



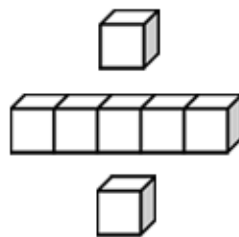
基本學習內容：NC-6-1-1、2

認識質數、合數

短除法做質因數的分解

(質數 < 20 ，質因數 < 20 ，被分解數 < 100)

【教師用】





基本學習內容：NC-6-1-1、2

學習內容：

N-6-1 20 以內的質數和質因數分解：小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。

以短除法做質因數的分解。

備註：被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後、只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。

基本學習內容：

NC-6-1-1 認識質數、合數。

NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

基本學習表現：

NCP-6-1-1-1 能認識質數。

NCP-6-1-1-2 能認識合數。

NCP-6-1-1-3 知道 1 不是質數也不是合數。

NCP-6-1-1-4 知道偶數中只有 2 是質數，其它偶數皆不是質數。

NCP-6-1-2-1 能認識質因數。

NCP-6-1-2-2 能用樹狀圖做質因數的分解。

NCP-6-1-2-3 能用短除法做質因數的分解。



概要說明：

- 本基本學習內容為 NC-5-3-1、NC-5-3-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數和倍數的意義。
- 本基本學習內容幫助學生認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。
- 本基本學習內容只要求學生能檢驗 20 以內的質數，國中階段才要求學生檢驗 100 以內的質數。
- 本基本學習內容限制進行質因數分解時，質因數 <20 ，被分解數 <100 。學生應熟悉 2、3、5、7、11、13、17、19 在 100 以內的倍數，但是 11、13、17、19 的倍數不宜過度評量。
- 教師可以透過分類的活動，將正整數區分成因數只有 1 個、因數只有 2 個、以及因數有 3 個或比 3 個多的數等三類，幫助學生區分 1、質數與合數。
- 本基本學習內容要求學生先利用短除法將一數做質因數的分解，再透過質因數分解的算式，利用質因數分解法或短除法，求出兩數的最大公因數和最小公倍數。
- 國小和國中階段都幫助學生用短除法做質因數的分解，差別是國小階段質因數分解的算式用連乘積來表示，國中階段質因數分解的算式用指數來表示。
- 以將 24 分解為質因數的乘積為例，部份教師認為樹狀圖法和短除法是兩種不同的解題方法，其實不然，短除法只是讓樹狀圖法更有效率的方法。
- 建議教師先引入樹狀圖法，幫助學生將 24 分解成質因數的乘積，再要求學生利用短除法逐一的提出質因數，幫助學生發現短除法可以更有效率的將給定數質因數分解。



基本學習內容：NC-6-1-1 認識質數、合數。

基本學習內容：NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

◎認識質數和合數

(1)請列出 20 的所有因數。

$$\begin{aligned} 20 \div 1 &= 20 \\ 20 \div 2 &= 10 \\ 20 \div 4 &= 5 \\ 20 \div 5 &= 4 \end{aligned}$$

答：20 的因數有 1、2、4、5、10、20

(2)下表是數字 1 到 20 的所有因數。

數字	所有因數	數字	所有因數
1	1	11	1、11
2	1、2	12	1、2、3、4、6、12
3	1、3	13	1、13
4	1、2、4	14	1、2、7、14
5	1、5	15	1、3、5、15
6	1、2、3、6	16	1、2、4、8、16
7	1、7	17	1、17
8	1、2、4、8	18	1、2、3、6、9、18
9	1、3、9	19	1、19
10	1、2、5、10	20	1、2、4、5、10、20

