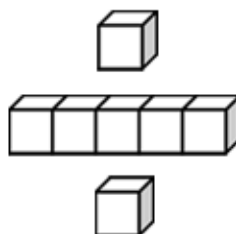




# 基本學習內容：SC-6-3-1

## 理解圓周率的意義

【教師用】





**學習內容：**

**S-6-3：**圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：

(1)圓心角：360；

(2)扇形弧長：圓周長；

(3)扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。

**備註：**由於圓周率取成 3.14，在計算時應以概念理解為原則，避免陷入複雜計算。可利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計，但不評量。扇形面積與弧長只處理直接問題（如已知幾分之幾圓或圓心角求面積或弧長），不處理逆推或過多推理步驟的問題（屬於國中範圍，S-9-5）。

**基本學習內容：**

SC-6-3-1 理解圓周率的意義。

**基本學習表現：**

SCP-6-3-1-1 能理解圓周率的意義。



### 概要說明：

■ 基本學習內容 SC-6-3-1、SC-6-3-2、SC-6-3-3 為 SC-3-3-1 及 SC-5-3-1 之後續學習概念，故學生應該已經能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」；也應該已經認識扇形及圓心角。

■ 圓周率的率指的是比率，比率相等指的是所有的圓都相似，也就是說，所有的圓，其圓周長和直徑的比、圓周長和半徑的比以及直徑和半徑的比都相等。

■ 圓的周長是曲線，不易測量其長度，而圓的直徑是直線，比較容易測量，因此只要知道「圓周長：直徑長」的比值，測量出直徑後就能算出圓的周長，數學上稱「圓周長：直徑長」的比值為圓周率。

■ 下面說明如何幫助學生掌握圓周率的意義：

教師先給定 3 個大小不同的圓，再提供兩種方法，幫助學生認識圓周長比，直徑的 3 倍還要長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。

方法一：

觀察給定三個圓的圓周長和 3 倍直徑長的長短關係。教師分別畫出這 3 個圓的圓周長以及直徑長的 3 倍，要求學生觀察這些圓的圓周長和 3 倍直徑長，幫助學生認識圓周長比直徑的 3 倍還長一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。

方法二：

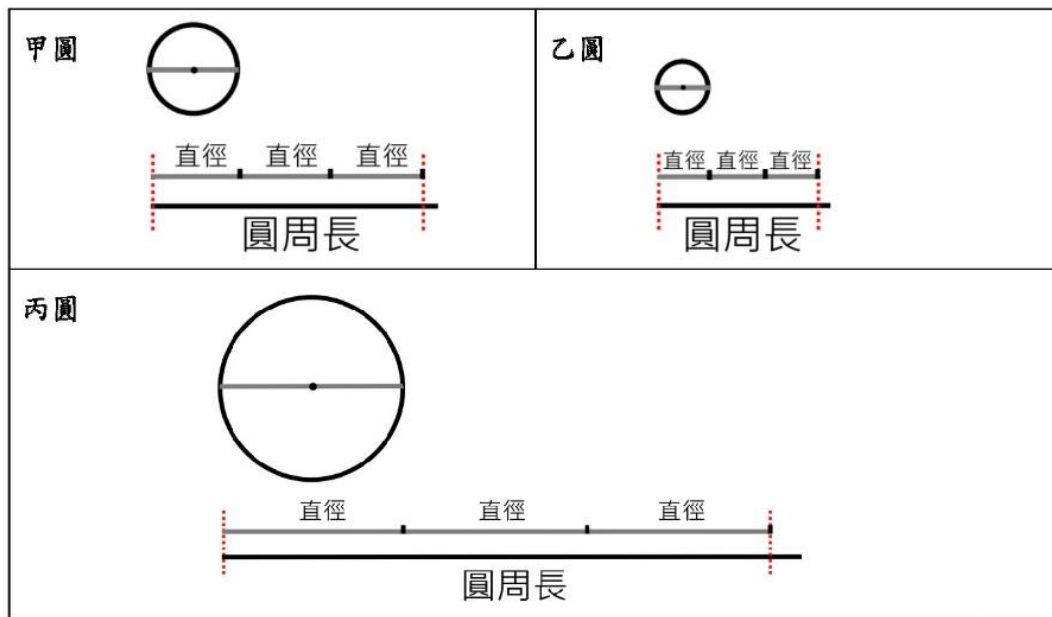
比較三個圓「圓周長÷直徑長」商的大小關係教師給定三個圓的圓周和直徑的長度，以及「圓周長÷直徑長」的商(商數以四捨五入法取概數到百分位)，幫助學生認識「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點，為後面引入圓周率的近似值 3.14 鋪路。



