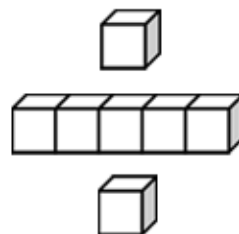




基本學習內容：NC-6-2-1

質因數分解法或短除法求兩 數的最大公因數

【教師用】





基本學習內容：NC-6-2-1

學習內容：

N-6-2 **最大公因數與最小公倍數**：質因數分解法與短除法。兩數互質。

運用到分數的約分與通分。

備註：不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。

基本學習內容：

NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

NC-6-2-3 認識兩數互質。

NC-6-2-4 將分數約成最簡分數。

基本學習表現：

NCP-6-2-1-1 能用質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

NCP-6-2-1-2 能解決求公因數或最大公因數的情境問題。

NCP-6-2-2-1 能用質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

NCP-6-2-2-2 能解決求公倍數或最小公倍數的情境問題。

NCP-6-2-3-1 能認識兩數互質的意義。

NCP-6-2-4-1 能認識最簡分數的意義。

NCP-6-2-4-2 能將分數約成最簡分數。



概要說明：

- 本基本學習內容為 NC-5-3-1 及 NC-6-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數、兩數的公因數與最大公因數；也應該已經能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。
- 本基本學習內容幫助學生用質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。
- 本基本學習內容只限制用短除法求兩數的最大公因數時，質因數都要小於 20，被分解數要小於 100。
- 本基本學習內容只處理二個整數最大公因數的問題，不處理三個整數(以上)最大公因數的問題。
- 本基本學習內容限制先引入質因數分解法求兩數的最大公因數，再透過質因數分解法，引入短除法求兩數的最大公因數。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

◎複習活動

(1) 找出 12 和 30 的所有「因數」。

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \times 12 \\ &= 2 \times 6 \\ &= 3 \times 4 \\ &= 4 \times 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30 &= 1 \times 30 \\ &= 2 \times 15 \\ &= 3 \times 10 \\ &= 5 \times 6 \end{aligned}$$

12 的因數有：1、2、3、4、6、12

30 的因數有：1、2、3、5、6、10、15、30

答：12 的因數有：1、2、3、4、6、12

30 的因數有：1、2、3、5、6、10、15、30

(2) 12 的因數有：1、2、3、4、6、12

30 的因數有：1、2、3、5、6、10、15、30

將 12 和 30 的所有因數，改記成質因數的乘積。

12 的因數有：1、2、3、4、6、12

→ 12 的因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2 \times 2 \times 3$

30 的因數有：1、2、3、5、6、10、15、30

→ 30 的因數有：1、2、3、5、 2×3 、 2×5 、 3×5 、 $2 \times 3 \times 5$

答：12 的因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2 \times 2 \times 3$

30 的因數有：1、2、3、5、 2×3 、 2×5 、 3×5 、 $2 \times 3 \times 5$



教材內容說明

1. 本教材第 1~2 頁教學重點是透過複習活動協助學生利用質因數分解法求出兩數的最大公因數。
2. 本頁教材第(1)題是複習活動，要求學生找出 12 和 30 所有的因數。
 - 本教材利用乘法找出 12 和 30 所有因數，如果學生利用除法找出 12 和 30 所有因數，教師也應該接受。
3. 本頁教材第(2)題要求學生將 12 和 30 所有因數，都改記成質因數的乘積，為第 2 頁找出兩數的公因數(用質因數乘積表示)及最大公因數(用質因數乘積表示)鋪路。
 - 以找出 12 和 30 的公因數為例，五年級的教學重點是看著 12 和 30 找出公因數，六年級的教學重點是看著 12 和 30 質因數乘積的算式找出公因數。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

(3) 12 的因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2 \times 2 \times 3$