說說看：

- ①因數有 2 個的數有哪些？
- ②因數有 3 個或比 3 個多的數有哪些？
- ③因數只有 1 個的數有哪些？



因數有 2 個的數有：

2、3、5、7、11、13、17、19。

因數有 3 個或比 3 個多的數有：

4、6、8、9、10、12、14、15、16、18、20。



因數只有 1 個的數只有：1



教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁教學重點是幫助學生認識質數和合數。
2. 第(1)題是複習活動，要求學生列出 20 所有的因數。
 - 如果學生無法解題，請參閱 NC-5-3-1 的教材，或提供 NC-5-3-1 的教材讓學生練習。
3. 第(2)題列出 1~20 這 20 個數的因數，要求學生找出下列的數。
 - ①因數只有 2 個的數
 - ②因數有 3 個或比 3 個多的數
 - ③因數只有 1 個的數
 - 因數只有 2 個的數：2、3、5、7、11、13、17、19
 - 因數有 3 個或比 3 個多的數：4、6、8、9、10、12、14、15、16、18、20
 - 因數只有 1 個的數：1
4. 本頁最後透過教師說明質數和合數的定義：

因數只有 2 個(1 和本身)的數稱為質數。

因數有 3 個或比 3 個多的數稱為合數。

1 只有 1 個因數，所以 1 不是質數也不是合數。

 - 教師也可以說明最小的質數是 2，最小的合數是 3。
 - 教師也可以給一些大於 20 的數，要求學生判斷給定的數是質數或是合數。
 - 學生有一些判斷質數與合數的解題經驗後，教師也可以說明除了 2 以外，所有的偶數都是合數。



基本學習內容：NC-6-1-1 認識質數、合數。

基本學習內容：NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

◎ 2 的因數是 1 和 2，

7 的因數是 1 和 7，

19 的因數是 1 和 19.....

這些數字的因數只有 1 和本身兩個因數，我們稱這樣的數為「質數」。

◎ 4 的因數除了 1 和 4 之外，還有 2；

10 的因數除了 1 和 10 之外，還有 2 和 5.....

這些數字的因數除了 1 和本身以外還有其他因數，我們稱這些數為「合數」。

◎ 1 只有 1 個因數，所以 1 不是質數也不是合數。



(3) 在 1~20 這些數字中，有哪些是質數？有哪些是合數？

答：1~20 這些數字中，

是質數的有：2、3、5、7、11、13、17、19

是合數的有：4、6、8、9、10、12、14、15、16、18、20



其中最小的質數是：2

其中最小的合數是：4



小試身手

想想看：

「1、2、4、5、11、13、18、20」這些數字中，哪些是質數？哪些是合數？

哪些不是質數也不是合數？

質數：2、5、11、13 合數：4、18、20

不是質數也不是合數：1



教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁教學重點是幫助學生認識質數和合數。
2. 本頁上半頁透過教師說明質數和合數的定義：
 - 因數只有 2 個(1 和本身)的數稱為質數。
 - 因數有 3 個或比 3 個多的數稱為合數。
 - 1 只有 1 個因數，所以 1 不是質數也不是合數。
 - 教師也可以說明最小的質數是 2，最小的合數是 3。
 - 教師也可以給一些大於 20 的數，要求學生判斷給定的數是質數或是合數。
 - 學生有一些判斷質數與合數的解題經驗後，教師也可以說明除了 2 以外，所有的偶數都是合數。
3. 第(3)題在 1~20 這 20 個數中，讓學生練習判斷哪些數是質數，哪些數是合數。
 - 學生必須掌握 2、3 及 5 的倍數判斷方法，才能較有效率的解題，如果學生不認識 2、3 及 5 的倍數判斷方法，請參閱 NC-5-3-3 的教材，或提供 NC-5-3-3 的教材讓學生練習。
4. 本頁小試身手給定 8 個比 20 小的數字，要求學生判斷哪些數是質數，哪些數是合數，哪些數不是質數也不是合數。

