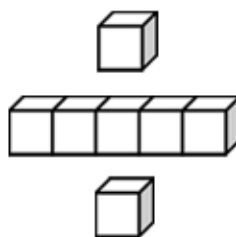




基本學習內容：SC-6-2-1

認識比例尺

【教師用】





學習內容：

S-6-2解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。

地圖上兩邊長的比和實際兩邊長的比相等。

備註：含處理兩張地圖之間的長度關係。處理以為「比例分母愈大，相對邊長也愈大」的常見錯誤。

基本學習內容：

SC-6-2-1 認識比例尺。


基本學習表現：

SCP-6-2-1-1 能認識比例尺。

SCP-6-2-1-2 能利用比例尺概念解決生活中的問題。



概要說明：

- 本基本學習內容為 NC-6-6-1 及 SC-6-1-1 之後續學習概念，故學生應該已經認識比和比值；也應該已經認識平面圖形的放大與縮小圖，以及放大、縮小對長度、角度與面積的影響。
- 本基本學習內容教學的重點在於認識比例尺。因此，本基本學習內容教材分成兩部分：
 1. 以「比」、「比值」表示比例尺。
 2. 以「圖示」表示比例尺。
- 在縮小圖(地圖、平面圖等)上，我們會標示比例尺以溝通縮小圖上長度與實際長度的比例。比例尺有「比」、「比值」和「圖示」三種表示方式。
- 在溝通縮小圖時，我們可以用同單位的比或比值來溝通，數學上習慣將原圖形當作基準量，縮小的圖形當作比較量。因此，在以比或比值表示比例尺時，我們也將實際長度當作基準量，縮小圖上的長度當作比較量，例如實際長度是 500 公尺，縮小圖上的長度是 1 公尺時，我們會用「 $\frac{1}{500} : 1$ 」，或用 $\frac{1}{500} : 1$ 的比值「 $\frac{1}{500}$ 」作為此縮小圖的比例尺。
- 當實際長度與縮小圖長度為不同單位時，以如下的圖示來溝通縮小圖則較為簡便實用：
。此圖示也是比例尺的一種表示方式，指的是地圖上 1 公分代表實際長度是 1 公里。
1 公里 = 100000 公分，此比例尺也可以改用「1 : 100000」或「 $\frac{1}{100000}$ 」來描述。
- 比例尺雖可視為縮小概念的延伸，但學生在學習縮小概念時，可看到原圖與縮小圖並列，但在學習比例尺時，實際圖與縮小圖不可能並列呈現，故在學習上會較感抽象、困難。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。

◎以「比」、「比值」表示比例尺

(1)張奶奶的菜園長 500 公分、寬 100 公分。

甲圖是小冬畫的菜園縮小圖。說說看，
可以怎麼溝通甲圖與菜園的關係？



方法一

$$\text{甲圖的長} \div \text{菜園的長} = 5 \div 500 = \frac{5}{500} = \frac{1}{100}$$

甲圖的長是菜園長的 $\frac{1}{100}$ ，甲圖為菜園的 $\frac{1}{100}$ 倍縮小圖，

也可以說甲圖和菜園對應邊長的比值為 $\frac{1}{100}$ 。

方法二

甲圖的長：菜園的長

$$= 5 : 500$$

$$= \frac{5}{500} : 1 = \frac{1}{100} : 1$$

答：甲圖和菜園對應邊長的比值為 $\frac{1}{100}$

甲圖和菜園對應邊長的比為 $\frac{1}{100} : 1$

我們可以用比：

「縮小圖上的長度：實際長度 = $\frac{1}{100} : 1$ 」來表示縮小圖與實際圖的關係；

也可以用比值：

「縮小圖上的長度 \div 實際長度 = $\frac{\text{縮小圖上的長度}}{\text{實際長度}} = \frac{1}{100}$ 」來表示縮小圖與實際圖的關係。