30 的因數有：1、2、3、5、 2×3 、 2×5 、 3×5 、 $2 \times 3 \times 5$

找出 12 和 30 的公因數，以及最大公因數。

12 的因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 $2 \times 2 \times 3$

30 的因數有：1、2、3、5、 2×3 、 2×5 、 3×5 、 $2 \times 3 \times 5$

➔ 12 和 30 的公因數有：1、2、3、 2×3

➔ 12 和 30 的最大公因數是： 2×3

答：12 和 30 的公因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 ，

12 和 30 的最大公因數是 2×3

(4) 12 和 30 的「最大公因數」是 2×3 ，想想看，

從 $12 = 2 \times 2 \times 3$ 和 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 質因數分解算式中，你發現了什麼？

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

我發現 12 和 30 的質因數分解算式中，都有 2×3 。



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$



12 和 30 「最大公因數」是 2×3 。

2×3 是 12 和 30 「共同的質因數乘積」。





教材內容說明

1. 本教材第 1~2 頁教學重點是透過複習活動協助學生利用質因數分解法求出兩數的最大公因數。
2. 本頁教材第(3)題給定 12 和 30 所有的因數(質因數乘積表示)，要求學生找出兩數的公因數和最大公因數。
 - $12=2\times 2\times 3$ 的因數：1, 2, 3, 2×2 , 2×3 , $2\times 2\times 3$ 。
 - $30=2\times 3\times 5$ 的因數：1, 2, 3, 5, 2×3 , 2×5 , 3×5 , $2\times 3\times 5$ 。
 - 12 和 30 的公因數：1, 2, 3, 2×3 。
 - 12 和 30 的最大公因數： 2×3 。
 - 教師也可以幫助學生複習「公因數是最大公因數的因數」。
3. 本頁教材第(4)題提供 $12=2\times 2\times 3$ 和 $30=2\times 3\times 5$ 質因數分解的算式，以及 12 和 30 的最大公因數 2×3 ，要求學生發現 12 和 30 的最大公因數 2×3 ，就是 $12=2\times 2\times 3$ 和 $30=2\times 3\times 5$ 共同質因數的乘積。
 - 建議教師先提供 $12=2\times 2\times 3$ 和 $30=2\times 3\times 5$ ，讓學生自己發現上述關係，如果學生無法發現上述關係，再提供教材中呈現的算式(將共同質因數上下併置)，幫助學生發現。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

◎利用質因數分解方法，找出兩數的「公因數」和「最大公因數」

(1) $28 = 2 \times 2 \times 7$ ，

28 的因數有：1、2、 2×2 、 2×7 、 $2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，

36 的因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 3×3 、 $2 \times 2 \times 3$ 、 $2 \times 3 \times 3$ 、 $2 \times 2 \times 3 \times 3$

28 和 36 兩數的「最大公因數」是多少？

28 的因數有：1、2、7、 2×2 、 2×7 、 $2 \times 2 \times 7$

36 的因數有：1、2、3、 2×2 、 2×3 、 3×3 、 $2 \times 2 \times 3$ 、 $2 \times 3 \times 3$ 、 $2 \times 2 \times 3 \times 3$

28 和 36 的公因數有：1、2、 2×2

28 和 36 的最大公因數是： 2×2

答：28 和 36 的最大公因數是： 2×2

(2) 28 和 36 的「最大公因數」是 2×2 ，想想看，

從 $28 = 2 \times 2 \times 7$ 和 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 質因數分解算式中，你發現了什麼？