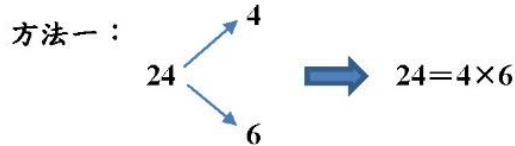


基本學習內容：NC-6-1-1 認識質數、合數。

基本學習內容：NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

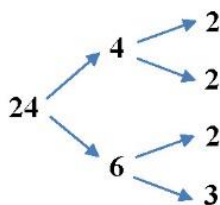
◎認識「質因數」和「質因數分解」

(1)請把 24 分解成幾個大於 1 整數相乘的算式。



24 可以分解成 $24 = 4 \times 6$

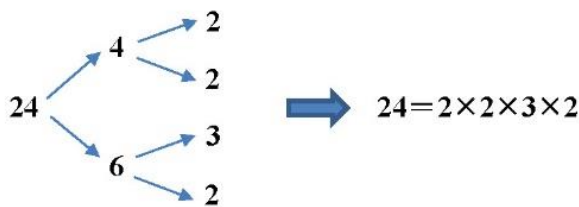
4 和 6 還能分解成 2 個大於 1 的整數相乘嗎？



4 可以分解成 $4 = 2 \times 2$
6 可以分解成 $6 = 3 \times 2$



2 和 3 還能分解成 2 個大於 1 的整數相乘嗎？



2 和 3 都不能再分解成兩個大於 1 整數相乘的算式。
最後可以得到 $24 = 2 \times 2 \times 3 \times 2$

$24 = 2 \times 2 \times 3 \times 2$ ，2 和 3 都是質數，2 和 3 又是 24 的因數，
我們稱 2 和 3 是 24 的「質因數」。





教材內容說明：

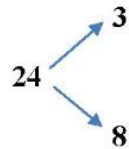
1. 本教材第 3~6 頁的教學重點是幫助學生認識質因數和質因數分解的算式，以及如何將一個數分解成質因數分解的算式。
2. 第(1)題透過教師說明如何將 24 分解成幾個大於 1 整數相乘的算式，為引入質因數及質因數分解的算式鋪路。
 - 本頁及下一頁(第 3、4 頁)分別說明兩種利用樹狀圖做 24 質因數分解的方法。
本頁先將 24 分解成 4×6 ，下一頁先將 24 分解成 3×8 。
3. 教師透過下面三個步驟將 24 分解成質因數的乘積。
 - 步驟一：先將 24 分解成兩個大於 1 整數相乘的算式「 $24=4 \times 6$ 」後，再判斷 4 和 6 是否還能分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
 - 步驟二：將 4 分解成兩個大於 1 整數相乘的算式 $4=2 \times 2$ ，6 分解成兩個大於 1 整數相乘的算式 $6=3 \times 2$ 後，再判斷 2 和 3 是否還能分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
 - 步驟三：2 和 3 都不能分解成兩個大於 1 整數相乘的算式，得到「 $24=2 \times 2 \times 3 \times 2$ 」的算式。
4. 最後教師透過算式 $24=2 \times 2 \times 3 \times 2$ 說明質因數的定義：
 $24=2 \times 2 \times 3 \times 2$ ，2 和 3 都是質數，2 和 3 又是 24 的因數，我們稱 2 和 3 是 24 的質因數。



