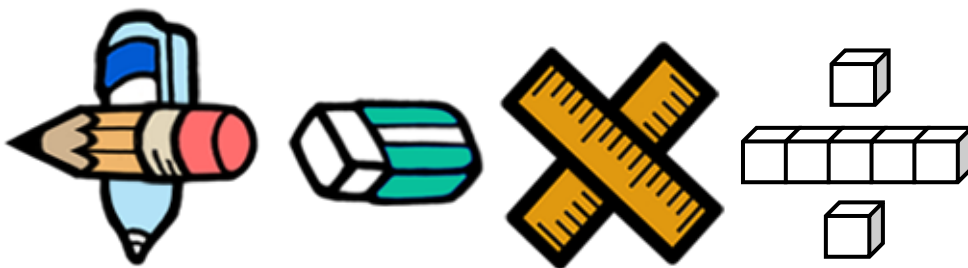




基本學習內容: 6-nc-10-1

能理解正比的意義，
並解決生活中的問題
【教師用】





分年細目：

6-n-10 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。

基本學習內容：

6-nc-10-1 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。

基本學習表現：

6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

6-ncp-10-1 能理解正比的意義。

**概要說明：**

- 本基本學習內容為 6-n-09 之後續學習概念，故學生應已認識比和比值。

本基本學習內容透過列表的方式，幫助學生理解正比的意義，為國中引入正比的定義(7-n-13)鋪路。

- 「正比」和「比或比值」的關係密切，比的相等關係強調將相比的兩類量寫在一起，直覺上較簡單；而正比則是兩類量關係中的一種，應採用列表的方式記錄，並強調要使用比值來記錄正比關係，兩者間的關係，可運用列表的方式來統整。

下面以同學們同時量出不同長度的竹竿和對應影子長度的表格來說明：

竹竿長 (公分)	40	50	60	70	80	90	100
影子長 (公分)	20	25	30	35	40	45	50

國小階段可以透過比或比值的方式來表示不同長度的竹竿和對應影子長度的關係。

- (1)利用最簡單整數比『竹竿長：影子長=2：1』來表示：

竹竿和對應影子長度的對應關係可以記成「40：20」、「50：25」、...、「100：50」，它們都是相等的比，可以利用最簡單整數比「竹竿長：影子長=2：1」來表示。

- (2)利用比值「竹竿長：影子長=2」來表示：

「40：20」、「50：25」、...、「100：50」這些相等的比的比值都是2，可以透過比值「竹竿長：影子長=2」來表示這些相等的比，也可以說成「竹竿長是影子長的2倍」。

- 成正比是兩個集合間特殊的對應關係，下面都是成正比的定義。

- (1)竹竿的長度和對應影子的長度同時改變，而它們的比值不變，數學上稱竹竿的長度和影子的長度「成正比」或「成正比例」。

- (2)形如「 $y=kx$ 」的函數，數學上稱之為成正比。

- (3)如果函數的圖形是過原點的直線，數學上稱之為成正比。

國小階段尚未引入函數的記法，只能透過(1)溝通成正比的意義。

- 讓學生知道兩量變化時，一量增加，另一量也跟著增加的現象，並不一定是正比關係，並能判斷。

例如父和子的年齡、正方形邊長與面積的關係等，都不是正比的關係。

- 本基本學習內容不引入反比。



基本學習內容：6-ncp-10-1 能理解正比的意義。
6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

(1) 下表是竹竿長和影子長的關係表。

竹竿長(公分)	40	50	60	70	80
影子長(公分)	20	25	30	35	40

竹竿長和影子長有什麼關係？

竹竿長和影子長的比，如下：

竹竿長(公分)	40	50	60	70	80
影子長(公分)	20	25	30	35	40
竹竿長和影子的比	$40:20$ $=2:1$	$50:25$ $=2:1$	$60:30$ $=2:1$	$75:35$ $=2:1$	$80:40$ $=2:1$

竹竿長和影子長的最簡單整數比都是「2:1」。



竹竿長和影子長的比值，如下：

竹竿長(公分)	40	50	60	70	80
影子長(公分)	20	25	30	35	40
竹竿長和影子的比值	$40 \div 20$ $=2$	$50 \div 25$ $=2$	$60 \div 30$ $=2$	$75 \div 35$ $=2$	$80 \div 40$ $=2$