我們稱「 $\frac{1}{100} : 1$ 」或「 $\frac{1}{100}$ 」為這張縮小圖的比例尺。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~4 頁的教學重點是認識比與比值形式的比例尺。
2. 第(1)題給定菜園實際的長度與寬度以及菜圖的縮小圖甲，要求學生說明如何溝通菜園與甲圖的關係。

本教材提供兩種溝通菜園與甲圖關係的說法。

方法一：透過比值溝通菜園與甲圖的關係

$$\begin{aligned} & \text{甲圖的長和菜園的長的比值} \\ & = \text{甲圖的長} \div \text{菜園的長} = 5 \div 500 = \frac{1}{100}。 \end{aligned}$$

方法二：透過比溝通菜園與甲圖的關係

$$\text{甲圖的長} : \text{菜園的長} = 5 : 500 = 1 : 100 = \frac{1}{100} : 1。$$

3. 本頁下方對話框說明可以透過「縮小圖上的長度：實際長度 = $\frac{1}{100} : 1$ 」或「縮小圖上的長度 \div 實際長度 = $\frac{\text{縮小圖上的長度}}{\text{實際長度}} = \frac{1}{100}$ 」來表示縮小圖與實際圖的關係。稱「 $\frac{1}{100} : 1$ 」或「 $\frac{1}{100}$ 」為縮小圖的比例尺。

● 本教材將比例尺記成「 $\frac{1}{100} : 1$ 」，不記成「 $1 : 100$ 」，理由如下：

- (1) 縮小圖為比較量，實際圖為基準量，數學上習慣以基準量 1 為後項。
- (2) 「 $\frac{1}{100} : 1$ 」的記法，比較容易連絡「 $\frac{1}{100}$ 」的比值記法。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。

(2) 將實際長 150 公尺的跑道畫在一張縮小圖上，圖上跑道長度為 0.1 公尺，用比和比值要怎麼表示這張縮小圖的比例尺？

縮小圖上的長度為 0.1 公尺，實際長度為 150 公尺，

① 用比表示：

$$\text{縮小圖上的長度} : \text{實際長度} = 0.1 : 150 = 1 : 1500 = \frac{1}{1500} : 1$$

② 用比值表示：

$$\text{縮小圖上的長度} \div \text{實際長度} = 0.1 \div 150 = \frac{0.1}{150} = \frac{1}{1500}$$

$$\begin{array}{ccc} \times 10 & \rightarrow & \\ 0.1 & \rightarrow & 1 \\ \hline 150 & \rightarrow & 1500 \\ \times 10 & & \end{array}$$

答：以比表示為 $\frac{1}{1500} : 1$ ，以比值表示為 $\frac{1}{1500}$

(3) 1 條長 13 公里的隧道，在比例尺 $\frac{1}{500000} : 1$ 的地圖上長度是幾公分？

方法一

$$13 \text{ 公里} = 1300000 \text{ 公分}$$

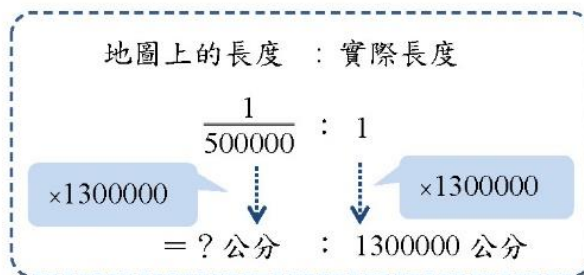
$$\frac{1}{500000} : 1 = \square : 1300000,$$

$$\frac{1}{500000} \times 1300000 = \frac{1300000}{500000} = \frac{13}{5} = 2.6$$