基本學習內容：NC-6-1-1 認識質數、合數。

基本學習內容：NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

方法二：

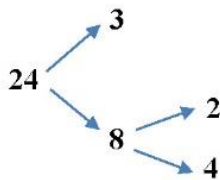


$$24 = 3 \times 8$$

24 可以分解成 $24 = 3 \times 8$



3 不能再分解成兩個大於 1 的整數相乘。
8 還能再分解成兩個大於 1 整數相乘嗎？



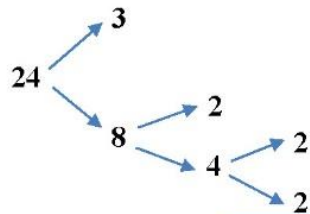
$$24 = 3 \times 2 \times 4$$

8 可以分解成 $8 = 2 \times 4$

24 可以分解成 $24 = 3 \times 2 \times 4$



2 不能分解成兩個大於 1 的整數相乘。
4 還能分解成兩個大於 1 整數相乘嗎？



$$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

4 可以再分解成 $4 = 2 \times 2$

最後可以得到 $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$

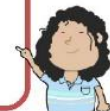


由方法一，得到 $24 = 2 \times 2 \times 3 \times 2$ ，

由方法二，得到 $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$ ，

把這些質因數由小到大排列，都可以記成 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

把 24 分解成 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ 的過程為質因數分解。





教材內容說明：

1. 本教材第 3~6 頁的教學重點是幫助學生認識質因數和質因數分解的算式，以及如何將一個數分解成質因數分解的算式。
2. 第(1)題透過教師說明如何將 24 分解成幾個大於 1 整數相乘的算式，為引入質因數及質因數分解的算式鋪路。
 - 上一頁及本頁(第 3、4 頁)分別說明兩種利用樹狀圖做 24 質因數分解的方法。
上一頁(第 3 頁)先將 24 分解成 4×6 ，本頁先將 24 分解成 3×8 。
3. 教師透過下面三個步驟將 24 分解成質因數的乘積。
 - 步驟一：先將 24 分解成兩個大於 1 整數相乘的算式「 $24=3 \times 8$ 」後，再判斷 8 和 3 是否還能分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
 - 步驟二：3 不能再分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
將 8 分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式「 $8=2 \times 4$ 」後，再判斷 2 和 4 是否還能分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
 - 步驟三：2 不能再分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
將 4 分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式「 $4=2 \times 2$ 」後，再判斷 2 是否還能分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式。
 - 步驟四：2 不能分解成兩個大於 1 整數相乘的算式，得到「 $24=3 \times 2 \times 2 \times 2$ 」的算式。
4. 將質因數由小排到大，兩種樹狀圖分解的結果都可以記成「 $24=2 \times 2 \times 2 \times 3$ 」，把 24 分解成 $24=2 \times 2 \times 2 \times 3$ 的過程為質因數分解。



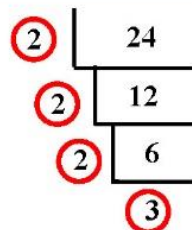
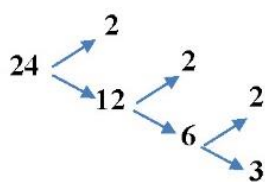
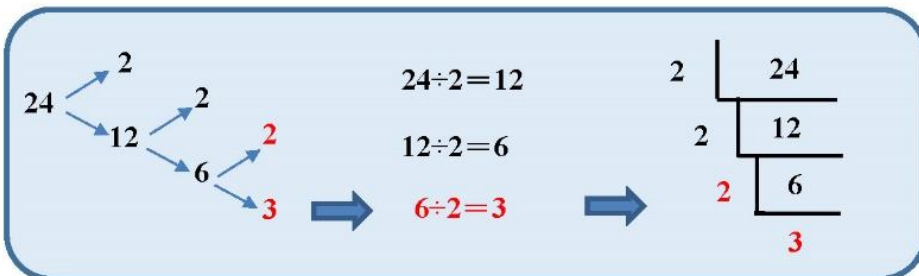
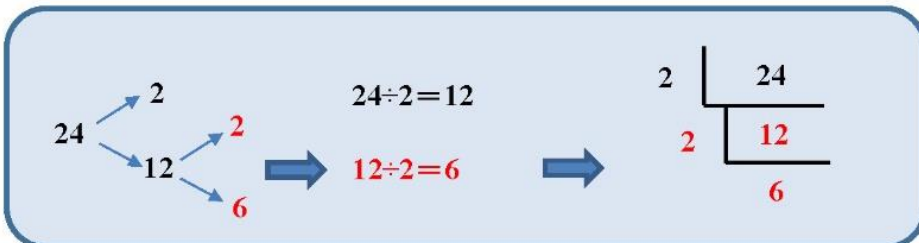
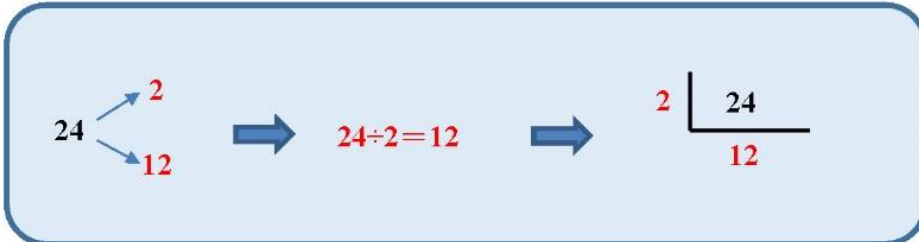
基本學習內容：NC-6-1-1、2