竹竿長和影子長的比值都是2，也可以說，竹竿長是影子長的2倍。

竹竿長和影子長的比值都相同，我們就說竹竿長和影子長成正比。

竹竿長和影子長成正比，「竹竿長：影子長」的最簡單整數比也會相同。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～3 頁的教學重點是幫助學生理解正比的意義。
2. 第(1)題給定竹竿長度和影子長度的對應表，要求學生觀察竹竿長和影子長的關係。

本教材透過兩種方法表示不同長度竹竿和對應影子長度的關係。

方法一：都有相同的最簡單整數比

利用最簡單整數比「竹竿長：影子長＝2：1」來表示，竹竿和對應影子長度的對應關係可以記成「40：20」、「50：25」、「60：30」、「70：35」、「80：40」，它們都是相等的比，可以利用最簡單整數比「竹竿長：影子長＝2：1」來表示。

方法二：都有相同的比值

「40：20」、「50：25」、「60：30」、「70：35」、「80：40」，這些相等的比的比值都是 2，可以透過比值「竹竿長：影子長＝2」來表示這些相等的比，也可以說成「竹竿長是影子長的 2 倍」。

3. 本頁最下方由教師說明正比的意義。
 - 竹竿長和影子長的比值都相同時，可以說竹竿長和影子長成正比。成正比時，竹竿長和影子長的最簡單整數比也會相同。
 - 如果學生無法掌握最簡單整數比的意義，請教師參閱 6-nc-09-1 的教材，或提供 6-nc-09-1 的教材給學生練習。



基本學習內容：6-ncp-10-1 能理解正比的意義。

6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

(2) 下表是肉粽價錢和顆數的關係表。

價錢(元)	50	100	150	200	250
顆數(顆)	1	2	3	4	5

肉粽的價錢和顆數成正比嗎？

肉粽價錢和顆數的比值，如下：

價錢(元)	50	100	150	200	250
顆數(顆)	1	2	3	4	5
價錢和顆數的比值	50	50	50	50	50

肉粽價錢和顆數的比值，都是 50，所以肉粽的價錢和顆數成正比。

答：成正比

(3) 下表是哥哥和妹妹年齡變化的關係表。

哥哥的年齡(歲)	8	16	24	32	40
妹妹的年齡(歲)	2	10	18	26	34

哥哥和妹妹的年齡成正比嗎？

哥哥和妹妹年齡的比值，如下：

哥哥的年齡(歲)	8	16	24	32	40
妹妹的年齡(歲)	2	10	18	26	34
哥哥和妹妹年齡的比值	$\frac{8}{2} = 4$	$\frac{16}{10} = \frac{8}{5}$	$\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$	$\frac{32}{26} = \frac{16}{13}$	$\frac{40}{34} = \frac{20}{17}$

哥哥和妹妹年齡的比值，不是固定不變的，所以兩人的年齡沒有成正比。

答：沒有成正比

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～3 頁的教學重點是幫助學生理解正比的意義。
2. 第(2)題給定肉粽價錢和顆數的對應表，要求學生判斷肉粽價錢和顆數是否成正比。
本教材透過肉粽價錢和顆數的比值是否都相等的方法來判斷。
「 $50:1$ 」、「 $100:2$ 」、「 $150:3$ 」、「 $200:4$ 」、「 $250:5$ 」，這些比的比值都是 50，可以透過比值「肉粽價錢：顆數＝50」來表示這些相等的比，所以肉粽的價錢和顆數成正比。
●教師可以說明肉粽價錢和顆數的比值都相等時，這些比的最簡單整數比也會相等。
3. 第(3)題給定哥哥的年齡和妹妹的年齡的對應表，要求學生判斷哥哥和妹妹的年齡是否成正比。
本教材透過哥哥年齡和妹妹年齡的比值是否都相等的方法來判斷。
「 $8:2$ 」、「 $16:10$ 」、「 $24:18$ 」、「 $32:26$ 」、「 $40:34$ 」，這些比的比值不是固定不變的，所以哥哥和妹妹的年齡沒有成正比。



