \square = \frac{4}{3}$,
 $\frac{5}{6} \times \square \div \frac{5}{6} = \frac{4}{3} \div \frac{5}{6}$, $\square = \frac{4}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

答：① $\square = 5$ ；② $\square = 9$ ；③ $\square = 96$ ；④ $\square = 1\frac{3}{5}$



教材內容說明：

1. 本教材第 5～8 頁的教學重點是比的應用。
2. 第(4)題限制學生利用「內項乘以內項等於外項乘以外項」的方法來解題，本題包含下面 4 個子問題。
 - 子問題①給定的數字都是整數。
 - 子問題②、子問題③、子問題④給定的數字包含分數或小數。
 - 教師可引導學生發現這 4 小題相等的比，前項和前項、後項和後項都不是整數倍的關係，所以用「內項乘以內項等於外項乘以外項」的方法比較容易算出答案。
 - 學生列出「內項乘以內項等於外項乘以外項」後，利用等量公理或利用加減互逆的概念來解題，教師都應該接受。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(5) 老闆用 500 毫升的紅茶和 300 毫升的牛奶調成奶茶。

- ① 1800 毫升的紅茶要加入多少毫升的牛奶，才能調成相同口味的奶茶？
- ② 120 毫升的紅茶要加入多少毫升的牛奶，才能調成相同口味的奶茶？
- ③ $\frac{1}{4}$ 公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？
- ④ 0.3 公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

① 假設加入牛奶 \square 毫升，

先將題目記下來

$$500 : 300 = 1800 : \square$$

$$500 : 300 = 1800 : \square, 500 \times \square = 300 \times 1800$$

$$500 \times \square = 540000,$$

$$500 \times \square \div 500 = 540000 \div 500$$

$$\square = 540000 \div 500 = 1080$$

② 假設加入牛奶 \square 毫升，

先將題目記下來

$$500 : 300 = 120 : \square$$

$$500 : 300 = 120 : \square, 500 \times \square = 300 \times 120$$

$$500 \times \square = 36000,$$

$$500 \times \square \div 500 = 36000 \div 500$$

$$\square = 36000 \div 500 = 72$$

③ 假設加入紅茶 \square 公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = \square : \frac{1}{4}$$

$$500 : 300 = \square : \frac{1}{4}, 300 \times \square = 500 \times \frac{1}{4},$$

$$300 \times \square = \frac{500}{4}, 300 \times \square \div 300 = \frac{500}{4} \div$$

$$300,$$

④ 假設加入紅茶 \square 公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = \square : 0.3$$

$$500 : 300 = \square : 0.3, 300 \times \square = 500 \times 0.3$$

$$300 \times \square = 150, 300 \times \square \div 300 = 150 \div 300,$$

$$\square = 150 \div 300 = 0.5$$

答：① 1080 毫升；② 72 毫升；③ $\frac{5}{12}$ 公升；④ 0.5 公升

**教材內容說明：**

1. 本教材第 5～8 頁的教學重點是比的應用。
2. 第(5)題給定由 500 毫公升紅茶和 300 毫升牛奶調成的奶茶情境，要求學生回答不同容量紅茶(牛奶)要加入多少牛奶(紅茶)，才能調出相同口味的奶茶，本題包含下面 4 個子問題。
子問題①要求回答 1800 毫升紅茶要加入多少牛奶。
子問題②要求回答 120 毫升紅茶要加入多少牛奶。
子問題③要求回答 $\frac{1}{4}$ 公升牛奶要加入多少紅茶。
子問題④要求回答 0.3 公升牛奶要加入多少紅茶。
本教材只提供「內項乘以內項等於外項乘以外項」的解題方法。
 - 本教材引入「內項乘以內項等於外項乘以外項」的解題方法，主要原因是為了國中階段解有未知數的比來鋪路，以有未知數的比 $x : x + 2 = 3 : 5$ 為例，學生只能利用「內項乘以內項等於外項乘以外項」來解題。
 - 學生列出「內項乘以內項等於外項乘以外項」後，利用等量公理或利用加減互逆的概念來解題，教師都應該接受。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

