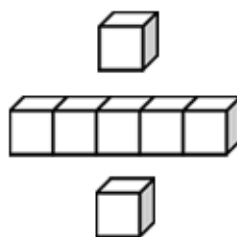


基本學習內容：NC-6-2-2

質因數分解法或短除法 求兩數的最小公倍數 【教師用】





基本學習內容：NC-6-2-2

學習內容：

N-6-2 **最大公因數與最小公倍數**：質因數分解法與短除法。兩數互質。

運用到分數的約分與通分。

備註：不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。

基本學習內容：

NC-6-2-1 質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

NC-6-2-3 認識兩數互質。

NC-6-2-4 將分數約成最簡分數。

基本學習表現：

NCP-6-2-1-1 能用質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。

NCP-6-2-1-2 能解決求公因數或最大公因數的情境問題。

NCP-6-2-2-1 能用質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

NCP-6-2-2-2 能解決求公倍數或最小公倍數的情境問題。

NCP-6-2-3-1 能認識兩數互質的意義。

NCP-6-2-4-1 能認識最簡分數的意義。

NCP-6-2-4-2 能將分數約成最簡分數。



概要說明：

- 本基本學習內容為 NC-5-3-1 及 NC-6-1-2 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數、兩數的公因數與最大公因數；也應該已經能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。
- 本基本學習內容幫助學生用質因數分解法或短除法求兩數的最大公因數。
- 本基本學習內容只限制用短除法求兩數的最大公因數時，質因數都要小於 20，被分解數要小於 100。
- 本基本學習內容只處理二個整數最大公因數的問題，不處理三個整數(以上)最大公因數的問題。
- 本基本學習內容限制先引入質因數分解法求兩數的最大公因數，再透過質因數分解法，引入短除法求兩數的最大公因數。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

◎利用質因數分解方法，找出兩數的「最小公倍數」

(1) 30 的倍數有：30、60、90、120、150、180、210、240、270、……

找出 24 和 30 的「最小公倍數」是多少？

30 的倍數有：30、60、90、120、150、180、210、240、……

$$24 \times 5 = 120, 24 \times 10 = 240$$

其中，120、240 是 24 的倍數，

120 是 24 和 30 的最小公倍數。

答：24 和 30 的最小公倍數是 120

(2) $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ，24 的倍數可以記做： $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times \triangle$

$30 = 2 \times 3 \times 5$ ，30 的倍數可以記做： $2 \times 3 \times 5 \times \square$

找找看，24 和 30 的「最小公倍數」是多少？

老師利用 24 和 30 的質因數分解算式找出兩數的「最小公倍數」。

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{最小公倍數} : 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

仔細觀察可以發現：

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \rightarrow 24 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \rightarrow 24 \text{ 只要再乘以 } 5 \text{ 就是 } 30 \text{ 的倍數}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \rightarrow 30 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \rightarrow 30 \text{ 只要再乘以 } 2 \times 2 \text{ 就是 } 24 \text{ 的倍數}$$

$$24 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2 \times 2 \times 30$$

答：24 和 30 的最小公倍數是 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

➡ 24 和 30 兩數的「最小公倍數」是 $(2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 5)$

可以發現：

(2×3) 是 24 和 30 「共同質因數乘積」，

$(2 \times 2 \times 5)$ 是 24 和 30 「剩下質因數乘積」，

24 和 30 的最小公倍數 $(2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 5)$

是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積。





教材內容說明

1. 本教材第 1～3 頁教學重點是利用質因數分解法求出兩數的最小公倍數。
2. 本頁第(1)題為複習活動，給定部分 30 的倍數，要求學生找出 24 和 30 的最小公倍數。
本教材透過逐一檢查 30 的倍數是否為 24 的倍數，找出 24 和 30 最小公倍數為 120。
3. 本頁第(2)題給定 $24=2\times 2\times 2\times 3$ ，24 的倍數可以記做 $2\times 2\times 2\times 3\times \triangle$
 $30=2\times 3\times 5$ ，30 的倍數可以記做 $2\times 3\times 5\times \square$ ，要求學生找出 24 和 30 的最小公倍數。
本教材建議由教師說明如何找出 24 和 30 的最小公倍數。
4. 教師可以幫助學生發現 24 和 30 的最小公倍數是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

$$(3) 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3, 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