$28 = 2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

我發現 28 和 36 的質因數分解算式中，都有 2×2 。



$28 = 2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

28 和 36 「最大公因數」是 2×2 。

2×2 是 28 和 36 「共同質因數的乘積」。





教材內容說明

1. 本教材第 3~4 頁教學重點是利用質因數分解法求出兩數的最大公因數。
2. 本頁教材第(1)題給定 $28=2\times 2\times 7$ 及其因數：1, 2, 2×2 , 2×7 , $2\times 2\times 7$ ；
 $36=2\times 2\times 3\times 3$ 及其因數：1, 2, 3, 2×2 , 2×3 , 3×3 , $2\times 2\times 3$, $2\times 3\times 3$, $2\times 2\times 3\times 3$ ，
要求學生找出兩數的最大公因數。
 - 學生只要知道公因數是共同的因數，就能成功解題。
28 和 36 的公因數：1, 2, 2×2 。
28 和 36 的最大公因數： 2×2 。
3. 本頁教材第(2)題提供 $28=2\times 2\times 7$ 和 $36=2\times 2\times 3\times 3$ 質因數分解的算式，以及 28 和 36 的最大公因數 2×2 ，幫助學生察覺 28 和 36 的最大公因數 2×2 ，就是 $28=2\times 2\times 7$ 和 $36=2\times 2\times 3\times 3$ 共同質因數的乘積。
 - 本頁和前一頁教學的重點相同，幫助學生認識兩數的最大公因數就是共同質因數的乘積，為後面引入利用短除法求出兩數的最大公因數鋪路。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

12 和 30 的「最大公因數」是 $2 \times 3 \rightarrow 2 \times 3$ 是 12 和 30 「共同質因數的乘積」；

28 和 36 的「最大公因數」是 $2 \times 2 \rightarrow 2 \times 2$ 是 28 和 36 「共同質因數的乘積」。

兩數質因數分解後，兩數的「最大公因數」是「所有共同質因數的乘積」。



(3) 利用質因數分解求兩數的最大公因數。

① $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ ， $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ，求 40 和 60 的最大公因數是多少？

② $45 = 3 \times 3 \times 5$ ， $28 = 2 \times 2 \times 7$ ，求 45 和 28 的最大公因數是多少？

① $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

② $45 = 3 \times 3 \times 5$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$28 = 2 \times 2 \times 7$

共同質因數的乘積 $2 \times 2 \times 5$

45 和 28 沒有共同質因數，45 和 28 互質

40 和 60 的最大公因數 $2 \times 2 \times 5$

45 和 28 的最大公因數是 1

答：① 40 和 60 的最大公因數 $2 \times 2 \times 5$

② 45 和 28 的最大公因數 1



小試身手

◎ 利用質因數分解求兩數的最大公因數

(1) $42 = 2 \times 3 \times 7$ ， $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ ，求 42 和 56 的最大公因數是多少？

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$

共同質因數的乘積 2×7

答：42 和 56 的最大公因數是 2×7

(2) $35 = 5 \times 7$ ， $45 = 3 \times 3 \times 5$ ，求 35 和 45 的最大公因數是多少？

$35 = 5 \times 7$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

共同質因數 5

答：35 和 45 的最大公因數是 5



教材內容說明

1. 本教材第 3~4 頁教學重點是利用質因數分解法求出兩數的最大公因數。

2. 本頁第(3)題包含兩個子問題：

子問題①給定 40 和 60 質因數分解的算式，要求學生找出 40 和 60 的最大公因數。

子問題②給定 45 和 28 質因數分解的算式，要求學生找出 45 和 28 的最大公因數。

- 教師應幫助學生利用「兩數的最大公因數就是共同質因數的乘積」的性質來解題，如果學生無法解題，教師應幫助學生複習第 2 頁及第 3 頁的教材。

3. 小試身手有 2 題，教師應幫助學生利用「兩數的最大公因數就是共同質因數的乘積」的性質來解題。

- 第 1 題： $42=2\times 3\times 7$ ， $56=2\times 2\times 2\times 7$ 共同質因數乘積是 2×7 ，42 和 56 的最大公因數是 2×7 。

- 第 2 題： $35=5\times 7$ ， $45=3\times 3\times 5$ 共同質因數乘積是 5，35 和 45 的最大公因數是 5。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

◎利用短除法，找出兩數的「最大公因數」

(1) 用短除法找出 18 和 24 的最大公因數。

18 和 24 的最大公因數是共同質因數 2 和 3 的乘積 2×3

下面是利用短除法將 18 和 24 質因數分解的算式：

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \overline{) 18} \\ \underline{36} \\ 9 \\ \textcircled{3} \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \textcircled{2} \overline{) 24} \\ \underline{48} \\ 12 \\ \textcircled{3} \overline{) 12} \\ \underline{36} \\ 4 \end{array}$$