紅茶	牛奶
1800 公升	1080 公升
120 公升	72 公升
5 公升	3 公升
$\frac{5}{12}$ 公升	$\frac{1}{4}$ 公升
0.5 公升	0.3 公升

① 1800 毫升的紅茶和 1080 毫升的牛奶、

「120 公升的紅茶和 72 公升的牛奶」、

「5 公升的紅茶和 3 公升的牛奶」、

「 $\frac{5}{12}$ 公升的紅茶和 $\frac{1}{4}$ 公升的牛奶」、

「0.5 公升的紅茶和 0.3 公升的牛奶」

這樣所調製出的奶茶口味都一樣。

② 「1800 : 1080」、「120 : 72」、「5 : 3」、「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4}$ 」、「0.5 : 0.3」是相等的比。

「120 : 72」比「1800 : 1080」簡單，「5 : 3」比「120 : 72」簡單，

「5 : 3」比「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4}$ 」簡單，「5 : 3」也比「0.5 : 0.3」簡單。



5 和 3 互質，不能再記成更最簡單的整數比，我們稱「5 : 3」為這些比中的

「最簡單整數比」。

③ 上表中口味相同的奶茶，都可以看成 5 份紅茶和 3 份牛奶所調製而成的，

可以用最簡單整數比「紅茶：牛奶 = 5 : 3」，表示上表調製奶茶的方法。

例如：

「1800 : 1080 = 5 : 3」，指的是紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 360 毫升。

「120 : 72 = 5 : 3」，指的是紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 24 毫升。

「0.5 : 0.3 = 5 : 3」，指的是紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 0.1 公升。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是最簡單整數比及其應用。
2. 本頁給定紅茶和牛奶容量的表格，由教師說明最簡單整數比的意義。

本教材透過下列三個步驟幫助學生認識最簡單整數比。

步驟一：說明它們都能調出相同口味的奶茶「1800：1080」、「120：72」、「5：3」、「 $\frac{5}{12}$ ：

$\frac{1}{4}$ 」、「0.5：0.3」都是相等的比。

步驟二：透過比較簡單的比引入最簡單整數比「1800：1080」和「120：72」是相等的比，前、後項的數字都是整數，「120：72」前、後項的數字都比「1800：1080」小，我們稱「120：72」是比「1800：1080」簡單的整數比。在這些整數比中，因為 5 和 3 兩數互質，所以沒有辦法找出比「5：3」更簡單的整數比，我們稱「5：3」是最簡單的整數比。

步驟三：說明最簡單整數比「5：3」指的是調製奶茶的配方，5 份紅茶和 3 份牛奶可以調配出和上表口味相同的奶茶。

基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(6)右表是老闆用不同份量的冬瓜茶和檸檬汁，調成相同口味的冬瓜檸檬茶。
請算出 A、B、C、D 所代表的數字。

	冬瓜茶	檸檬汁
①	1400 毫升	A 毫升
②	B 毫升	300 毫升
	70 毫升	30 毫升
③	C 公升	$\frac{3}{10}$ 公升
④	2.1 公升	D 公升

先求出最簡單整數比， $70:30=7:3$ 。

「7:3」是這些比中的最簡單整數比，

可以看成冬瓜茶 7 份和檸檬汁 3 份所調成的味道都一樣。

① $1400:A=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

7 份冬瓜茶 1400 毫升， $1400 \div 7 = 200$ ，每 1 份是 200 毫升。

$200 \times 3 = 600$ ，檸檬汁 3 份是 600 毫升，所以 $A = 600$ 。

② $B:300=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

3 份檸檬汁 300 毫升， $300 \div 3 = 100$ ，每 1 份是 100 毫升。

$100 \times 7 = 700$ ，冬瓜茶 7 份是 700 毫升，所以 $B = 700$ 。

③ $C:\frac{3}{10}=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

3 份檸檬汁 $\frac{3}{10}$ 公升， $\frac{3}{10} \div 3 = \frac{1}{10}$ ，每 1 份是 $\frac{1}{10}$ 公升。