利用 54 和 72 的質因數分解算式，求出兩數的「最小公倍數」。

我發現

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \rightarrow 54 \times 2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \rightarrow 54 \text{ 只要再乘以 } 2 \times 2 \text{ 就是 } 72 \text{ 的倍數}$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \rightarrow 72 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \rightarrow 72 \text{ 只要再乘以 } 3 \text{ 就是 } 54 \text{ 的倍數}$$

$$2 \times 2 \times 54 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 72 \times 3$$

答：54 和 72 的最小公倍數是 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

老師利用 54 和 72 的質因數分解算式，找出兩數的「最小公倍數」。

$$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{最小公倍數：} 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

➡ 54 和 72 兩數的「最小公倍數」是 $(2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

可以發現：

$(2 \times 3 \times 3)$ 是「共同質因數乘積」，

$(2 \times 2 \times 3)$ 是「剩下質因數乘積」，

54 和 72 的最小公倍數 $(2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積。



質因數分解算式求兩數的「最小公倍數」是
兩數「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積。



教材內容說明

1. 本教材第 1～3 頁教學重點是利用質因數分解法求出兩數的最小公倍數。
2. 本頁第(3)題給定 $54=2\times 3\times 3\times 3$ ， $72=2\times 2\times 2\times 3\times 3$ ，要求學生找出 54 和 72 的最小公倍數。
 - 如果學生無法解題，教師可以介入，幫助學生發現 24 和 30 的最小公倍數是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積。
3. 教師說明最小公倍數是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積後，再讓學生解下面的問題。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

(4)利用質因數分解算式，求出兩數的最小公倍數。

① $20=2\times2\times5$ ， $36=2\times2\times3\times3$

② $24=2\times2\times2\times3$ ， $42=2\times3\times7$

① $20=2\times2\times5$ (2×2)是「共同質因數乘積」
 $36=2\times2\times3\times3$ (5×3×3)是「剩下質因數乘積」

20 和 36 的最小公倍數 是 $(2\times2)\times(5\times3\times3)$

② $24=2\times2\times2\times3$ (2×3) 是「共同質因數乘積」
 $42=2\times3\times7$ (2×2×7) 是「剩下質因數乘積」

24 和 42 的最小公倍數是 $(2\times3)\times(2\times2\times7)$

答：①20 和 36 的最小公倍數是 $(2\times2)\times(5\times3\times3)$

②24 和 42 的最小公倍數是 $(2\times3)\times(2\times2\times7)$



小試身手

利用質因數分解算式，求出兩數的最小公倍數。

(1) $28=2\times2\times7$

$42=2\times3\times7$

$28=2\times2\times7$

$42=2\times3\times7$

(2×7) 是「共同質因數乘積」

(2×3) 是「剩下質因數乘積」

答：28 和 42 的最小公倍數是

$(2\times7)\times(2\times3)$

(2) $35=5\times7$

$45=3\times3\times5$

$35=5\times7$

$45=3\times3\times5$

5 是「共同質因數」

(3×3×7) 是「剩下質因數乘積」

答：35 和 45 的最小公倍數是

$5\times(3\times3\times7)$



教材內容說明

1. 本教材第 1～3 頁教學重點是利用質因數分解法求出兩數的最小公倍數。

2. 本頁第(4)題包含兩個子問題：

子問題①給定 20 和 36 質因數分解的算式，要求學生找出 20 和 36 的最小公倍數。

子問題②給定 24 和 42 質因數分解的算式，要求學生找出 24 和 42 的最小公倍數。

●教師應幫助學生利用「兩數的最小公倍數」就是「共同質因數乘積」和「剩下質因數的乘積」來解題，如果學生無法解題，教師應幫助學生複習第 1～2 頁的教材。

3. 小試身手有 2 題，教師應幫助學生利用「兩數的最小公倍數」就是「共同質因數乘積」和「剩下質因數」的乘積來解題。

第 1 題： $28=2\times 2\times 7$ ， $42=2\times 3\times 7$ 共同質因數乘積是 2×7 ，

剩下質因數是 2 和 3，28 和 42 的最小公倍數是 $2\times 7\times 2\times 3=2\times 2\times 3\times 7$ 。

第 2 題： $35=5\times 7$ ， $45=3\times 3\times 5$ 共同質因數乘積是 5，

剩下質因數是 7 和 3×3 ，35 和 45 的最小公倍數是 $5\times 7\times 3\times 3=3\times 3\times 5\times 7$ 。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

◎利用短除法，找出兩數的「最小公倍數」

我們可以利用質因數分解方法，找出 18 和 60 的最小公倍數。

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ 60 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$