$$\square = 2.6$$

方法二

13 公里 = 1300000 公分，比例尺 $\frac{1}{500000} : 1$ ，表示：



→ 地圖上的長度為： $\frac{1}{500000} \times 1300000 = \frac{13}{5} = 2.6$



教材內容說明：

1. 本教材第 1~4 頁的教學重點是認識比與比值形式的比例尺。
2. 第(2)題給定跑道實際長度與縮小圖上的長度，要求學生以比與比值來表示縮小圖的比例尺。

比的表示法： $0.1 : 150 = 1 : 1500 = \frac{1}{1500} : 1$

比值的表示法： $0.1 \div 150 = \frac{0.1}{150} = \frac{1}{1500}$ 。

- 如果學生比的表示法為 $1 : 1500$ ，教師應先接受，再要求學生改記成 $\frac{1}{1500} : 1$ ，為後面引入基準量與比較量的教材鋪路。

3. 第(3)題給定隧道的長和地圖的比例尺 $\frac{1}{500000} : 1$ ，要求學生求出地圖上隧道的長度。

本教材提供三種解題的方法：

本頁只呈現方法一與方法二，下頁才呈現方法三。

方法一：利用相等的比來解題。

先將實際長度 13 公里先換成 1300000 公分，以 \square 表示地圖上的長度，寫出比例式 $\frac{1}{500000} : 1 = \square : 1300000$ 後，利用前項同乘 1300000 來解題。

方法二：利用關係圖來解題。

先將實際長度 13 公里先換成 1300000 公分，以關係圖找出後項與後項間的倍數關係來解題。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。

方法三

$$13 \text{ 公里} = 1300000 \text{ 公分}$$

比例尺 $\frac{1}{500000} : 1$ ，用比值表示可以記為 $\frac{1}{500000}$ ，

→ 地圖上長度為實際長度的 $\frac{1}{500000}$ 倍縮小圖

$$1300000 \times \frac{1}{500000} = \frac{1300000}{500000} = \frac{13}{5} = 2.6$$

答：2.6 公分

(4) 在比例尺為 $\frac{1}{400}$ 的地圖上，籃球場的長為 7 公分，籃球場實際長多少公尺？

方法一

比例尺為 $\frac{1}{400}$ ，表示地圖上長度為實際的 $\frac{1}{400}$ 倍縮小圖。

→ 7 公分為實際長度的 $\frac{1}{400}$ 倍，實際長度為：

$$7 \div \frac{1}{400} = 7 \times 400 = 2800, \quad 2800 \text{ 公分} = 28 \text{ 公尺}$$

方法二

比例尺為 $\frac{1}{400}$ ，可以記 $\frac{1}{400} : 1, \frac{1}{400} : 1 = 1 : 400$

$$1 : 400 = 7 : \square$$

$$400 \times 7 = 2800$$

$$\square = 2800, \quad 2800 \text{ 公分} = 28 \text{ 公尺}$$

方法三

比例尺為 $\frac{1}{400}$ ，可以記 $\frac{1}{400} : 1, \frac{1}{400} : 1 = 1 : 400$



→ 實際的長度為： $400 \times 7 = 2800$ ， $2800 \text{ 公分} = 28 \text{ 公尺}$

答：28 公尺



教材內容說明

1. 本教材第 1~4 頁的教學重點是認識比與比值形式的比例尺。
2. 第(3)題給定隧道的長和地圖的比例尺 $\frac{1}{500000} : 1$ ，要求學生求出地圖上隧道的長度。

本教材提供三種解題的方法：

本頁呈現方法三，上一頁呈現方法一與方法二。

方法三：利用比值相等來解題。

$$\text{地圖上長} : \text{實際長} = \frac{1}{500000} : 1 = \frac{1}{500000}, \text{也就是實際長為地圖上長的} \frac{1}{500000} \text{倍,}$$

$$1300000 \times \frac{1}{500000} = 2.6, \text{得到地圖上長 2.6 公分。}$$

3. 第(4)題給定比值形式的比例尺與地圖上的長度，要求學生求出實際的長度。

本教材提供三種解題的方法：

方法一：比例尺 $\frac{1}{400}$ 表示地圖上長度為實際長度的 $\frac{1}{400}$ 倍，實際長 $\times \frac{1}{400} = 7$ ，

$$7 \div \frac{1}{400} = 2800 \text{ 公分，得到實際長 28 公尺。}$$

方法二：將比值的形式轉換成最簡單整數比，以 \square 表示實際長度，寫出比例式後求解。

方法三：將比值的形式轉換成最簡單整數比，以關係圖找出後項與後項間的倍數關係後求解。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。



