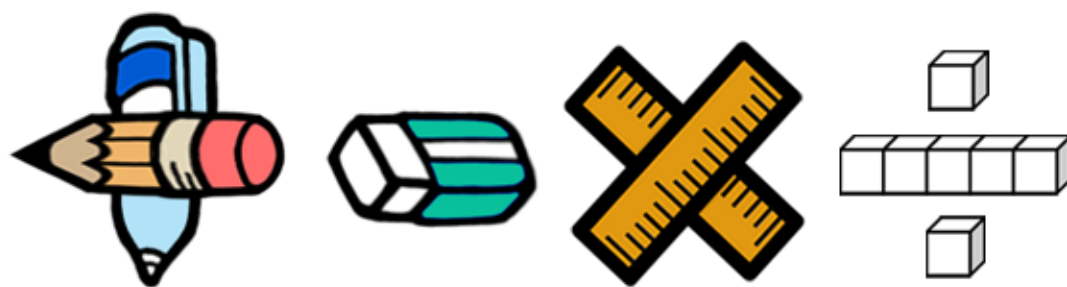


基本學習內容：SC-6-4-1

理解簡單直柱體的體積為

底面積與高的乘積

【教師用】





學習內容：

S-6-4 柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積＝底面積×高」的公式。簡單複合形體體積。

備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積×高。

柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。

柱體表面積只處理底面為圓、長方形、直角三角形、平行四邊形的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。

基本學習內容：

SC-6-4-1 理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。

基本學習表現：

SCP-6-4-1-1 能理解四角柱及三角柱的體積皆為底面積與高的乘積。

SCP-6-4-1-2 能理解圓柱的體積為底面積與高的乘積。

SCP-6-4-1-3 能計算簡單複合形體的體積。

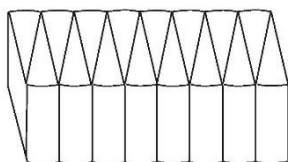


概要說明：

◎基本學習內容 SC-6-4-1 為 SC-5-5-1 之後續學習概念，故學生應該已經理解長方體和正方體體積的計算公式。

本基本學習內容將體積計算公式的範圍擴充至簡單直柱體。

- 長方體是底面為長方形的四角柱，教師可以先將長方體解讀為四角柱，再幫助學生利用長方體體積公式引入底面是長方形的角柱公式。
- 當學生認識長方體的體積是長方形面積(底面積) \times 高，底面是平行四邊形四角柱的體積是平行四邊形面積(底面積) \times 高，底面是梯形四角柱的體積是梯形面積(底面積) \times 高，底面是三角形三角柱的體積是三角形面積(底面積) \times 高，此時，教師可以說明柱體的體積公式是「底面積 \times 高」。
- 教師可以類比引入圓面積公式的方法，先將直圓柱切成兩個半圓柱，再將兩個半圓柱都切成很多個全等的扇形柱，將這兩個切成扇形柱的半圓柱上下交錯疊合起來，會變成一個接近直四角柱的立體(如下圖)，直四角柱的體積是「底面積 \times 高」，所以直圓柱的體積也是「底面積 \times 高」。

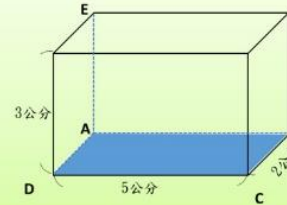


- 本基本學習內容建議教師在課堂中可以討論複合形體的體積，但不宜過度評量。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

◎能理解四角柱及三角柱的體積皆為底面積與高的乘積

(1)右圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形 ABCD，
請問四角柱的體積是多少立方公分？



底面是長方形的四角柱，是一個長方體。長方體體積＝長×寬×高。

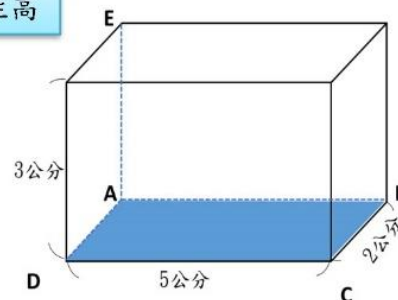
$$5 \times 2 \times 3 = 30$$

答：體積是 30 立方公分



$$\begin{array}{c} \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ 5 \times 2 \times 3 = 30 \end{array}$$