$\frac{1}{10} \times 7 = \frac{7}{10}$ ，冬瓜茶 7 份是 $\frac{7}{10}$ 公升， $C = \frac{7}{10}$ 。

④ $2.1:D=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份、檸檬汁看成 3 份。

7 份冬瓜茶 2.1 公升， $2.1 \div 7 = 0.3$ ，每 1 份是 0.3 公升。

$0.3 \times 3 = 0.9$ ，檸檬汁 3 份是 0.9 公升， $D = 0.9$ 。

答：① $A = 600$ ；② $B = 700$ ；③ $C = \frac{7}{10}$ ；④ $D = 0.9$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是最簡單整數比及其應用。
2. 第(6)題給定冬瓜茶和檸檬汁容量的表格，在表格中的冬瓜茶和檸檬汁都能調出相同口味冬瓜檸檬茶的限制下，要求學生算出表格中 A、B、C、D 所代表的數字。
 本教材只提出利用最簡單整數比解題的方法。利用冬瓜茶和檸檬汁容量已知的數據求出最簡單整數比， $70:30=7:3$ ，7 和 3 互質，得到「7:3」是這些比中的最簡單整數比，也就是，冬瓜茶 7 份和檸檬汁 3 份所調成冬瓜檸檬茶的味道都一樣。
 - $1400:A=7:3$ ，7 份冬瓜茶 1400 毫升， $1400\div 7=200$ ，每 1 份是 200 毫升。 $200\times 3=600$ ，檸檬汁 3 份是 600 毫升， $A=600$ 。
 - $B:300=7:3$ ，3 份檸檬汁 300 毫升， $300\div 3=100$ ，每 1 份是 100 毫升。 $100\times 7=700$ ，冬瓜茶 7 份是 700 毫升， $B=700$ 。
 - $C:\frac{3}{10}=7:3$ ，3 份檸檬汁 $\frac{3}{10}$ 公升， $\frac{3}{10}\div 3=\frac{1}{10}$ ，每 1 份是 $\frac{1}{10}$ 公升。 $\frac{1}{10}\times 7=\frac{7}{10}$ ，冬瓜茶 7 份是 $\frac{7}{10}$ 公升， $C=\frac{7}{10}$ 。
 - $2.1:D=7:3$ ，7 份冬瓜茶 2.1 公升， $2.1\div 7=0.3$ ，每 1 份是 0.3 公升。 $0.3\times 3=0.9$ ，檸檬汁 3 份是 0.9 公升， $D=0.9$ 。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(7)把下列各題的比化為最簡單整數比：

① $18 : 30$

② $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$

③ $0.45 : 0.55$

④ $\frac{2}{15} : \frac{4}{21}$

①

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18, 30 \\ 3 & 9, 15 \\ \hline & 3, 5 \end{array} \rightarrow 3 \text{ 和 } 5 \text{ 互質}$$

利用短除法求 18 和 30 的最大公因數時，提出共同的質因數 2 和 3 後，剩下的 3 和 5 互質，最大公因數是 6。

也就是，求最簡單整數比時，可以將 18、30 除以最大公因數。

18 和 30 的最大公因數是 6 ($2 \times 3 = 6$)。

$18 : 30 = (18 \div 6) : (30 \div 6) = 3 : 5$ ，3 和 5 互質。

② $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ 的前項和後項都是分數，先乘以兩分母的數字 (5 和 4)，

將分數化為整數。

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{4} = (\frac{1}{5} \times 5 \times 4) : (\frac{1}{4} \times 5 \times 4) = 4 : 5, 4 \text{ 和 } 5 \text{ 互質。}$$

③ $0.45 : 0.55$ 的前項和後項都是小數，先乘以 100，將小數化為整數。

$$0.45 : 0.55 = (0.45 \times 100) : (0.55 \times 100) = 45 : 55$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 45, 55 \\ \hline & 9, 11 \end{array} \rightarrow 9 \text{ 和 } 11 \text{ 互質}$$