小試身手

一、算算看：

(1)將實際長 80 公尺的走道畫在一張縮小圖上，圖上走道長度為 0.4 公尺，用比和比值要怎麼表示這張縮小圖的比例尺？

答： $\frac{1}{200} : 1$ ， $\frac{1}{200}$

(2)在比例尺為 $\frac{1}{500} : 1$ 的縮小圖上，舞台的長度為 3 公分，舞台實際長多少公尺？

答：15m

(3)沙發長 380 公分，在比例尺 $\frac{1}{40} : 1$ 的縮小圖上長度是幾公分？

答：9.5cm

(4)花台長 150 公分，在比例尺 $\frac{1}{50}$ 的縮小圖上長度是幾公分？

答：3cm



教材內容說明

1. 本教材第 1~4 頁的教學重點是認識比與比值形式的比例尺。

2. 本頁小試身手包含 4 個問題：

第(1)題給定實際長和縮小圖上的長度，要求學生以比與比值來表示比例尺。

第(2)題給定比的形式的比例尺與地圖上的長度，要求學生算出實際的長度。

第(3)題給定比形式的比例尺與實際長度，要求學生算出縮小圖上的長度。

第(4)題給定比值形式的比例尺與實際長度，要求學生算出地圖上的長度。




基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。


◎以「圖示」表示比例尺

縮小圖上長度是 1 公分的線段，實際長度為 1 公里，比例尺用比表示為：

$$1 \text{ 公分} : 1 \text{ 公里} = 1 \text{ 公分} : 100000 \text{ 公分} = \frac{1}{100000} : 1$$

$$\text{用比值表示為: } 1(\text{公分}) \div 100000(\text{公分}) = \frac{1}{100000}$$

比例尺也可以用  來表示。

 是指地圖上長 1 公分的線段，實際長度為 1 公里。

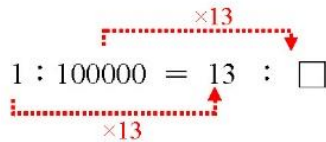


(1) 有一張地圖，比例尺為 ，某隧道在這張地圖上的長為 13 公分，這條隧道實際長多少公里？

方法一

$$1 \text{ 公里} = 100000 \text{ 公分}$$

$$\text{地圖上長度 : 實際長度} = 1 : 100000 = 13 : \square$$



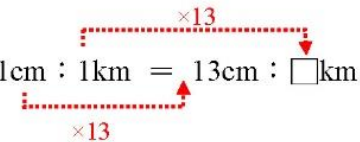
$$100000 \times 13 = 1300000$$

$$\square = 1300000, \quad 1300000 \text{ 公分} = 13 \text{ 公里}$$

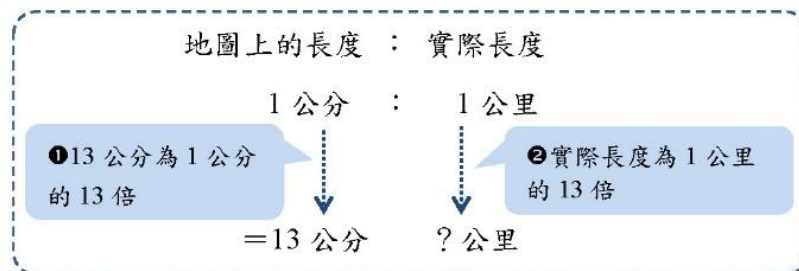
方法二

$$\text{地圖上長度 : 實際長度} = 1 \text{ cm} : 1 \text{ km} = 13 \text{ cm} : \square \text{ km}$$