18 和 24 的最大公因數： 2×3

答：18 和 24 的最大公因數： 2×3

老師將這兩個算式改記成一個算式：

先提出 18 和 24 共同的質因數 2 \rightarrow $\textcircled{2}$ $\left| \begin{array}{cc} 18 & 24 \\ \hline 9 & 12 \\ \hline 3 & 4 \end{array} \right.$ 3 和 4 沒有共同的質因數，我們稱 3 和 4 「互質」；也就是，3 和 4 的最大公因數是 1。3 和 4 互質，表示已經找出 18 和 24 所有共同的質因數。

再提出 9 和 12 共同的質因數 3 \rightarrow $\textcircled{3}$ $\left| \begin{array}{cc} 18 & 24 \\ \hline 9 & 12 \\ \hline 3 & 4 \end{array} \right.$ \leftarrow

3 也是 18 和 24 共同的質因數

在這個算式中，也可以看到 2 和 3 是 18 和 24 共同的質因數。
算式下面的 3 和 4 沒有共同的質因數，可以得到 18 和 24 的最大公因數是 2×3 。
我們稱利用上面算式求兩數最大公因數的方法為短除法。



(2) 左邊是利用質因數分解法求兩數最大公因數的記法；

右邊是利用短除法求兩數最大公因數的記法。

$$\begin{array}{l} 18 = 2 \times 3 \times 3 \\ 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 24} \\ \underline{36} \\ 9 \quad 12 \\ 3 \overline{) 9 \quad 12} \\ \underline{36} \\ 4 \end{array} \rightarrow 4 = 2 \times 2$$

說說看，這兩種方法有什麼關係？

質因數分解法：先將 18 和 24 質因數分解，才能找到最大公因數。

短除法：直接透過 12 和 18 求最大公因數。

質因數分解法：所有的數都要做質因數分解。

短除法：3 和 4 互質，4 不必再做短除法。





教材內容說明

1. 本教材第 5~6 頁教學重點是利用短除法求出兩數的最大公因數。
2. 本頁教材第(1)題是由教師說明如何利用短除法找出 18 和 24 的最大公因數。

教師宜先說明 18 和 24 的最大公因數是共同質因數的乘積 2×3 。

再依下列四個步驟說明如何利用短除法求 18 和 24 的最大公因數。

步驟一：提出 18 和 24 共同的質因數 2，得到 $18 = 2 \times 9$ ， $24 = 2 \times 12$ 。

步驟二：提出 9 和 12 共同的質因數 3，得到 $9 = 3 \times 3$ ， $12 = 3 \times 4$ 。

步驟三：3 和 4 沒有共同的質因數，表示已提盡 18 和 24 共同的質因數。

步驟四：18 和 24 共同的質因數只有 2 和 3，得到 18 和 24 的最大公因數是 2×3 。

- 利用質因數分解法求最大公因數時，必需先將 18 和 24 分解為質因數的乘積。利用短除法求最大公因數時，不需要將 18 和 24 分解為質因數的乘積，只要提出 24 和 30 共同的質因數即可。所以短除法比質因數分解法有效率。

3. 本教材沒有先宣告互質的定義，利用引入短除法的時機引入互質的意義，4 和 5 沒有共同的質因數，我們稱 4 和 5 兩數互質。

任意兩數的最小公因數是 1，4 和 5 沒有共同的質因數，也就是 4 和 5 的最大公因數是 1，所以當 4 和 5 的最大公因數是 1 時，我們也稱 4 和 5 互質。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