18和60的最小公倍數是
「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積
(2×3) \times ($3 \times 2 \times 5$)

也可以利用短除法，找出 18 和 60 的最小公倍數。

先提出 18 和 60 共同的質因數 2
再提出 9 和 30 共同的質因數 3
3 也是 18 和 60 共同的質因數

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 60 \\ 3 & 9 & 30 \\ 3 & 3 & 10 \end{array}$$

18和60的最小公倍數
「共同質因數乘積」和「剩下2個數乘積」
的乘積： $(2 \times 3) \times (3 \times 10)$

3 和 10 沒有共同的質因數，我們稱 3 和 10 「互質」；
也就是，3 和 10 的最大公因數是 1。
3 和 10 互質，表示已經找出 18 和 60 所有共同的質因數。

短除法求兩數的「最小公倍數」是
兩數「共同質因數乘積」和「剩下 2 個數乘積」的乘積。



(1)左邊是利用質因數分解法求兩數最小公倍數的記法；

右邊是利用短除法求兩數最小公倍數的記法。

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ 60 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

18和60的最小公倍數是
(2×3) \times ($3 \times 2 \times 5$)

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 60 \\ 3 & 9 & 30 \\ 3 & 3 & 10 \end{array} \rightarrow 10 = 2 \times 5$$

18和60的最小公倍數
(2×3) \times (3×10)

說說看，這兩種方法有什麼關係？

仔細觀察，質因數分解方法中，「剩下質因數乘積」($3 \times 2 \times 5$)，
和短除法下方「剩下 2 個數乘積」(3×10)，
這兩個數相同， $3 \times 2 \times 5 = 3 \times 10$ 。

所以，我們利用質因數分解法和短除法，都可以找出兩數的最小公倍數。





教材內容說明

1. 本教材第 4～5 頁教學重點是幫助學生利用短除法求出兩數(不必提供質因數分解的算式)的最小公倍數。
2. 本頁教材先說明 18 和 60 的最小公倍數是共同質因數的乘積(2×3) 和剩下質因數(3 和 10) 的乘積。再由教師介紹利用短除法找最小公倍數的方法，幫助學生較有效率算出 18 和 60 的最小公倍數。

教師可以依下列四個步驟說明如何利用短除法求 18 和 60 的最小公倍數。

步驟一：提出 18 和 60 共同的質因數 2，得到 $18 = 2 \times 9$ ， $60 = 2 \times 30$ 。

步驟二：提出 9 和 30 共同的質因數 3，得到 $9 = 3 \times 3$ ， $30 = 3 \times 10$ 。

步驟三：3 沒有共同的質因數，表示已提盡 12 和 30 共同的質因數。

步驟四：12 和 30 共同的質因數只有 2 和 3，18 和 60 剩下質因數有 3 和 10，得到 18 和 60 的最小公倍數是 $2 \times 3 \times 3 \times 10$ 。

3. 本頁第(1)題給定植因分解法和短除法求 18 和 60 最小公倍數的方法，要求學生說明這兩種解題方法的差異。

如果學生無法解題，教師可以介入，說明利用質因數分解法求最小公因數時，必需先將 12 和 30 分解為質因數的乘積。利用短除法求最小公因數時，不需要將 12 和 30 分解為質因數的乘積，只要提出 12 和 30 共同的質因數即可。所以短除法比質因數分解法有效率。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

①用質因數分解法求兩數的最小公倍數是：

「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積

②用短除法求兩數的最小公倍數是：

「共同質因數乘積」和「剩下 2 個數乘積」的乘積

質因數分解法必須把兩數所有的質因數都找出來，才能找到兩數的最小公倍數；而短除法只需要找出兩數共同的質因數，就可以找到兩數的最小公倍數。

使用短除法找兩數的最小公倍數比較快，我們可以用短除法來找最小公倍數。



(2)用短除法求出 48 和 60 的「最小公倍數」。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 48 & 60 \\ \hline 2 & 24 & 30 \\ \hline 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

2 是 48 和 60 的共同質因數。
2 是 24 和 30 的共同質因數，也是 48 和 60 的共同質因數。
3 是 12 和 15 的共同質因數，也是 48 和 60 的共同質因數。
4 和 5 互質，表示沒有共同質因數。