$$1 \times 13 = 13 \rightarrow \square = 13$$



方法三




$$1 \times 13 = 13$$

答：13 公里



教材內容說明

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是認識圖示形式的比例尺。
2. 本頁上方的對話框，說明縮小圖上長度是 1 公分的線段，實際長度為 1 公里，比例尺可用比「 $\frac{1}{100000} : 1$ 」、比值「 $\frac{1}{100000}$ 」表示外，也可以用  表示。
3. 第(1)題給定上方對話框介紹之圖示形式的比例尺，以及地圖上的長度，要求學生求出實際的長度。

本教材提供三種解題的方法：

方法一：將 1 公里換成 100000 公分後，將圖示形式的比例尺轉換成最簡單整數比後，以□表示實際上的長度，寫出比例式求解。

方法二：將圖示形式的比例尺直接轉換為 1cm : 1km，以□表示實際上的長度，寫出比例式後求解。

方法三：將圖示形式的比例尺直接轉換為 1cm : 1km，以關係圖找出後項與後項間的倍數關係後求解。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。

(2) 有一張地圖，比例尺為 $\frac{0 \quad 2\text{km} \quad 4\text{km}}{\quad}$ ，表示地圖上 1 公分，實際長度為 2 公里。有一條馬路在這張地圖上的長為 9 公分，這條馬路實際長多少公里？

方法一

2 公里 = 200000 公分

地圖上長度：實際長度 = $1 : 200000 = 9 : \square$

$200000 \times 9 = 1800000$

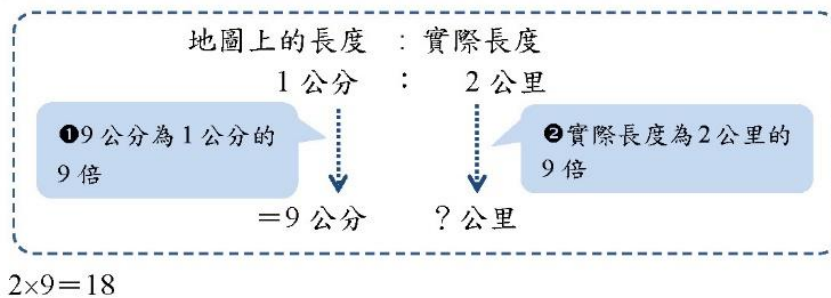
$\square = 1800000$ ，1800000 公分 = 18 公里

方法二

地圖上長度：實際長度 = $1\text{cm} : 2\text{km} = 9\text{cm} : \square\text{km}$

$2 \times 9 = 18 \rightarrow \square = 18$

方法三



答：18 公里

(3) 有一張地圖，比例尺為 $\frac{0 \quad 4\text{km} \quad 8\text{km}}{\quad}$ 。實際長 20 公里的道路，在這張地圖上長度為多少公分？

方法一

$\frac{0 \quad 4\text{km} \quad 8\text{km}}{\quad}$ 表示地圖上 1 公分，實際長度為 4 公里。

地圖上長度：實際長度 = $1\text{cm} : 4\text{km} = \square\text{cm} : 20\text{km}$

$20 \div 4 = 5$

$1 \times 5 = 5 \rightarrow \square = 5$



教材內容說明

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是認識圖示形式的比例尺。
2. 第(2)題給定圖示形式的比例尺與地圖上的長度，要求學生求出實際長度。