基本學習內容：SC-6-3-1 能理解圓周率的意義。

◎能理解圓周長的公式，並計算簡單扇形的周長

(1)有三個大小不同的圓，老師先畫出每個圓圓周的長，再畫出這三個圓直徑長的3倍。比比看，誰比誰長？



圓周長比直徑長的3倍還要長，但是只長一點點。



老師用尺量出三個圓的圓周和直徑的長度，也算出圓周長除以直徑長的商，並將數字填入下面的表格中。  
從表格中可以知道，這三個圓圓周長的長，都是直徑長的3倍多一些。



	圓周長(公分)	直徑長(公分)	圓周長÷直徑長(四捨五入到百分位)
甲圓	56.5	18	3.14
乙圓	38.0	12	3.17
丙圓	72.5	23	3.15

我們稱圓周長除以直徑長的商為圓周率，  
數學上約定圓周長÷直徑長=3.14，也稱圓周率為3.14。  
**圓周長÷直徑長=3.14**  
也可以寫成圓周長=直徑長×3.14



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 頁的教學重點是認識圓周率。
2. 本頁第一部分給定 3 個不同的圓，分別畫出這 3 個圓的圓周長以及直徑長的 3 倍，要求學生比較這些圓的圓周長和 3 倍直徑長，看看哪一種比較長。
  - 本教材要求學生比較圓周長和 3 倍直徑長，主要是為了提供學生察覺圓周長比 3 倍直徑長長一點的解題經驗，為後面引入圓周率鋪路。
3. 學生已有足夠線段情境直觀比較的解題經驗，應該都能說出圓周長比直徑長的 3 倍長，但是只長一點點。
4. 如果教學時間允許，教師也可以說明圓周和直徑的  $3\frac{1}{7}$  倍一樣長，為後面引入圓周率來鋪路。
  - 將直徑平分成 7 份，每一份是直徑長的  $\frac{1}{7}$ ，幫助學生察覺，圓周長比 3 倍直徑長長一點的部分，大約和直徑長的  $\frac{1}{7}$  一樣長。藉以說明圓周和直徑的  $3\frac{1}{7}$  倍一樣長。
5. 本頁第二部分提供這 3 個圓的直徑和圓周的長度，以及「圓周長÷直徑長」的商(商數以四捨五入法取概數到百分位)，幫助學生理解「圓周長÷直徑長」的商都比 3 大一點。
  - 最後由教師宣告數學上稱「圓周長÷直徑長」為圓周率，約定「圓周長÷直徑長=3.14」，稱 3.14 為圓周率。
  - 本教材採用除法而非比的方式引入圓周率，是因為學生對除法較清楚而對「比和比值」的概念較難掌握。
6. 多數六年級的學生已掌握小數情境的乘除互逆概念，可以透過「圓周長÷直徑長=3.14」得到「圓周長=直徑長×3.14」的結果。



基本學習內容：SC-6-3-1 能理解圓周率的意義。

(1) 直徑6公分的圓，圓周長是多少公分？(圓周率=3.14)

$$6 \times 3.14 = 18.84$$

圓周長÷直徑長=3.14  
也可以寫成圓周長=直徑長×3.14



答：18.84公分

(2) 半徑15公分的圓，圓周長是多少公分？(圓周率=3.14)

$$15 \times 2 = 30$$

$$30 \times 3.14 = 94.2$$

直徑長是半徑長的2倍



答：94.2公分

(3) 一個圓周長31.4公分的圓，圓的直徑是多少公分？(圓周率=3.14)

$$31.4 \div 3.14 = 10$$

答：10公分

(4) 一個圓周長94.2公分的圓，圓的半徑是多少公分？(圓周率=3.14)

