

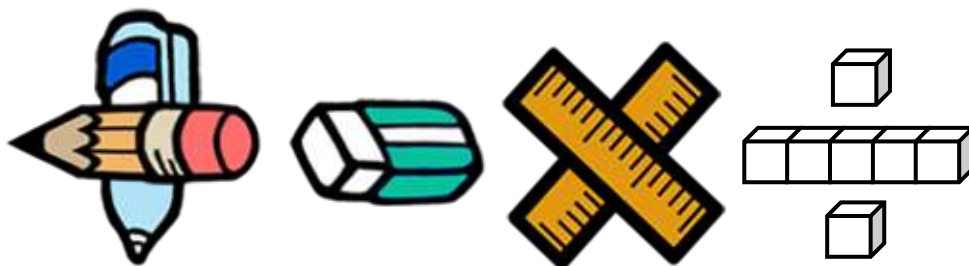
基本學習內容:6-nc-14-2

能理解圓面積的公式，並計算簡單
扇形的面積

【教師用】

學校：_____

姓名：_____





分年細目：

6-n-14 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)

基本學習內容：

6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。

基本學習表現：

6-ncp-14-2 能理解圓面積的公式。

6-ncp-14-3 能計算簡單扇形的面積。

6-ncp-14-4 能運用圓面積公式解決問題。

概要說明

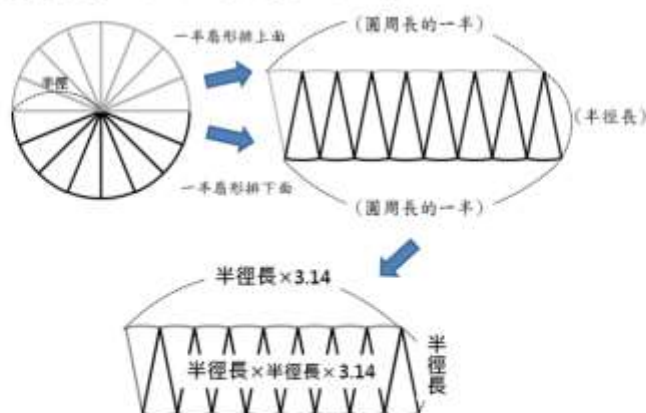
- 本基本學習內容為 3-s-03 及 5-s-03 之後續學習概念，學生應該已經能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」；也應該已經認識扇形及圓心角。
- 本基本學習內容幫助學生理解圓面積與圓周長公式，並計算簡單扇形的面積。
- 五年級(5-s-03)已引入扇形，學生已經認識圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，也知道扇形的圓心角是周角的部份。透過「圓心角÷周角」，可以計算給定圓心角及半徑的扇形面積或周長，或計算給定面積或弧長的扇形之圓心角角度。
- 將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個(例如 8 個或 16 個)全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成一個接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。
- 圓面積＝平行四邊形面積＝底×高＝圓周長的一半×半徑 $=(\text{直徑} \times 3.14) \div 2 \times \text{半徑} = (\text{直徑} \div 2 \times 3.14) \times \text{半徑} = \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14$ 。

基本學習內容：6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。

我們學過正方形、長方形、平行四邊形、梯形和三角形的面積。
但是，圓的面積該怎麼算呢？



拿出一個圓，把圓周平分成 16 等分，剪成 16 個扇形。
如下圖把上面 8 個扇形、下面 8 個扇形交叉排列，
排成的圖形很像長方形。長方形的面積=長×寬，知道長方形的長邊
長度和寬邊長度，就可以求出長方形面積。



長方形的長邊：全部扇形中一半扇形的弧長接起來是圓周長的一半。

$$(\text{直徑} \times 3.14) \times \frac{1}{2} = (\text{半徑} \times 2 \times 3.14) \times \frac{1}{2} = \text{半徑} \times 3.14$$

化簡後得到長邊長度是 **半徑×3.14(公分)**

長方形的寬邊：和圓的半徑一樣長。

長方形的面積：長×寬= **半徑×3.14×半徑 (平方公分)**

也可記成**半徑×半徑×3.14 (平方公分)**

所以，圓的面積=長方形面積=**半徑×半徑×3.14(平方公分)**



教材內容說明

1. 本教材第 1 頁的教學重點是求出圓形的面積。

2. 本頁第二段說明圓形面積公式的推導過程

- 將圓切成很多個全等的扇形，再將這些扇形上下交錯疊合，會變成一個接近平行四邊形（或長方形）的圖形。
- 平行四邊形的底（長方形的長）是圓周長的一半。
- 平行四邊形的高（長方形的寬）是圓的半徑。
- 透過平行四邊形（長方形）面積求出圓面積。
- 圓面積＝長方形面積＝長×寬＝圓周長的一半×半徑＝(直徑×3.14)÷2×半徑＝(直徑÷2×3.14)×半徑＝半徑×半徑×3.14