本教材提供三種解題的方法：

方法一：將 2 公里換成 200000 公分後，將圖示形式的比例尺轉換成比後，

以□表示實際上的長度，寫出比例式求解。

方法二：將圖示形式的比例尺直接轉換為 1cm：2km，以□表示實際上的長度，

寫出比例式後求解。

方法三：將圖示形式的比例尺直接轉換為 1cm：2km，以關係圖找出後項與後項間的倍數

關係後求解。

3. 第(3)題給定圖示形式的比例尺與實際長度，要求學生求出地圖上的長度。

本教材提供兩種解題的方法。

本頁只呈現方法一，下頁才呈現方法二。

方法一：將圖示形式的比例尺轉換為 1cm：4km，以□表示實際上的長度，

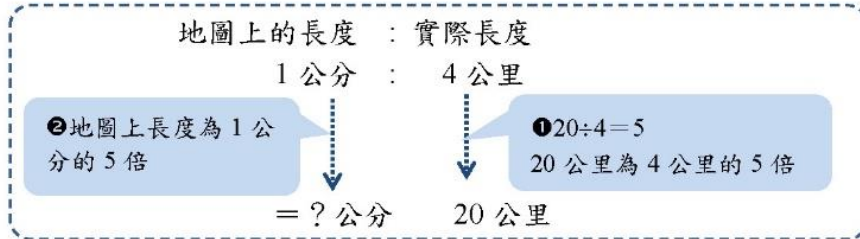
寫出比例式後求解。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。

方法二

$\overline{0 \quad 4\text{km} \quad 8\text{km}}$ 表示地圖上 1 公分，實際長度為 4 公里。



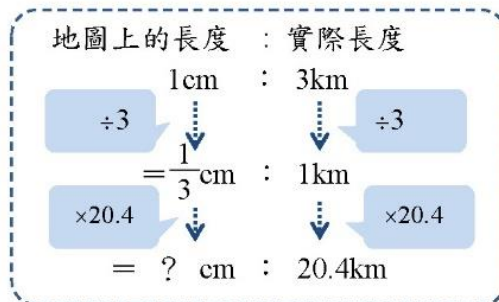
$20 \div 4 = 5 \quad 1 \times 5 = 5$

答：5 公分

(4) 國道二號長 20.4 公里，在比例尺為 $\overline{0 \quad 3\text{km} \quad 6\text{km}}$ 的地圖上長多少公分？

方法一

比例尺 $\overline{0 \quad 3\text{km} \quad 6\text{km}}$ 表示地圖上長 1 公分的線段，實際長度為 3 公里，
 → 地圖上長度：實際長度 = 1cm : 3km



→ 實際的長度為： $1 \div 3 \times 20.4 = \frac{1}{3} \times 20.4 = \frac{20.4}{3} = 6.8$

方法二

比例尺 $\overline{0 \quad 3\text{km} \quad 6\text{km}}$ 表示地圖上長 1 公分的線段，實際長度為 3 公里，

地圖上長度：實際長度 = 1cm : 3km = \square cm : 20.4km

$\xrightarrow{\times 6.8}$
 $\xleftarrow{\times 6.8}$

$20.4 \div 3 = 6.8$

$1 \times 6.8 = 6.8$

→ $\square = 6.8$

答：6.8 公分



教材內容說明

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是認識圖示形式的比例尺。
2. 第(3)題給定圖示形式的比例尺與實際長度，要求學生求出地圖上的長度。

本教材提供兩種解題的方法。

本頁只呈現方法二，上一頁呈現方法一。

方法二：將圖示形式的比例尺轉換為 $1\text{cm} : 4\text{km}$ ，以關係圖找出後項與後項間的倍數關係後求解。

3. 第(4)題給定圖示形式的比例尺與實際長度(小數值)，要求學生求出地圖上的長度。

本教材提供二種解題的方法：

方法一：將圖示形式的比例尺直接轉換為 $1\text{cm} : 3\text{km}$ ，以關係圖找出後項與後項間的倍數關係後求解。

● 學生較難直接看出 3 公里與 20.4 公里的倍數關係，教師可引導學生先找出 3 公里與 1 公里的關係(除以 3)，再找出 1 公里和 20.4 公里的關係(乘以 20.4)。