48 和 60 共同質因數乘積是 $2 \times 2 \times 3$ ，剩下 2 個數乘積是 4×5 。

48 和 60 的最小公倍數是 $(2 \times 2 \times 3) \times (4 \times 5) = 240$

答：48 和 60 的最小公倍數是 $2 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 240$

(3)用短除法求出 24 和 42 的「最小公倍數」。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 42 \\ \hline 3 & 12 & 21 \\ \hline & 4 & 7 \end{array}$$

2 是 24 和 42 的共同質因數
3 是 12 和 21 的共同質因數，也是 24 和 42 的共同質因數
4 和 7 互質，表示沒有共同質因數。

24 和 42 共同質因數乘積是 2×3 ，剩下 2 個數乘積 4×7 。

24 和 42 的最小公倍數是 $(2 \times 3) \times (4 \times 7) = 168$

答：24 和 42 的最小公倍數是 $2 \times 3 \times 4 \times 7 = 168$



小試身手

利用「短除法」求出兩數的最小公倍數

(1)16 和 36 的「最小公倍數」

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 16 & 36 \\ \hline 2 & 8 & 18 \\ \hline & 4 & 9 \end{array}$$

$16 = 2 \times 2 \times 4$
 $36 = 2 \times 2 \times 9$

答：16 和 36 的最小公倍數 $2 \times 2 \times 4 \times 9$

(2)9 和 45 的「最小公倍數」

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 9 & 45 \\ \hline 3 & 3 & 15 \\ \hline & 1 & 5 \end{array}$$

$9 = 3 \times 3 \times 1$
 $45 = 3 \times 3 \times 5$

答：9 和 45 的最小公倍數 $3 \times 3 \times 5$



教材內容說明

1. 本教材第 4～5 頁教學重點是幫助學生利用短除法求出兩數(不必提供質因數分解的算式)的最小公倍數。
2. 第頁第(2)題要求學生利用短除法找出 48 和 60 的最小公倍數。
 - 如果學生無法解題，教師應幫助學生練習「先提出 48 和 60 的共同質因數 2，提出後得到 $48=2\times 24$ ， $60=2\times 30$ 」，「再提出 24 和 30 的共同質因數 2，提出後得到 $24=2\times 12$ ， $30=2\times 15$ 」，「繼續提出 12 和 15 的共同質因數 3，提出後得到 $12=3\times 4$ ， $15=3\times 5$ 」，「4 和 5 沒有共同的質因數，4 和 5 互質，也就是 4 和 5 是 48 和 60 的剩下質因數」，「得到 48 和 60 的最小公倍數是 $2\times 2\times 3\times 4\times 5=240$ 」。
3. 本頁第(3)題要求學生利用短除法找出 24 和 42 的最小公倍數。
4. 小試身手是讓學生利用短除法有效率求出兩數的最小公倍數。
 - 第 1 題：先提出 16 和 36 的共同質因數 2，再提出 8 和 18 的共同質因數 2，4 和 9 互質，16 和 36 的剩下質因數是 4 和 9，得到 16 和 36 的最小公倍數是 $2\times 2\times 4\times 9=144$ 。
 - 第 2 題：先提出 9 和 45 的共同質因數 3，再提出 3 和 15 的共同質因數 3，1 和 5 互質，9 和 45 的剩下質因數是 1 和 5，得到 9 和 45 的最小公倍數是 $3\times 3\times 5=45$ 。我們也發現 45 是 9 的倍數，所以 9 和 45 的最小公倍數是 45。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

◎「公倍數」、「最小公倍數」的應用

(1)用數個長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙，排成一個正方形，請問可以排成邊長 6 公分的正方形嗎？



用長 3 公分，寬 2 公分的長方形排，
一排有 2 個，排了 3 排，排成邊長 6 公分的正方形。

邊長 6 公分的正方形
 $6 \div 3 = 2$ → 表示一排排 2 個
 $6 \div 2 = 3$ → 表示可以排 3 排



答：可以排成邊長 6 公分的正方形



6 是 2 和 3 的公倍數。

用數個長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙，排成一個正方形，正方形邊長是整數，如下表所示。

拼成的 正方形邊長	3 公分	4 公分	5 公分	6 公分	7 公分	8 公分	9 公分	12 公分	18 公分	24 公分	30 公分
是否可以拼成	×	×	×	○	×	×	×	○	○	○	○

從表中觀察到：

- ①可以排成邊長 6 公分、12 公分、18 公分、24 公分、30 公分、……的正方形。
- ②長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙可以排成邊長 6 公分、12 公分、18 公分、24 公分、30 公分、……的正方形。