3. 圓形面積公式幫助我們，藉由量出半徑長度，求得該圓形的面積有多大。

基本學習內容：6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。

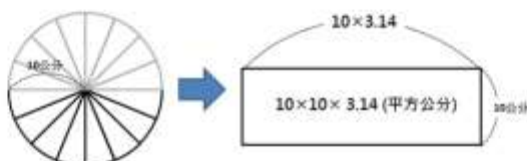
1. 半徑是 10 公分的圓，面積是多少平方公分？

解：

$$10 \times 10 \times 3.14 = 314$$



半徑 10 公分的圓，剪開後拼成長方形，
長邊是 10×3.14 公分，寬邊是 10 公分
長方形面積 $= 10 \times 3.14 \times 10 = 314$ (平方公分)



答：314 平方公分

2. 直徑 12 公分長的圓，面積是多少平方公分？

解：

$$12 \div 2 = 6$$

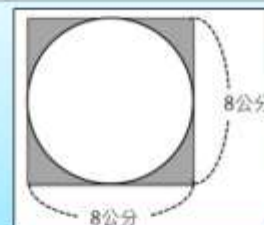
$$6 \times 6 \times 3.14 = 113.04$$

答：113.04 平方公分

圓的面積 = 半徑 \times 半徑 $\times 3.14$
先算出半徑長度，就能得到圓面積。



3. 如右圖，請問灰色部分面積是多少平方公分？



解：

$$8 \times 8 = 64$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$4 \times 4 \times 3.14 = 50.24$$

$$64 - 50.24 = 13.76$$

答：13.76 平方公分

邊長 8 公分的正方形，
減去中間直徑是 8 公分的圓，
剩下的就是灰色的部分。





教材內容說明

1. 本教材第 2 頁的教學重點是求出圓的面積。
2. 本頁第 1 題知道圓的半徑，求出該圓形面積的問題。
3. 本頁第 2 題知道圓的直徑，求出該圓形面積的問題。
4. 本頁第 3 題為正方形與圓的複合圖形，求出灰色部分面積的問題。
 - 學生知道用邊長求出正方形面積。
 - 學生知道正方形中最大圓的直徑和正方形的邊長一樣長。
 - 能用正方形減去圓形，求出灰色部分的面積。



基本學習內容：6-nc-14-2

基本學習內容：6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。



小試身手

1. 半徑 4 公分的圓，面積是多少平方公分？
2. 直徑 16 公分的圓，面積是多少平方公分？



教材內容說明

1. 本教材第 3 頁的教學重點是求出圓的面積。
2. 本頁小試身手有 2 題：
 - 第 1 題知道圓的半徑，求出該圓面積的練習。
 - 第 2 題知道圓的直徑，求出該圓面積的練習。



基本學習內容：6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。

1. 一個半徑為 10 公分的 $\frac{3}{10}$ 圓，請問扇形面積是多少平方公分？



解法一：

$10 \times 10 \times 3.14 = 314$ (先算出整個圓的面積)

$314 \times \frac{3}{10} = 94.2$ (扇形佔整個圓面積的 $\frac{3}{10}$)

把上面算式併式之後記下來：

$$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{3}{10} = 94.2$$

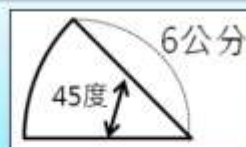


答：94.2 平方公分

解法二：

$$\begin{aligned} & (10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{3}{10} \\ &= \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 3}{10} \\ &= 94.2 \end{aligned}$$

2. 右圖是一個扇形，請問扇形面積是多少平方公分？



解：

$$\begin{aligned} & (6 \times 6 \times 3.14) \times \frac{45}{360} \\ &= \frac{6 \times 6 \times 3.14 \times 45}{360} \\ &= \frac{3.14 \times 36 \times 45}{360} \\ &= \frac{3.14 \times 9}{10} \\ &= \frac{28.26}{10} \\ &= 2.826 \\ &= 2.83 \end{aligned}$$

答：2.83 平方公分

扇形圓心角是 45 度是 $\frac{45}{360}$ 個圓。



3. 一個半徑 10 公分，弧長是 31.4 公分的扇形，請問扇形面積是多少平方公分？

解：

$10 \times 2 = 20$ (先算出圓的直徑)

$20 \times 3.14 = 62.8$ (再算出圓的周長)

$31.4 \div 62.8 = \frac{1}{2}$ (弧長除以圓周長，求得扇形是 $\frac{1}{2}$ 圓)

$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 157$ ($\frac{1}{2}$ 圓的面積)