基本學習內容：6-ncp-10-1 能理解正比的意義。

6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

(4) 下表是正方形邊長和周長的關係表。

邊長(公分)	3	5	7	9	11
周長(公分)	12	20	28	36	44

正方形邊長和周長成正比嗎？

正方形邊長和周長的比值，如下：

邊長(公分)	3	5	7	9	11
周長(公分)	12	20	28	36	44
正方形邊長和周長的比值	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$	$\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$	$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$	$\frac{11}{44} = \frac{1}{4}$

正方形邊長和周長的比值，都是 $\frac{1}{4}$ ，所以正方形邊長和周長成正比。

答：成正比

(5) 下表是正方形邊長和面積的關係表。

邊長(公分)	2	4	6	8	10
面積(平方公分)	4	16	36	64	100

正方形邊長和面積成正比嗎？

正方形邊長和面積的比值，如下：

邊長(公分)	2	4	6	8	10
面積(平方公分)	4	16	36	64	100
正方形邊長和面積的比值	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	$\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

正方形邊長和面積的比值，不是固定不變的，所以正方形邊長和面積沒有成正比。

答：沒成正比

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～3 頁的教學重點是幫助學生理解正比的意義。
2. 第(4)題給定正方形邊長和周長的對應表，要求學生判斷正方形邊長和周長是否成正比。
本教材透過正方形邊長和周長的比值是否都相等的方法來判斷。

「3：12」、「5：20」、「7：28」、「9：36」、「11：44」，這些比的比值都是 $\frac{1}{4}$ ，可以透過比值

「正方形邊長：周長＝ $\frac{1}{4}$ 」來表示這些相等的比，所以正方形邊長和周長成正比。

●教師可以說明正方形邊長和周長的比值都相等時，這些比的最簡單整數比也會相等。

3. 第(5)題給定正方形邊長和面積的對應表，要求學生判斷正方形邊長和面積是否成正比。
本教材透過正方形邊長和面積的比值是否都相等的方法來判斷。

●「2：4」、「4：16」、「6：36」、「8：64」、「10：100」，這些比的比值不是固定不變的，所以正方形邊長和面積沒有成正比。



基本學習內容：6-ncp-10-1 能理解正比的意義。

6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

(6) 鉛筆枝數和盒數成正比，請算出 A 和 B 所代表的數字。

枝數(枝)	12	24	A	36	72
盒數(盒)	1	2	3	4	B

鉛筆枝數和盒數成正比，比值相等。

「鉛筆枝數：盒數」的最簡單整數比都是 $12:1$ 。

「 $12:1$ 」和「 $A:3$ 」、「 $12:1$ 」和「 $72:B$ 」，都是相等的比。



方法一

$$\textcircled{1} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 3} \\ 12:1=A:3 \\ \xleftarrow{\times 3} \end{array}$$

$$3 \div 1 = 3, 12 \times 3 = 36$$

$$A = 36$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 6} \\ 12:1=72:B \\ \xleftarrow{\times 6} \end{array}$$

$$72 \div 12 = 6, 1 \times 6 = 6$$

$$B = 6$$



方法二

我用「內項乘積等於外項乘積」的方法算出答案。

$$\textcircled{1} \quad 12:1=A:3$$

$$1 \times A = 12 \times 3$$

$$1 \times A = 36$$

$$A = 36$$

$$\textcircled{2} \quad 12:1=72:B$$

$$12 \times B = 1 \times 72$$

$$12 \times B = 72$$

$$B = 6$$



答：A=36，B=6



教材內容說明：

1. 本教材第 4～5 頁的教學重點是幫助學生利用成正比的關係來解題。
2. 第(6)題給定鉛筆枝數和盒數的對應表，要求學生算出對應表中 A 和 B 所代表的數字。
 本教材先說明鉛筆枝數和盒數成正比時，這些比都是相等的比
 再提供兩種解題的方法：
 方法一：透過相等的比來解題
 方法二：透過內項乘積等於外項乘積來解題
 ● 如果學生無法掌握透過相等的比或是「內項乘積等於外項乘積」解題的意義，教師可以參閱 6-nc-09-1 的教材，或提供 6-nc-09-1 的教材給學生練習。



基本學習內容：6-nep-10-1 能理解正比的意義。
6-nep-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。