● 3 公里除以 3 再乘以 20.4 等於 20.4 公里，1 公分除以 3 再乘以 20.4 就可以得出答案。

方法二：將圖示形式的比例尺直接轉換為 $1\text{cm} : 3\text{km}$ ，以 \square 表示實際上的長度，寫出比例式後求解。



基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。



小試身手

一、算算看：

(1)有一張地圖，比例尺為 $0 \quad \underline{1\text{km}} \quad 2\text{km}$ 。
地圖上長度 3.2 公分的街道，實際長多少公里？

答：3.2km

(2)高速公路長 372 公里，在比例尺為 $0 \quad \underline{20\text{km}} \quad 40\text{km}$ 的地圖上長多少公分？

答：18.6cm

(3)有一張地圖，比例尺為 $0 \quad \underline{2\text{km}} \quad 4\text{km}$ 。
實際長 16 公里的馬路，在這張地圖上長度為多少公分？

答：8cm

(4)有一張地圖，比例尺為 $0 \quad \underline{5\text{km}} \quad 10\text{km}$ 。
地圖上長度 4 公分的街道，實際長多少公里？

答：20km



教材內容說明

1. 本教材第 5~8 頁的教學重點是認識圖示形式的比例尺。
2. 本頁小試身手包含 4 題，幫助學生熟練圖示形式的比例尺問題。
 - 第 1 題：給定圖示形式的比例尺與地圖上的長度，求實際長度。
 - 第 2 題：給定圖示形式的比例尺與實際長度，求地圖上的長度。
 - 第 3 題：給定圖示形式的比例尺與實際長度，求地圖上的長度。
 - 第 4 題：給定圖示形式的比例尺與地圖上的長度，求實際長度。






基本學習內容：SC-6-2-1 認識比例尺。



小試身手

一、算算看：

<p>(1)將實際長 500 公尺的河流畫在一張縮小圖上，圖上河流長度為 0.2 公尺，用比和比值要怎麼表示這張縮小圖的比例尺？</p> <p style="text-align: right;">答：$\frac{1}{2500} : 1$，$\frac{1}{2500}$</p>	<p>(2)長 10 公尺的圍牆，在比例尺$\frac{1}{100} : 1$的地圖上長度是幾公尺？</p> <p style="text-align: right;">答：0.1m</p>
<p>(3)在比例尺為$\frac{1}{800}$的地圖上，走廊的長為 15 公分，走廊實際長多少公尺？</p> <p style="text-align: right;">答：120m</p>	<p>(4)有一張地圖，比例尺為 。有一條馬路在這張地圖上的長 8 公分，這條馬路實際長多少公里？</p> <p style="text-align: right;">答：8km</p>
<p>(5)有一張地圖，比例尺為 。實際長 24 公里的河流，在這張地圖上長度為多少公分？</p> <p style="text-align: right;">答：6cm</p>	<p>(6)跨海大橋實際長 2.8 公里，在比例尺為  的地圖上長多少公分？</p> <p style="text-align: right;">答：1.4cm</p>



教材內容說明

1. 本教材第 1~4 頁的教學重點是認識比與比值形式的比例尺。

本教材第 5~8 頁的教學重點是認識圖示形式的比例尺。

2. 本頁小試身手針對比例尺的問題進行練習。

第 1 題：以比與比值表示比例尺。

第 2 題：給定比形式的比例尺與實際長度，求地圖上的長度。

第 3 題：給定比值形式的比例尺與地圖上的長度，求實際長度。

第 4 題：給定圖示形式的比例尺與地圖上的長度，求實際長度。

第 5 題：給定圖示形式的比例尺與實際長度，求地圖上的長度。

第 6 題：給定圖示形式的比例尺與實際長度，求地圖上的長度。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