底面積 × 柱高



四角柱「長方形底面 ABCD」的面積，
就是長方體體積公式的「長×寬」。

四角柱中的 \overline{AE} 和底面垂直，
 \overline{AE} 的長是長方體體積公式中的「高」
所以可以將 \overline{AE} 看成四角柱的柱高。

$$\begin{aligned} \text{四角柱體積} &= \text{長方體體積} \\ &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ &= (\text{長} \times \text{寬}) \times \text{高} \\ &= \text{底面積} \times \text{高} \end{aligned}$$

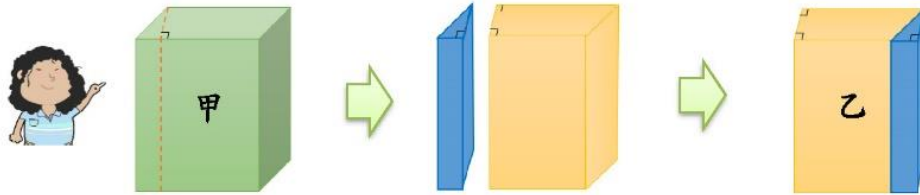


教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁上半段的教學重點是能理解四角柱及三角柱的體積是底面積與高的乘積。
2. 本頁教材的第(1)題直接宣告該形體是四角柱，且稱呼該四角柱其中一面為底面，請學生算出四角柱的體積。
 - 學生連接舊經驗，知道圖上的形體也可以稱為長方體，並運用長方體的體積公式（長×寬×高）來解題。
 - 教師協助連結長方體與四角柱的關係。透過發現四角柱中的長方形底面面積，就是長方體體積公式中的長×寬，推出四角柱體積公式為底面積×高。