(3) 用「短除法」求出 84 和 63 的「最大公因數」。

3	84 63	3 是 84 和 63 的共同質因數。
7	28 21	7 是 28 和 21 的共同質因數，也是 84 和 63 的共同質因數。
	4 3	4 和 3 沒有共同質因數，4 和 3 互質， 表示已經找出 84 和 63 所有的共同質因數。 從短除法得到 84 和 63 共同質因數乘積是 3×7 ， 84 和 63 的最大公因數是 $3 \times 7 = 21$ 。

答：84 和 63 的「最大公因數」是 21

(4) 用「短除法」求出 60 和 84 的「最大公因數」。

2	60 84	2 是 60 和 84 的共同質因數
2	30 42	2 是 30 和 42 的共同質因數，也是 60 和 84 的共同質因數。
3	15 21	3 是 15 和 21 的共同質因數，也是 60 和 84 的共同質因數。
	5 7	5 和 7 沒有共同質因數，5 和 7 互質， 表示已經找出 60 和 84 所有的共同質因數。 從短除法得到 60 和 84 共同質因數乘積是 $2 \times 2 \times 3$ ， 60 和 84 的最大公因數是 $2 \times 2 \times 3 = 12$ 。

答：60 和 84 的「最大公因數」是 12



小試身手

◎利用短除法求兩數的最大公因數

(1) 56 和 68

2	56 68
2	28 34
	14 17

56 和 68 的最大公因數是 2×2

答：最大公因數是 2×2

(2) 84 和 90

2	84 90
3	42 45
	12 15

84 和 90 的最大公因數是 2×3

答：最大公因數是 2×3



教材內容說明

1. 本教材第 5~6 頁教學重點是利用短除法求出兩數的最大公因數。

2. 本頁第(3)題限制學生利用短除法找出 84 和 63 的最大公因數。

教師應先說明最大公因數就是共同質因數的乘積。

- 教師應幫助學生練習「先提出 84 和 63 的共同質因數 3，提出後得到 $84=3\times 28$ ， $63=3\times 21$ 」，「再提出 28 和 21 的共同質因數 7，提出後得到 $28=7\times 4$ ， $21=7\times 3$ 」，「4 和 3 沒有共同的質因數，4 和 3 互質」，「得到 84 和 63 的最大公因數是 $3\times 7=21$ 」。

3. 本頁第(4)題限制學生利用短除法找出 60 和 84 的最大公因數。

教師應先說明最大公因數就是共同質因數的乘積。

- 教師應幫助學生練習「先提出 60 和 84 的共同質因數 2，提出後得到 $60=2\times 30$ ， $84=2\times 42$ 」，「再提出 30 和 42 的共同質因數 2，提出後得到 $30=2\times 15$ ， $42=2\times 21$ 」，「再提出 15 和 21 的共同質因數 3，提出後得到 $15=3\times 5$ ， $21=3\times 7$ 」，「5 和 7 沒有共同的質因數，5 和 7 互質」，「得到 60 和 84 的最大公因數是 $2\times 2\times 3=12$ 」。
- 如果學生無法解題，教師應幫助學生複習第 5 頁的教材。

4. 小試身手有 2 題，都限制學生利用短除法找出兩數的公因數。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

◎「公因數」與「最大公因數」的應用

(1)有一張長 18 公分，寬 12 公分的長方形色紙。用大小一樣的正方形排這張長方形色紙，剛好可以排滿，正方形邊長是整數，請問：可以用邊長 2 公分的正方形排滿這張長方形色紙嗎？



我用邊長 2cm 的正方形去排，
一排有 9 個，排了 6 排，剛好排滿。

長邊 18， $18 \div 2 = 9$ → 表示一排排 9 個
寬邊 12， $12 \div 2 = 6$ → 表示可以排 6 排
所以，可以剛好排滿。



答：可以用邊長 2 公分的正方形排滿



2 是 18 和 12 的公因數。

有一張長 18 公分，寬 12 公分的長方形色紙。用大小一樣的正方形排這張長方形色紙，剛好可以排滿，正方形邊長是整數，如下表所示。

正方形邊長 (公分)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
是否排滿	○	○	○	×	×	○	×	×	×	×	×	×