45 和 55 的最大公因數是 5。45 和 55 除以最大公因數 5 後，9 和 11 會互質。

$$45 : 55 = (45 \div 5) : (55 \div 5) = 9 : 11$$

④ $\frac{2}{15} : \frac{4}{21}$ 的前項和後項都是分數，先乘以兩分母的數字 (15 和 21)，將分數

$$\text{化為整數。} \frac{2}{15} : \frac{4}{21} = (\frac{2}{15} \times 15 \times 21) : (\frac{4}{21} \times 15 \times 21) = 42 : 60$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 42, 60 \\ 3 & 21, 30 \\ \hline & 7, 10 \end{array} \rightarrow 7 \text{ 和 } 10 \text{ 互質}$$

42 和 60 的最大公因數 6。42 和 60 除以最大公因數 6 後，7 和 10 會互質。

$$42 : 60 = (42 \div 6) : (60 \div 6) = 7 : 10$$

答：① $3 : 5$ ；② $4 : 5$ ；③ $9 : 11$ ；④ $7 : 10$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 9～11 頁的教學重點是最簡單整數比及其應用。
2. 第(7)題要求學生將給定的比改記成最簡單整數比。本題包含 4 個子問題。
3. 子問題①：
幫助學生發現利用短除法求 18 和 30 的最大公因數時，提出共同質因數 2 和 3 後，剩下的 3 和 5 互質，最大公因數是 6。也就是求 18：30 的最簡單整數比時，可以將 18、30 除以最大公因數。透過 $18:30 = (18 \div 6):(30 \div 6) = 3:5$ ，得到 3：5 的答案。
4. 子問題②、子問題③、子問題④：
這 3 個子問題都是分數比或小數比，教師可以說明求最簡單整數比時，必須先將比的前項和後相都轉換成整數，才能利用轉換後的整數比算出最簡整數比。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

(8)樂樂用 30 毫升的檸檬汁和 150 毫升的礦泉水調製檸檬水，恩恩用 45 毫升的檸檬汁和 270 毫升的礦泉水調製檸檬水。誰調製的檸檬水比較酸？

樂樂 $30:150=\frac{30}{150}:1=\frac{1}{5}:1 \rightarrow \frac{1}{5}$ 毫升的檸檬汁搭配 1 毫升的礦泉水

恩恩 $45:270=\frac{45}{270}:1=\frac{1}{6}:1 \rightarrow \frac{1}{6}$ 毫升的檸檬汁搭配 1 毫升的礦泉水

$\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$ ，也就是樂樂調出的檸檬水比較酸。

答：樂樂調出的檸檬水比較酸

「30 毫升的檸檬汁和 150 毫升的礦泉水」的關係，記作 $30:150$ 。

在 $30:150$ 中，30 是前項，150 是後項。

$30:150=\frac{1}{5}:1$ ，我們稱 $\frac{1}{5}$ 為比值。

也就是稱後項為 1 的前項 $\frac{1}{5}$ 為 $30:150$ 的「比值」。

可以用 $30 \div 150 = \frac{1}{5}$ ，算出 $30:150$ 的比值。



(9)甲、乙、丙三人把調製糖水所使用的原料和用量，記成下表：

	甲	乙	丙
糖(公克)	30	62	87
水(公升)	7	14	21

誰調出的糖水最甜？

甲 $30:7=\frac{30}{7}:1=\frac{30}{7}:1 \rightarrow 1$ 公升的水中含有 $\frac{30}{7}$ 公克的糖

乙 $62:14=\frac{62}{14}:1=\frac{31}{7}:1 \rightarrow 1$ 公升的水中含有 $\frac{31}{7}$ 公克的糖

丙 $87:21=\frac{87}{21}:1=\frac{29}{7}:1 \rightarrow 1$ 公升的水中含有 $\frac{29}{7}$ 公克的糖