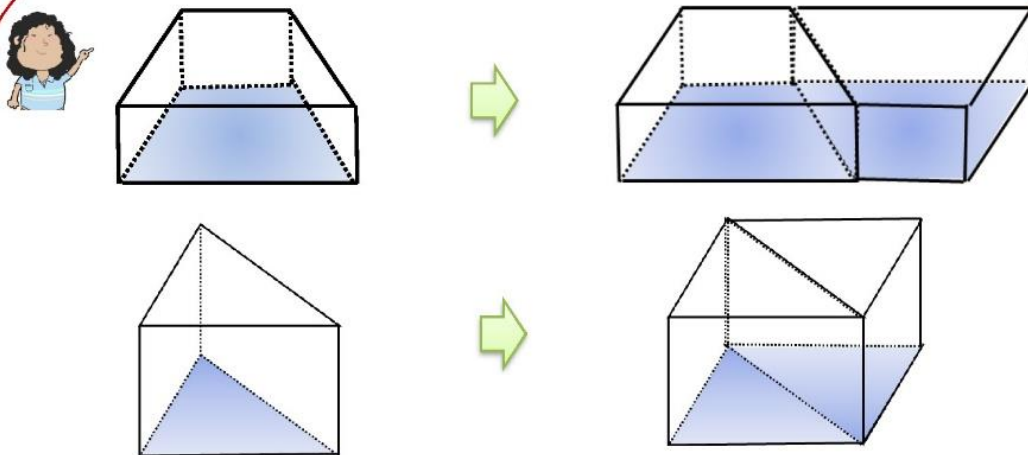
基本學習內容：SC-6-4-1

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。



底面是平行四邊形的四角柱甲，可以切割重組成底面是長方形的四角柱乙。
四角柱甲和四角柱乙的底面積和高都相等，
四角柱甲和四角柱乙的體積相等。

四角柱甲的體積＝底面積×高



底面是梯形的四角柱、底面是三角形的三角柱，
將兩個一樣的柱體拼起來後，
可以重組成底面是平行四邊形的四角柱，或是底面是長方形的四角柱。

底面是長方形的四角柱、底面是平行四邊形的四角柱、
底面是梯形的四角柱，都是四角柱的一種。

角柱的體積都可以用角柱公式計算。

角柱體積＝底面積×高



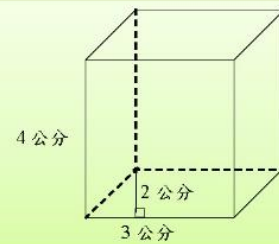
教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁上半段的教學重點是能理解四角柱及三角柱的體積是底面積與高的乘積。
2. 本教材第 2～4 頁的教學重點是能理解底面是平行四邊形的四角柱、底面是梯形的四角柱都是四角柱的一種，三角柱體是四角柱體的一半，這些柱體的體積皆可以用底面積與高的乘積計算。
3. 本頁上半段是一個平行四邊形柱體，學生透過切割、平移、重組，發現平行四邊形柱甲可以變成平行四邊形柱乙，而甲乙兩個主體的底面積和高都相等，因此體積相等。因為體積相等，所以平行四邊形柱可以用四角柱的體積公式計算體積。
4. 本頁中段是一個梯形柱體，學生透過複製、平移、重組，發現梯形柱是平行四邊形柱的一半，所以也可以用四角柱的體積公式計算體積。
5. 本頁下半段是一個三角柱，三角柱的底面是三角形，學生從有五年級的舊經驗知道，兩個相同的三角形可以拼成一個平行四邊形或長方形，因此兩個相同的三角柱也可以拼成一個四角柱，可用四角柱體積公式（底面積 \times 高）來算出體積。

基本學習內容：SC-6-4-1

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

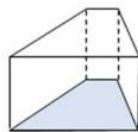
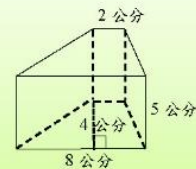
(2)右圖是一個四角柱，它的底面是平行四邊形，
請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned}(3 \times 2) \times 4 &= (\quad) \\ (3 \times 2) \times 4 \\ &= 6 \times 4 \\ &= 24\end{aligned}$$

答：體積是 24 立方公分

(3)右圖是一個四角柱，它的底面是梯形，
請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



塗色的部分是
這個形體的底面。

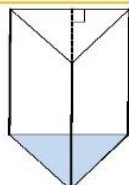
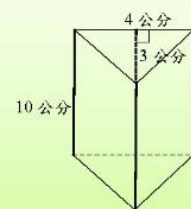
$$(8 + 2) \times 4 \div 2 \times 5 = (\quad)$$

底面積 \times 柱高

$$\begin{aligned}(8 + 2) \times 4 \div 2 \times 5 \\ &= 10 \times 4 \div 2 \times 5 \\ &= 40 \div 2 \times 5 \\ &= 20 \times 5 \\ &= 100\end{aligned}$$

答：體積是 100 立方公分

(4)右圖是一個三角柱，這個三角柱的體積是多少立方公分？



畫斜線的部分是
這個形體的底面。

$$(4 \times 3 \div 2) \times 10 = (\quad)$$

底面積 \times 柱高

$$\begin{aligned}(4 \times 3 \div 2) \times 10 \\ &= 6 \times 10 \\ &= 60\end{aligned}$$

答：體積是 60 立方公分

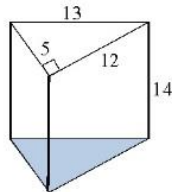
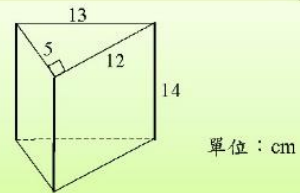


教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁上半段的教學重點是能理解底面是平行四邊形的四角柱、底面是梯形的四角柱都是四角柱的一種，三角柱體是四角柱體的一半，這些柱體的體積皆可以用底面積與高的乘積計算。
2. 本頁教材的第(2)題是一個平行四邊形柱體，學生可運用長方形體積公式或是四角柱體積公式進行解題。運用四角柱體積公式列式時，建議學生將「底面積」先算的部分用括號表示，例如： $(長 \times 寬) \times 高$ 。
若學生無法理解，教師可以請學生複習前一頁上半段的教材，透過切割、平移、重組，發現平行四邊形柱甲可以變成平行四邊形柱乙，而甲乙兩個主體的底面積和高都相等，因此體積相等。因為體積相等，所以平行四邊形柱可以用四角柱的體積公式計算體積。
3. 本頁教材的第(3)題是一個梯形柱，因為梯形柱也是四角柱所以可以用四角柱的體積公式(底面積 \times 高)來算出體積。
4. 本頁教材的第(4)題是一個三角柱，三角柱的底面是三角形，學生從五年級的舊經驗知道，兩個相同的三角形可以拼成一個平行四邊形或長方形行，因此兩個相同的三角柱也可以拼成一個四角柱，可用四角柱體積公式(底面積 \times 高)來算出體積。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