從表中觀察到：

- ①可以排滿長方形色紙的正方形邊長是 1 公分、2 公分、3 公分、6 公分。
- ②邊長 1 公分、2 公分、3 公分、6 公分的正方形可以排滿長 18 公分，寬 12 公分的長方形色紙。

我們發現：1、2、3、6 是 12 和 18 的公因數。

6 是 12 和 18 的最大公因數 → 1、2、3、6 是 6 的因數，
12 和 18 的公因數是最大公因數 6 的因數。





教材內容說明

1. 本教材第 7 頁～10 頁幫助學生利用公因數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(1)題給定長 18 公分、寬 12 公分的長方形色紙，要求學生判斷用邊長 2 公分的正方形是否能排滿長方形色紙。

本教材提供兩種解題的方法：

方法一：用邊長 2 公分的正方形去排一排有 9 個，有 6 排，可以排滿。

方法二：用除法來判斷。

$18 \div 2 = 9$ 表示一排有 9 個， $12 \div 2 = 6$ 表示排了 6 排。

- 解題成功後，教師應要求學生看著方法二的除法算式，說明正方形邊長 2 公分，是長方形長邊 18 公分和寬邊 12 公分的公因數。

3. 教師提供下方的表格，先說明老師已經拿邊長 1 公分、2 公分、...、12 公分的正方形去排長 18 公分、寬 12 公分的長方形色紙，畫圈的是可以排滿的，畫叉的是不能排滿的。

再提示邊長 1 公分、2 公分、3 公分、6 公分的正方形可以排滿長邊 18 公分和寬邊 12 公分的長方形色紙，幫助學生發現下列性質：

- (1) 1、2、3、6，是 12 和 18 的公因數。
- (2) 6 是 12 和 18 的最大公因數。
- (3) 公因數 1、2、3、6 都是最大公因數 6 的因數。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

(2)有一張長 24 公分，寬 18 公分的長方形色紙。全部剪成大小一樣的正方形，剛好可以全部剪完，正方形邊長是整數，請問正方形的邊長可能是幾公分？

方法一：

正方形的邊長是 24 和 18 的公因數。

24 的因數有：1、2、3、4、6、8、12、24

18 的因數有：1、2、3、6、9、18

24 和 18 的公因數有：1、2、3、6

正方形可能的邊長是 1 公分、2 公分、3 公分、6 公分。

方法二：

24 和 18 的公因數是最大公因數的因數，我只要求出 24 和 18 的最大公因數，就能找到 24 和 18 的公因數。



3	24	18	24 和 18 的最大公因數： $3 \times 2 = 6$
2	8	6	最大公因數 6 的因數有：1、2、3、6 24 和 18 的公因數：1、2、3、6
	4	3	

答：所有可能的正方形邊長是 1 公分、2 公分、3 公分、6 公分

(3)有一張長 24 公分，寬 16 公分的長方形色紙。全部剪成大小一樣的正方形，剛好可以全部剪完，正方形邊長是整數，請問：
 ①正方形邊長最長是幾公分？ ②正方形的邊長可能是幾公分？

2	24	16	24 和 16 的最大公因數： $2 \times 2 \times 2 = 8$
2	12	8	24 和 16 的公因數是最大公因數 8 的因數。
2	6	4	最大公因數 8 的因數：1、2、4、8
	3	2	24 和 16 的公因數有：1、2、4、8

答：①正方形邊長最長是 8 公分
 ②正方形邊長可能是：1 公分、2 公分、4 公分、8 公分



教材內容說明

1. 本教材第 7 頁～10 頁幫助學生利用公因數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(2)題給定長 24 公分和寬 18 公分的長方形色紙，全部剪成一樣大的正方形，剛好剪完，正方形邊長是整數，要求學生回答正方形的邊長可能是多少公分。