我們發現：6、12、18、24、30、……是 3 和 2 的公倍數。

6 是 3 和 2 的最小公倍數→6、12、18、24、30、……是 6 的倍數，
3 和 2 的公倍數是最小公倍數 6 的倍數。





教材內容說明

1. 本教材第 6～11 頁幫助學生利用公倍數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(1)題要求學生回答用長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙，可以排成邊長 6 公分的正方形嗎？

本教材讓學生嘗試使用長 3 公分，寬 2 公分的長方形排，一排有 2 個，排了 3 排，排成邊長 6 公分的正方形。可以用 $6 \div 3 = 2$ 表示一排排 2 個， $6 \div 2 = 3$ 表示排了 3 排。

- 學生解題成功後，教師應說明長 3 公分和寬 2 公分的長方形色紙可以排成邊長 6 公分的正方形，我們發現 6 是 3 和 2 的公倍數，為學生以後遇到類似問題時，能直接利用短除法來解題。

3. 本頁下面的圖表提供嘗試錯誤的結果，教師可以介入說明利用長 3 公分和寬 2 公分的長方形色紙排出邊長 6 公分、邊長 12 公分、邊長 18 公分、邊長 24 公分、邊長 30 公分...的正方形。

幫助學生發現：

① 6，12，18，24，30.....是 3 和 2 的公倍數。

② 6 是 3 和 2 的最小公倍數。

③ 3 和 2 的公倍數是最小公倍數 6 的倍數。

- 學生利用短除法解題時，只能求出兩數的最小公倍數，無法求出給定範圍所有的公倍數。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

(2)用數個長 10 公分，寬 6 公分的長方形色紙，拼成一個正方形，請問拼成最小正方形的邊長是幾公分？

用長 10 公分，寬 6 公分的長方形拼成正方形，
正方形邊長是 10 公分和 6 公分的公倍數，
最小正方形的邊長是 10 和 6 的最小公倍數。



$$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 6 \\ \hline & 5 & 3 \end{array}$$

10 和 6 的最小公倍數： $2 \times 3 \times 5 = 30$

答：拼成最小的正方形邊長是 30 公分

(3)用數個長 12 公分，寬 8 公分的長方形色紙，拼成一個邊長在 100 公分以內的正方形，請問可以拼成最大的正方形邊長是幾公分？

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 8 \\ \hline 2 & 6 & 4 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

12 和 8 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

12 和 8 的公倍數是最小公倍數 24 的倍數。

100 以內 24 的倍數：24、48、72、96

可以拼成邊長 24cm、48cm、72cm、96cm 的正方形，

最大的正方形邊長是 96cm。

答：拼成最大的正方形邊長是 96 公分



教材內容說明

1. 本教材第 6～11 頁幫助學生利用公倍數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(2)題要求學生回答將長 10 公分,寬 6 公分的長方形色紙拼成正方形,拼成最小正方形的邊長是多少公分。

本教材只提供利用短除法求最小公倍數的解題方法。

- 如果學生無法解題,教師應要求學生先複習第 4～5 頁的教材後,再要求學生解題。
- 教師應要求學生說明「最小公倍數 30 公分」和「長方形長邊 10 公分和寬邊 3 公分」的關係。

3. 本頁第(3)題要求學生回答將長 12 公分,寬 8 公分的長方形色紙拼成邊長小於 100 公分的正方形,拼成最大正方形的邊長是多少公分。

本教材透過下列兩個步驟幫助學生解題：

步驟一：先利用短除法求出 12 和 8 的最小公倍數 24

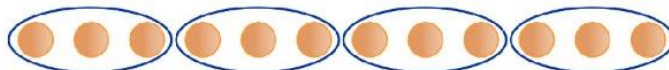
步驟二：寫出 100 以內 24 的倍數 24、48、72、96 得到邊長 96 公分的答案

- 如果學生無法解題,教師應要求學生先複習第 4～5 頁的教材後,再要求學生解題。
- 教師應要求學生說明「最小公倍數 24 公分」和「長方形長邊 12 公分和寬邊 8 公分」的關係。
- 教師應要求學生說明為何要列出 100 以內所有 24 的倍數,也就是公倍數是最小公倍數的倍數。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