答：157 平方公分

扇形弧長除以圓周長，
知道扇形是幾分之幾圓；
再由整個圓求出扇形部分
的面積。



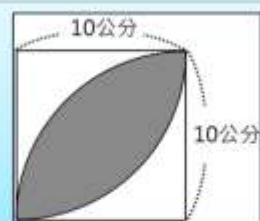


教材內容說明

1. 本教材第 4 頁的教學重點是求出扇形的面積。
2. 本頁第 1 題知道圓的半徑，求出 $\frac{3}{10}$ 圓面積的問題。
 - $\frac{3}{10}$ 圓面積是整個圓面積的 $\frac{3}{10}$ 。先算出半徑 10 公分圓的面積，就能知道 $\frac{3}{10}$ 圓面積有多大。
 - 引導並鼓勵學生將算式進行併式，約分之後再進行計算，有助學生簡化計算的過程。
3. 本頁第 2 題知道扇形的半徑，求出圓心角為 45 度扇形面積的問題。
 - 複習圓的圓心角是周角(360 度)，也知道扇形的圓心角佔整個圓的一部份。
 - 透過「圓心角 \div 周角」，知道扇形佔整個圓的多少比例。
 - 算出整個圓的面積後，用部分面積的關係求得扇形面積。
 - 將算式進行併式，能有效化簡方便計算。
4. 本頁第 3 題知道扇形的半徑及弧長，求出扇形面積的問題。
 - 透過「扇形弧長 \div 圓周長」，知道扇形佔整個圓的比例。
 - 算出整個圓的面積後，用部分面積的關係求得扇形面積。

基本學習內容：6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。

4. 如下圖，請問灰色部分面積是多少平方公分？



方法一：

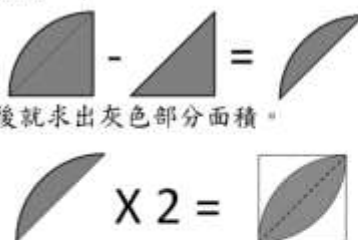
$$(10 \times 10 \times 3.14) \div 4 = 78.5$$

$$(10 \times 10) \div 2 = 50$$

$$78.5 - 50 = 28.5$$

$$28.5 \times 2 = 57$$

$\frac{1}{4}$ 圓面積，減去底、高是 10 公分的三角形，
得到灰色部分的一半，



再乘以 2 倍後就求出灰色部分面積。



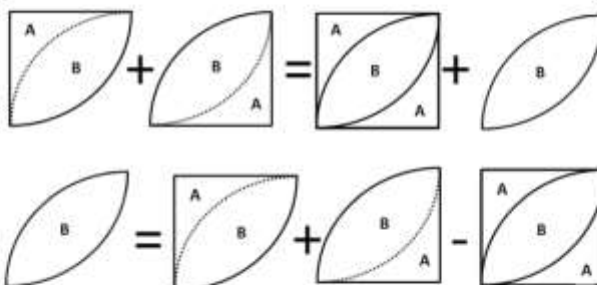
方法二：

$$(10 \times 10 \times 3.14) \div 4 = 78.5$$

$$78.5 \times 2 = 157$$

$$10 \times 10 = 100$$

$$157 - 100 = 57$$



兩個半徑 10 公分的 $\frac{1}{4}$ 圓相加，減去正方形面積，
便得到 B 圖形面積，也就是題目中灰色部分面積。



答：57 平方公分



教材內容說明

1. 本教材第 5 頁的教學重點是運用已學過扇形、正方形、三角形等面積公式，求出複合圖形的面積。
2. 本頁第 4 題知道正方形邊長，要求算出灰色眼睛形狀圖形面積。
3. 學生能在複合圖形中，看到扇形、正方形、三角形等圖形，並根據該圖形之面積公式進行解題。
4. 本教材提供兩種解題方法：
 - 方法一：將半徑 10 公分的 $\frac{1}{4}$ 圓減去底、高為 10 公分的直角三角形，求得灰色圖形的一半。將求得面積再乘以兩倍，便得到灰色部分面積。
 - 方法二：將兩個半徑 10 公分的 $\frac{1}{4}$ 圓，一個朝上，一個朝下疊在一起，成為邊長為 10 公分的正方形圖形。其中眼睛形狀圖形是重疊的部分。所以兩個 $\frac{1}{4}$ 圓面積總和，跟一個正方形加上眼睛形狀圖形的面積一樣大。將兩個 $\frac{1}{4}$ 圓面積總和減去正方形面積，就可以算出眼睛形狀圖形的面積。



基本學習內容：6-nc-14-2 能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積。



小試身手

1. 一個半徑為 15 公分的 $\frac{2}{5}$ 圓，請問面積是多少平方公分？
2. 一個半徑是 36 公分，圓心角 30 度的扇形，請問面積是多少平方公分？



教材內容說明

1. 本教材第 6 頁的教學重點是求出扇形面積。

2. 本頁小試身手有 2 題：

《小試身手》第 1 題知道圓的半徑，求出 $\frac{2}{5}$ 圓面積的練習。

《小試身手》第 2 題知道扇形的半徑，求出圓心角 30 扇形面積的練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