$$94.2 \div 3.14 = 30$$

$$30 \div 2 = 15$$

答：15公分

(5) 甲圓直徑10公分、乙圓直徑20公分，哪一個圓的圓周率比較大？

知道圓周長=直徑長×3.14

$$\text{算出甲圓圓周率} = \text{甲圓圓周長} \div \text{甲圓直徑} = \frac{\text{甲圓圓周長}}{\text{甲圓直徑}} = \frac{10 \times 3.14}{10} = 3.14$$

$$\text{算出乙圓圓周率} = \text{乙圓圓周長} \div \text{乙圓直徑} = \frac{\text{乙圓圓周長}}{\text{乙圓直徑}} = \frac{20 \times 3.14}{20} = 3.14$$

兩個圓的圓周率都是3.14，所以兩個圓的圓周率一樣大。

答：兩個圓的圓周率一樣大



### 教材內容說明：

1. 本教材第 2 頁的教學重點是運用圓周率的概念，解決給定直徑或半徑求圓周長的問題，以及給定圓周長求直徑或半徑的問題。
2. 第(1)題給定直徑長，要求學生算出圓周長。
  - 多數六年級的學生已掌握小數情境的乘除互逆概念，可以透過「圓周長 $\div$ 直徑長 $=3.14$ 」得到「圓周長 $=$ 直徑長 $\times 3.14$ 」的結果並解題。
  - 如果學生對於乘除互逆概念不能理解，可以提供整數情境的乘除算式輔助說明：例如看到  $24\div 8=3$ ，可以將式子記成  $3\times 8=24$  及  $24\div 3=8$ ，幫助學生透過小數情境乘除互逆的概念並算出圓的周長。
3. 第(2)題給定半徑，要求學生算出圓周長。
  - 學生知道直徑長是半徑長的 2 倍，就能利用圓周長公式來解題。
4. 第(3)題給定圓周長，要求學生算出直徑。
  - 多數六年級的學生已掌握小數情境的乘除互逆概念，可以透過「圓周長 $=$ 直徑長 $\times 3.14$ 」得到「直徑長 $=$ 圓周長 $\div 3.14$ 」的結果並解題。
5. 第(4)題給定圓周長，要求學生算出半徑。
6. 第(5)題給定 2 個不同圓的直徑，提問那個圓的圓周率比較大。
  - 如果學生直觀認為乙圓直徑比較長，所以圓周率就比較大，教師應先求出甲、乙兩圓的圓周長，再用「圓周長 $\div$ 直徑長 $=$ 圓周率」公式，分別算出兩個圓的圓周率都是 3.14，幫助學生理解這兩個圓的圓周率是一樣的
  - 不同圓都相似，相似圖形的對應邊成比例，所以所有圓的圓周長和直徑的比值都會相等，也就是圓周長除以直徑的商都相等，所以所有圓的圓周率都一樣大。



基本學習內容：SC-6-3-1 能理解圓周率的意義。



### 小試身手

(1) 乙圓的直徑比甲圓的直徑長。所以，乙圓的圓周率會比甲圓的圓周率大嗎？

兩個圓的圓周率都是3.14，所以兩個圓的圓周率一樣大。

答：不會

(2) 直徑40公分的圓，圓周長是多少公分？(圓周率=3.14)

$$40 \times 3.14 = 125.6$$

答：125.6公分

(3) 半徑16公分的圓，圓周長是多少公分？(圓周率=3.14)

$$16 \times 2 = 32$$

$$32 \times 3.14 = 100.48$$

答：100.48公分

(4) 圓周長314公分的圓，直徑是多少公分？半徑是多少公分？(圓周率=3.14)

$$314 \div 3.14 = 100$$

$$100 \div 2 = 50$$

答：直徑是100公分、半徑是50公分



**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是運用圓周率的概念，解決給定直徑或半徑求圓周長，以及給定圓周長求直徑或半徑的實例練習。
2. 《小試身手》第(1)題給定直徑不一樣長的圓，要求學生判斷這兩個圓的圓周率是否相等。
3. 《小試身手》第(2)題給定直徑長，要求學生算出圓周長。
4. 《小試身手》第(3)題給定半徑長，要求學生算出圓周長。
5. 《小試身手》第(4)題給定圓周長，要求學生算出半徑和直徑長。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