哥哥有 12 顆彈珠。

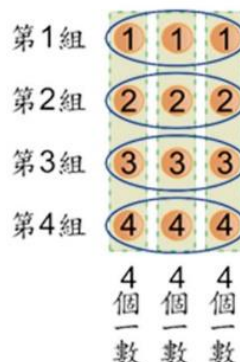
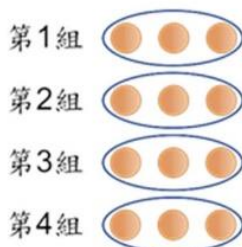
12 個彈珠，平分成 4 組，剛好分完；每組分到 3 個彈珠。



4 個一數，也會剛好數完；數 3 次。

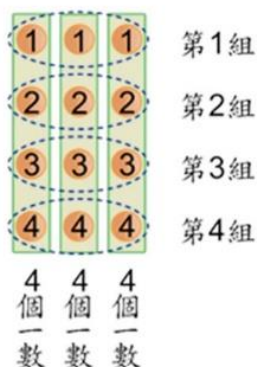


12 個彈珠，平分成 4 組，剛好分完；那麼 4 個一數，也會剛好數完。



平分成 4 組，每組分到 3 個彈珠。 ➡ 4 個一數，數 3 次。

12 個彈珠，4 個一數，剛好數完；那麼平分成 4 組也會剛好分完。



4 個一數，數 3 次。 ➡ 平分成 4 組，每組分到 3 個彈珠。



教材內容說明

1. 本教材第 6～11 頁幫助學生利用公倍數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第一部分討論「12 個彈珠，平分成 4 組，剛好分完」和「12 個彈珠，4 個一數，剛好數完」兩種題型之間的關係。
 - 12 個彈珠，平分成四組，剛好分完 $\rightarrow 12 \div 4 = 3$ ，每組有 3 個彈珠。
 - 12 個彈珠，四個一數，剛好數完 $\rightarrow 12 \div 4 = 3$ ，共數 3 次可以數完。
 - 所以「12 顆彈珠，平分成四組,剛好分完，四個一數，也會剛好數完」。
3. 本頁第二部分討論「12 個彈珠，4 個一數,剛好數完」和「12 個彈珠，平分成 4 組，剛好分完」兩種題型之間的關係。
 - 12 個彈珠，四個一數，剛好數完 \rightarrow 共數 3 次可以數完。
 - 12 個彈珠，平分成四組，剛好分完 \rightarrow 每組有 3 個彈珠。
 - 所以「12 顆彈珠，四個一數，剛好數完，平分成四組,也會剛好分完」。
4. 本業最後說明由「數個彈珠，幾個一數，剛好數完」同時「分成幾組，也會剛好分完」。「數個彈珠，分成幾組，剛好分完」同時「幾個一數，也會剛好數完」。



基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

(4)哥哥有一堆彈珠，12 顆一數剛好數完，16 顆一數也剛好數完，請問哥哥最少有幾顆彈珠？

12 個一數剛好數完，所以可能是 12，24，36，48，60……

16 個一數剛好數完，所以可能是 16，32，48，64，80……

哥哥最少有幾顆彈珠是求 12 和 16 的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rr}
 2 & 12 & 16 \\
 \hline
 2 & 6 & 8 \\
 \hline
 & 3 & 4
 \end{array}$$

12 和 16 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$

答：哥哥彈珠數最少有 48 顆

(5)快樂國小六年級的學生人數不超過 300 人，全年級分組，每 16 人分成一組，或 24 人分成一組，都剛好分完，請問六年級的學生人數不超過 300 人，六年級學生最多是幾人？

16 個一數剛好數完，所以可能是 16，32，48，64，80……

24 個一數剛好數完，所以可能是 24，48，72，96，120……

所以先求 16 和 24 的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rr}
 2 & 16 & 24 \\
 \hline
 2 & 8 & 12 \\
 \hline
 2 & 4 & 6 \\
 \hline
 & 2 & 3
 \end{array}$$