本教材提供兩種解題的方法：

解法一：列出 24 所有的因數有：1、2、3、4、6、8、12、24。

18 所有的因數有：1、2、3、6、9、18。

24 和 18 的公因數有：1、2、3、6。

解法二：利用短除法求出 24 和 18 的最大公數 6，最大公因數 6 的因數是 24 和 18 兩數的公因數。

最大公因數 6 的因數是：1、2、3、6。

3. 本頁第(3)題給定長 24 公分和寬 16 公分的長方形色紙，全部剪成一樣大的正方形，剛好剪完，正方形邊長是整數，要求學生回答 2 個子問題。

子問題①要求學生回答正方形邊長最長是幾公分。

子問題②要求學生回答正方形邊長可能是幾公分。

- 學生可以利用短除法求出 24 和 16 的最大公因數 8，得到正方形的最長邊是 8 公分。
- 短除法只能求出兩數的最大公因數，無法求出兩數的所有公因數，如果學生無法解子問題②，教師應說明 24 和 16 的最大公因數 8 的因數(1、2、4、8)，就是 24 和 16 的公因數。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

(4)老師將班上有 12 位男生，8 位女生平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好可以全部分完。請問：

- ①可以分成 2 組嗎？
- ②可以分成 3 組嗎？

① $12 \div 2 = 6$ ，

$8 \div 2 = 4$

② $12 \div 3 = 4$ → 分成 3 組，每組男生 4 人

$8 \div 3 = 2 \dots 2$ → 女生無法平均分配

分成 2 組，第一組男生 6 人，女生 4 人；
第二組也是男生 6 人，女生 4 人，
各組的男生和女生分別一樣。



答：①可以分成 2 組

②不可以分成 3 組

班上有 12 位男生，8 位女生平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好全部分完。可以分成幾組？各組男生有幾人？女生有幾人？如下表所示。

組數	2 組	3 組	4 組	5 組	6 組	7 組	8 組
是否可以平均分組？	○	×	○	×	×	×	×
每組男生人數	6			3			
每組女生人數	4			2			

從表中觀察到：

可以分成 2 組，也可以分成 4 組。

$12 \div 4 = 3$ ， $8 \div 4 = 2$ ，

分成 4 組，第一組男生 3 人，女生 2 人。

第二組，第三組，第四組也都是男生 3 人，女生 2 人。

各組的男生和女生分別一樣。

我們發現：

2 和 4 都是 12 和 8 的公因數，

4 是 12 和 8 的最大公因數。



教材內容說明

1. 本教材第 7 頁～10 頁幫助學生利用公因數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(4)題給定將 12 位男生和 8 位女生平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好可以全部分完。要求學生回答兩個子問題：

子問題①要求學生回答可以分成 2 組嗎？

子問題②要求學生回答可以分成 3 組嗎？

本教材幫助學生透過嘗試錯誤來解題。

● $12 \div 2 = 6$ ， $8 \div 2 = 4$ ，所以可以分成 2 組。

$12 \div 3 = 4$ ， $8 \div 3 = 2 \dots 2$ ，所以不可以分成 3 組。

● 教師最後要幫助學生察覺可以分成 2 組和 4 組，2 和 4 都是 12 和 8 的公因數，以後面對相同問題時，可以直接利用短除法來解題。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

(5)班上有 36 位男生，24 位女生。平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好可以全部分完。最多可以分成幾組？各組男生幾人？女生幾人？

組數是求 36 和 24 的最大公因數。

	男	女
2	36	24
2	18	12
3	9	6
	3	2

36 和 24 的最大公因數是 $2 \times 2 \times 3 = 12$

$36 \div 12 = 3$ ，每組男生有 3 人

$24 \div 12 = 2$ ，每組女生有 2 人

答：最多分成 12 組，
每組有 3 位男生和 2 位女生

(6)老闆有 54 顆蘋果，72 顆梨子。平均分裝成禮盒，每個禮盒的蘋果和梨子一樣多，且剛好可以全部分完。老闆最多可以分成幾個禮盒？

禮盒數是求 54 和 72 的最大公因數。

2	54	72
3	27	36
3	9	12
	3	4

54 和 72 的最大公因數是 $2 \times 3 \times 3 = 18$

答：最多分成 18 個禮盒



教材內容說明

1. 本教材第 7 頁～10 頁幫助學生利用公因數解決日常生活中的問題。
2. 本頁教材第(5)題要求學生將 36 位男生和 24 位女生平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好可以全部分完。要求學生回答最多可以分成幾組？各組男生和女生的人數各是多少？