$\frac{31}{7} > \frac{30}{7} > \frac{29}{7}$ ，乙調的糖水最甜。

答：乙調的糖水最甜

**教材內容說明：**

1. 本教材第 12 頁的教學重點是比值。

2. 第(8)題給定兩人調配檸檬水的情境，要求學生判斷誰調配的檸檬水比較酸，為後面引入比值鋪路。

本教材只提供將礦泉水列為後項，且假設為 1 毫升的解題方法：

$30:150=\frac{1}{5}:1$ ， $45:270=\frac{1}{6}:1$ ，礦泉水一樣多時，樂樂用的檸檬汁比較多，所以樂樂調的檸檬汁比較酸。

- 學生利用相等的比來解題，不管將礦泉水都轉換成 13500 毫升，或將檸檬汁都轉換成 90 毫升，或將檸檬汁都轉換成 1 毫升，教師都應該先接受。再要求學生改用將礦泉水列為後項，且假設為 1 毫升的解題方法，為後面引入的比值鋪路。
- 將礦泉水列為後項解題時，前項的數字比較大時，表示檸檬汁比較酸。將檸檬汁列為後項解題時，前項的數字比較大時，檸檬汁比較不酸，為了數字愈大就愈酸，數學上約定必須以礦泉水為後項。

3. 本頁中段對話框由教師引入比值的定義。

本教材透過「 $a:b=\frac{a}{b}:1$ ，我們稱 $=\frac{a}{b}:1$ 的後項 $\frac{a}{b}$ 為 $a:b$ 的比值，可以利用 $a\div b=\frac{a}{b}$ 算出比值」引入比值的定義。

4. 第(9)題給定甲、乙、丙三人調配糖水的情境，要求學生判斷誰調配的糖水最甜。

本教材只提供將水列為後項，且假設為 1 公升的解題方法，解題成功後，再利用比值(後項為 1 比的前項)比較誰的糖水最甜。

- 兩個數字才能比較大小，比有前項和後項兩個數字，因此無法比較兩個比的大小。而比值是一個數字，所以可以比較兩個比值的大小。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。



小試身手

一、算出□中的數：

(1) $30 : 42 = \square : 14$

(2) $16 : \square = 48 : 54$

(3) $5 : \frac{1}{6} = 6 : \square$

(4) $\square : 1.6 = 10 : 4$

二、將各題的比化為最簡單整數比：

(1) $36 : 60$

(2) $0.9 : 4.8$

(3) $\frac{1}{7} : \frac{1}{6}$

(4) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$



教材內容說明：

1. 本教材第 13、14 頁為「小試身手」，提供各類比的問題讓學生練習。
2. 本頁「小試身手」有兩大題，要求學生算出比例式中□的數，以及將各題的比化為最簡單整數比。
 - 第一大題是算出比例式中□的數。
 - 第二大題是將各類的比化為最簡單整數比。



基本學習內容：6-nc-09-1 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

三、算算看，算出下列各題的比值：

(1) $40:8$

(2) $15:25$

(3) $0.3:1.8$

(4) $\frac{8}{3}:\frac{4}{5}$

三、算算看：

(1) 水果店 3 公斤柳丁賣 100 元，240 元
可以買幾公斤的柳丁？

(2) 有一個長方形的長是 200 公分，長和
寬的比是 $24:18$ ，這個長方形的寬是
幾公分？

(3) 全校男生、女生人數的比是 $4:3$ ，
女生有 180 人，男生有幾人？

(4) 一袋糖果中，檸檬口味和草莓口味的
數量比是 $5:4$ ，草莓口味的有 24 顆，
檸檬口味的糖果有幾顆？



教材內容說明：

1. 本教材第 13、14 頁為「小試身手」，提供各類比的問題讓學生練習。
2. 本頁「小試身手」，有兩大題，要求學生算出比值，以及將文字題解題。
 - 第一大題給定比的問題，要求學生算出比值。
 - 第二大題給定 4 題文字題，要求學生解題。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