基本學習內容：NC-6-1-1 認識質數、合數。

基本學習內容：NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

老師提供另一種把 24 做質因數分解的方法。



最後得到 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$



像上面把 24 做質因數分解的方法叫做「短除法」。
用「短除法」進行 24 的質因數分解時，除數一定要是 24 的質因數。



教材內容說明：

1. 本教材第 3~6 頁的教學重點是幫助學生認識質因數和質因數分解的算式，以及如何將一個數分解成質因數分解的算式。
2. 本頁介紹另一種質因數分解的方法，幫助學生較有效率的進行 24 的質因數分解，稱這種質因數方法的方法為短除法。

- 學生已有利用樹狀圖將 24 質因數分解的解題經驗，知道質因數由小排到大，兩種樹狀圖分解的結果都可以記成「 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 」。

教師可以幫助學生利用短除法依序提出 24 的質因數後，得到 24 質因數分解的算式。

3. 教師可以依下列四個步驟說明如何利用短除法將 24 分解成質因數分解的算式。

步驟一： $24\div 2=12$ ，提出 24 的質因數 2，得到 $24=2\times 12$ 。

步驟二： $12\div 2=6$ ，提出 12 的質因數 2，得到 $24=2\times (2\times 6)$ 。

步驟三： $6\div 2=3$ ，提出 6 的質因數 2，得到 $24=2\times 2\times (2\times 3)$ 。

步驟四：3 不能再分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式，得到 24 質因數分解的算式為

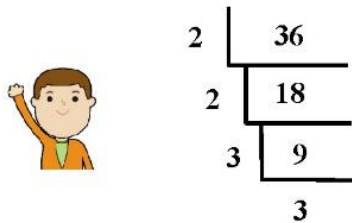
「 $24=2\times 2\times 2\times 3$ 」。



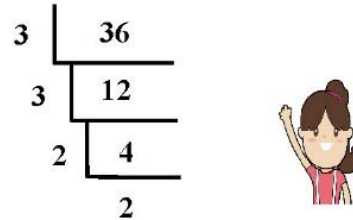
基本學習內容：NC-6-1-1 認識質數、合數。

基本學習內容：NC-6-1-2 短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

(2)用短除法將 36 分解成質因數分解算式。



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2$$

答： $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$



小試身手

做做看：

(1)利用短除法將 18 質因數分解。

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

(2)利用短除法將 32 質因數分解。

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

(3)利用短除法將 45 質因數分解。

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

(4)利用短除法將 28 質因數分解。

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$



教材內容說明：

1. 本教材第 3~6 頁的教學重點是幫助學生認識質因數和質因數分解的算式，以及如何將一個數分解成質因數分解的算式。
2. 第(2)題限制學生利用短除法將 36 分解成質因數分解的算式。
3. 教師可以依下列四個步驟說明如何利用短除法將 36 分解成質因數分解的算式。
 - 步驟一： $36 \div 2 = 18$ ，提出 36 的質因數 2，得到 $36 = 2 \times 18$ 。
 - 步驟二： $18 \div 2 = 9$ ，提出 18 的質因數 2，得到 $36 = 2 \times (2 \times 9)$ 。
 - 步驟三： $9 \div 3 = 3$ ，提出 9 的質因數 3，得到 $36 = 2 \times 2 \times (3 \times 3)$ 。
 - 步驟四：3 不能再分解成 2 個大於 1 整數相乘的算式，得到 36 質因數分解的算式為「 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」。
 - 如果學生不是依由小至大的順序提出質因數，教師應先接受，並建議學生養成由小至大提質因數的習慣。
4. 小試身手有 4 題，幫助學生熟練利用短除法進行質因數分解。
 - 學生必須掌握 2、3 及 5 的倍數判斷方法，才能較有效率的解題，如果學生不認識 2、3 及 5 的倍數判斷方法，請參閱 NC-5-3-3 的教材，或提供 NC-5-3-3 的教材讓學生練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