本教材只提供利用短除法求最大公因數的解題方法。

- 如果學生無法解題，教師應要求學生先複習前一頁(第 9 頁)的教材後，再要求學生解題。
- 教師應要求學生說明「最大公因數 12 組」和「36 位男生與 24 位女生」的關係。了解關係後再說明 $36 \div 12 = 3$ 是各組男生人數， $24 \div 12 = 2$ 是女生的人數。

3. 本頁教材第(6)題要求學生將 54 顆蘋果,72 顆梨子平均分裝禮盒，各組的蘋果和梨子一樣多，且剛好可以全部分完。要求學生回答最多可以分成幾盒？

本教材只提供利用短除法求最大公倍數的解題方法。

- 如果學生無法解題，教師應要求學生先複習前一頁(第 9 頁)的教材後，再要求學生解題。
- 教師應要求學生說明「最大公因數 18 盒」和「54 顆蘋果和 72 顆梨子」的關係。



基本學習內容：NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。



小試身手

做做看：

- (1) 把一張長 84 公分、寬 63 公分的長方形紙，分割成一樣大小的正方形，且正方形的邊長為整公分。正方形的邊長最長是幾公分？

正方形的邊長是求 84 和 63 的公因數，
最長的邊長是 84 和 63 的最大公因數。

$$\begin{array}{r|l} 3 & 84 \quad 63 \\ & 28 \quad 21 \\ \hline & 4 \quad 3 \end{array}$$

84 和 63 的最大公因數 $3 \times 7 = 21$

答：正方形的邊長最長是 21 公分

- (2) 老師有 40 個果凍和 50 顆糖果，想平分給一些學生，每個學生分到的果凍和糖果都分別一樣多，且剛好分完。

老師可以分給幾個學生？每個學生分到的果凍有幾個，糖果有幾顆？

請把可能的答案寫出來。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \quad 50 \\ & 20 \quad 25 \\ \hline & 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 40 &= 1 \times 40 \\ &= 2 \times 20 \\ &= 5 \times 8 \\ &= 10 \times 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50 &= 1 \times 50 \\ &= 2 \times 25 \\ &= 5 \times 10 \\ &= 10 \times 5 \end{aligned}$$

40 和 50 的最大公因數 $2 \times 5 = 10$

40 和 50 的公因數有：1、2、5、10

答：可以分給 1 個學生，每個學生分到 40 個果凍、50 顆糖果；
分給 2 個學生，每個學生分到 20 個果凍、25 顆糖果；
分給 5 個學生，每個學生分到 8 個果凍、10 顆糖果；
最多分給 10 個學生，每個學生分到 4 個果凍、5 顆糖果。



教材內容說明

1. 本教材第 11 頁小試身手是「公因數」的練習題。
2. 第(1)題「把一張長 84 公分、寬 63 公分的長方形紙，分割成一樣大小的正方形，且正方形的邊長為整公分。正方形的邊長最長是幾公分？」。
 - 如果學生無法解題,教師可以幫助學生先複習第 7 頁至第 10 頁的教材,再要求學生解題。
3. 第(2)題「老師有 40 個果凍和 50 顆糖果，想平分給一些學生，每位學生分到的果凍和糖果都分別一樣多，且剛好分完」。
 - 如果學生無法解題,教師可以幫助學生先複習第 7 頁至第 10 頁的教材,再要求學生解題。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學
學生學習扶助教材 **6** 年級數學