16 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

我們學過：公倍數是最小公倍數的倍數

16 和 24 的公倍數有： $48 \times 2 = 96$

$$48 \times 3 = 144 \quad 48 \times 5 = 240$$

$$48 \times 4 = 192 \quad 48 \times 6 = 288$$

答：最多 288 人



教材內容說明

1. 本教材第 6～11 頁幫助學生利用公倍數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(4)題給定「哥哥有一堆彈珠，12 顆一數剛好數完，16 顆一數也剛好數完」，要求學生算出哥哥最少有幾顆彈珠？
 - 「哥哥有一堆彈珠，12 顆一數剛好數完」哥哥的彈珠數可能是 12 的倍數:12,24,36,48,.....
 - 「哥哥有一堆彈珠，16 顆一數剛好數完」哥哥的彈珠數可能是 16 的倍數:16,32,48,.....
 - 哥哥的彈珠數最少是 12 和 16 的最小公倍數 48。
3. 本頁第(5)題給定「快樂國小六年級的學生，全年級分組，每 16 人分成一組，或 24 人分成一組，都剛好分完」六年級的學生人數不超過 300 人，要求學生回答六年級學生最多是幾人？
 - 「16 人分一組」和「24 人分一組」都剛好分完→最少的人數是 16 和 24 的最小公倍數。
 - 教師應要求學生說明「最小公倍數的倍數就是兩數的公倍數」就可以算出 300 以內最大值是 48 的 6 倍，也就是 288。



基本學習內容：NC-6-2-2

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

(6)姐姐有一堆糖果，平分成 18 組，剛好分完；平分成 24 組，也剛好分完。
請問姐姐最少有幾顆糖果？

彈珠平分成 18 組，剛好分完→也可以說是 18 個一數，剛好數完
彈珠平分成 24 組，剛好分完→也可以說是 24 個一數，剛好數完
所以是求 18 和 24 的公倍數。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

18 和 24 的最小公倍數： $2 \times 3 \times 3 \times 4 = 72$

答：姐姐最少有 72 顆糖果

(7)幸福國小六年級的學生人數不超過 300 人，全年級分組，分成 16 組剛好分完，分成 24 組也剛好分完，請問：六年級的學生人數不超過 300 人，六年級學生最多是幾人？

學生人數平分成 16 組，剛好分完→也可以說是 16 個人一數，剛好數完
學生人數平分成 24 組，剛好分完→也可以說是 24 個人一數，剛好數完
所以先求 16 和 24 的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 16 & 24 \\ \hline 2 & 8 & 12 \\ \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

16 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

我們學過：公倍數是最小公倍數的倍數

16 和 24 的公倍數有： $48 \times 2 = 96$

$$\begin{array}{ll} 48 \times 3 = 144 & 48 \times 5 = 240 \\ 48 \times 4 = 192 & 48 \times 6 = 288 \end{array}$$

答：最多 288 人



教材內容說明

1. 本教材第 6～11 頁幫助學生利用公倍數解決日常生活中的問題。
2. 本頁第(6)題給定「有一堆糖果，平分成 18 組，剛好分完；平分成 24 組，也剛好分完，請問最少有幾顆糖果？」。

糖果平分成 18 組，剛好分完，也可以說是 18 個一數，剛好數完。

糖果平分成 24 組，剛好分完，也可以說是 24 個一數，剛好數完。

可以利用短除法求出 18 和 24 的最小公倍數是 72,糖果最少會有 72 個。

- 教師可要求學生說明:「72 個糖果→平分成 18 組，每組剛好 4 個糖果，平分成 24 組，每組剛好 3 個糖果」和「72 個糖果→18 個一數，剛好數 4 次，24 個一數,剛好數 3 次」的關係。

3. 本頁第(7)題給定「學生人數不超過 300 人，分成 16 組剛好分完，分成 24 組也剛好分完」，要求學生回答學生最多是幾人？

學生人數平分成 16 組剛好分完，也可以說是 16 個人一數剛好數完。

學生人數平分成 24 組剛好分完，也可以說是 24 個人一數剛好數完。

本題可以利用短除法求出 16 和 24 的最小公倍數是 48。

- 教師應要求學生說明「最小公倍數的倍數就是兩數的公倍數」就可以算出 300 以內最大值是 48 的 6 倍，也就是 288。



基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。

(8)在一條長 400 公尺的步道，從起點開始，每隔 6 公尺立一盞立燈，每隔 15 公尺種一棵樹。

①從這條步道的起點開始，第一次同時有立燈和樹木的地方，距離起點幾公尺？

②第四次同時有立燈和樹木的地方，距離起點幾公尺？

每 6 公尺立一盞立燈，所以立燈可能出現在 6m，12m，18m，24m，30m……

每 15 公尺種一棵樹，所以樹木可能出現在 15m，30m，45m……

所以是求 6 和 15 的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 6 & 15 \\ & 2 & 5 \end{array}$$