(7) 正五邊形的邊長和周長成正比，請算出甲和乙所代表的數字。

邊長(公分)	5	7	9	11	乙
周長(公分)	25	35	甲	55	65

正五邊形的邊長和周長成正比，比值相等。

「 $5:25=1:5$ 」，「正五邊形邊長：周長」的最簡單整數比都是 $1:5$ 。

「 $1:5$ 」和「 $9:甲$ 」、「 $1:5$ 」和「 $乙:65$ 」，都是相等的比。



方法一

$$\textcircled{1} \quad 1:5 = 9:甲$$

$\begin{array}{c} \text{---} \times 9 \text{---} \\ \text{---} \times 9 \text{---} \end{array}$

$$9 \div 1 = 9, 5 \times 9 = 45$$

$$甲 = 45$$



$$\textcircled{2} \quad 1:5 = 乙:65$$

$\begin{array}{c} \text{---} \times 13 \text{---} \\ \text{---} \times 13 \text{---} \end{array}$

$$65 \div 5 = 13, 1 \times 13 = 13$$

$$乙 = 13$$

方法二

我用「內項乘積等於外項乘積」的方法算出答案。

$$\textcircled{1} \quad 1:5 = 9:甲$$

$$1 \times 甲 = 5 \times 9$$

$$1 \times 甲 = 45$$

$$甲 = 45$$

$$\textcircled{2} \quad 1:5 = 乙:65$$

$$5 \times 乙 = 1 \times 65$$

$$5 \times 乙 = 65$$

$$乙 = 13$$



答：甲 = 45，乙 = 13



教材內容說明：

1. 本教材第 4～5 頁的教學重點是幫助學生利用成正比的關係來解題。
2. 第(7)題給定正五邊形的邊長和周長的對應表，要求學生算出對應表中甲和乙所代表的數字。
本教材先說明五邊形的邊長和周長成正比時，這些比都是相等的比
再提供兩種解題的方法：
方法一：透過相等的比解題
方法二：透過內項乘積等於外項乘積解題
● 如果學生無法掌握透過相等的比或是「內項乘積等於外項乘積」解題的意義，教師可以參閱 6-nc-09-1 的教材，或提供 6-nc-09-1 的教材給學生練習。



基本學習內容：6-ncp-10-1 能理解正比的意義。

6-ncp-10-2 能利用正比的概念解決生活中的問題。



小試身手

(1) 緞帶的長度和價錢成正比，請完成下表。

長度 (公尺)	50		150		250
價錢 (元)	10	20		40	

(2) 電動車行駛的時間和路程成正比，請完成下表。

時間 (分)	4	8			20
路程 (公尺)	60		180	240	

(3) 下表是小天存款週數和總存款的記錄表：

週數 (週)	1	2	3	4	5
總存款 (元)	120	240	360	480	600

① 小天存款週數和總存款的關係是否成正比？（ ）。

② 小天存到第 6 週時，總存款是幾元？（ ）。

(4) 兩量成正比的，請在 ☐ 中打✓

☐ ① 正方形的邊長和面積的關係

邊長 (公分)	1	2	3	4	5
面積 (平方公分)	1	4	9	16	25

☐ ② 白米的重量和售價的關係

重量(公斤)	1	2	3	4	5
售價(元)	32	64	96	128	160

**教材內容說明：**

1. 本教材第 4～5 頁的教學重點是幫助學生利用成正比的關係來解題。
 2. 本頁小試身手共有 4 個問題，評量學生利用成正比的關係來解題的能力。
 - 第(1)題給定緞帶長度和價錢的對應表，要求學生算出對應表中空格中所代表的數字。
 - 第(2)題給時間和路程的對應表，要求學生算出對應表中空格中所代表的數字。
 - 第(3)題給存款週數和總存款的對應表，要求學生判斷存款週數和總存款是否成正比，以及算出第 6 週時總存款數。
 - 第(4)題給正方形邊長和面積、白米重量和售價的對應表，要求學生判斷是否成正比。
- 如果學生無法掌握透過相等的比或是「內項乘積等於外項乘積」解題的意義，教師可以參閱 6-nc-09-1 的教材，或提供 6-nc-09-1 的教材給學生練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