6 和 15 的最小公倍數： $3 \times 2 \times 5 = 30$

第一次同時有立燈和樹木距離起點 30 公尺

我們學過:公倍數是最小公倍數的倍數

6 和 15 的最小公倍數：30

第四次同時有立燈和樹木的地方，距離起點是 $30 \times 4 = 120$ 公尺

答:① 30 公尺

② 120 公尺



教材內容說明

1. 本教材第 6～11 頁幫助學生利用公倍數解決日常生活中的問題。
2. 第 11 頁第(8)題給定「400 公尺的步道，從起點開始，每隔 6 公尺立一盞立燈，每隔 15 公尺種一棵樹」，要求學生回答下面兩個子問題：
子問題①：第一次同時有立燈和樹木的地方，距離起點幾公尺？
子問題②：第四次同時有立燈和樹木的地方，距離起點幾公尺？
3. 本教材先說明 6 公尺立一盞立燈及 15 公尺種一棵樹和起點的可能距離，幫助學生察覺答案是 6 和 15 的最小公倍數。可以利用短除法求出子問題①的答案是 6 和 15 的最小公倍數是 30。
4. 本教材先說明公倍數是最小公倍數的倍數，可以算出子問題②的答案是 30 的 4 倍。

基本學習內容：NC-6-2-2 質因數分解法或短除法求兩數的最小公倍數。



小試身手

做做看：

(1)用數個長 10 公分，寬 8 公分的長方形色紙，拼成一個正方形，請問：

①拼成最小正方形的邊長是幾公分？

②拼成正方形的邊長可能是幾公分？請寫出 3 個可能的答案。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \quad 8} \\ \underline{5 \quad 4} \end{array}$$

10 和 8 的最小公倍數： $2 \times 5 \times 4 = 40$
 10 和 8 的公倍數是最小公倍數 40 的倍數。
 40 的倍數：40、80、120……

可以拼成邊長 40cm、80cm、120cm 的正方形，
 最小的正方形邊長是 40cm。

答：①拼成最小的正方形邊長是 40 cm

②可以拼成邊長 40cm、80cm、120cm 的正方形

(2)快樂水果行的橘子不超過 1500 粒，橘子每 80 粒裝一箱剛好裝完，橘子每 100 粒裝一箱也剛好裝完，請問快樂水果行的橘子最少是幾粒？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 80 \quad 100} \\ 2 \overline{) 40 \quad 50} \\ 5 \overline{) 20 \quad 25} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

80 和 100 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 5 \times 4 \times 5 = 400$
 80 和 100 的公倍數是最小公倍數 400 的倍數。
 40 的倍數：400、800、1200、1600……

橘子不超過 1500 粒，最少是 400 粒。

答：最少有 400 粒橘子

(3)在一條長 100 公尺的馬路上，從起點開始，每隔 4 公尺插一根國旗，每隔 10 公尺插一根標語旗。

①從這條馬路的起點開始，第一次同時有國旗和標語旗的地方，距離起點幾公尺？

②第二次同時有標語和國旗的地方，距離起點幾公尺？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 10} \\ \underline{2 \quad 5} \end{array}$$

4 和 10 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 5 = 20$
 4 和 10 的公倍數是最小公倍數 20 的倍數。

第一次同時有國旗和標語的地方距離起點 20 公尺；

 $20 \times 2 = 40$ 第二次同時有國旗和標語的地方距離起點 40 公尺。

答：第一次同時有國旗和標語的地方距離起點 20 公尺；

第二次同時有國旗和標語的地方距離起點 40 公尺。



教材內容說明

1. 本教材第 12 頁小試身手是「公倍數」的練習題。
2. 本頁第(1)題給定「用數個長 10 公分，寬 8 公分的長方形色紙，拼成一個正方形」，要求學生回答 2 個子問題：
子問題①：拼成最小正方形的邊長是幾公分？
子問題②：拼成正方形的邊長可能是幾公分？寫出 3 個答案。
●可以利用兩數的公倍數是最小公倍數的倍數來解決子問題②。
3. 本頁第(2)題給定「快樂水果行的橘子不超過 1500 粒，橘子每 80 粒裝一箱剛好裝完，橘子每 100 粒裝一箱也剛好裝完」，要求學生回答橘子最少是幾粒。
4. 本頁第(3)題給定「在一條長 100 公尺的馬路上，從起點開始，每隔 4 公尺插一根國旗，每隔 10 公尺插一根標語旗。」，要求學生回答 2 個子問題：
子問題①：第一次同時擁有國旗和標語旗的位置距離起點幾公尺。
子問題②：第二次同時擁有國旗和標語旗的位置距離起點幾公尺。
●可以利用兩數的公倍數是最小公倍數的倍數來解決子問題②。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