- (5)右圖是一個三角柱，
這個三角柱的體積是多少立方公分？



塗色的部分是
這個形體的底面。

$$(5 \times 12 \div 2) \times 14 = ()$$

底面積

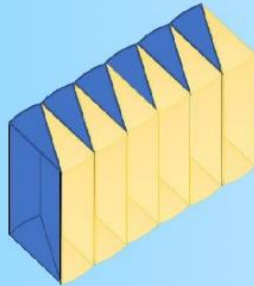
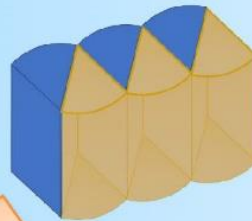
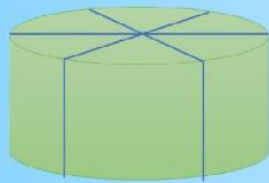
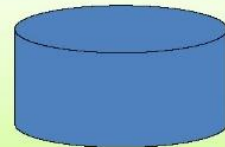
柱高

$$\begin{aligned} & (5 \times 12 \div 2) \times 14 \\ &= 30 \times 14 \\ &= 420 \end{aligned}$$

答：體積是 420 立方公分

◎能理解圓柱的體積為底面積與高的乘積

- (1)右圖是一個底面半徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，
請問這個圓柱體積是多少立方公分？



當把圓柱體等分割再重新排列後，圓柱體會越來越接近長方體，
當將每一塊圓柱體等分割成很多塊以後，圓柱體就接近於四角柱，
就可以用四角柱的體積公式來計算圓柱體的體積了。

圓柱體的體積＝底面積×柱高



教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁上半段的教學重點是能理解底面是平行四邊形的四角柱、底面是梯形的四角柱都是四角柱的一種，三角柱體是四角柱體的一半，這些柱體的體積皆可以用底面積與高的乘積計算。
2. 本頁教材的第(5)題是一個三角柱，三角柱的底面是三角形，學生從五年級的舊經驗知道，兩個相同的三角形可以拼成一個平行四邊形或長方形，因此兩個相同的三角柱也可以拼成一個四角柱，可用四角柱體積公式（底面積 \times 高）來算出體積。
3. 本頁教材下半段下一頁教材的教學重點是能理解圓柱體積為底面積與高的乘積。
4. 本頁教材下半段的第(1)題是一個圓柱，透過切割重組的示意圖，學生可以觀察到將一個圓柱等分割的越細，重組後的形體就越接近四角柱，因此可用四角柱體積公式（底面積 \times 高）來算出體積。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

$$\begin{aligned}
 & \underline{(10 \times 10 \times 3.14)} \times 5 = () \\
 & \quad \text{底面積} \quad \times \quad \text{柱高} \\
 & (10 \times 10 \times 3.14) \times 5 \\
 & = (100 \times 3.14) \times 5 \\
 & = 314 \times 5 \\
 & = 1570
 \end{aligned}$$

答：圓柱的體積是 1570 立方公分

(2)一個底面直徑為 10 公分，高為 10 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？



底面直徑為 10 公分，半徑是 5 公分。

$$\begin{aligned}
 & \underline{(5 \times 5 \times 3.14)} \times 10 = () \\
 & \quad \text{底面積} \quad \times \quad \text{柱高} \\
 & (5 \times 5 \times 3.14) \times 10 \\
 & = (25 \times 3.14) \times 10 \\
 & = 78.5 \times 10 \\
 & = 785
 \end{aligned}$$

答：圓柱的體積是 785 立方公分

(3)一個底面直徑為 20 公分，高為 8 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？



底面直徑為 20 公分，半徑是 10 公分。

$$\begin{aligned}
 & \underline{(10 \times 10 \times 3.14)} \times 8 = () \\
 & \quad \text{底面積} \quad \times \quad \text{柱高} \\
 & (10 \times 10 \times 3.14) \times 8 \\
 & = (100 \times 3.14) \times 8 \\
 & = 314 \times 8 \\
 & = 2512
 \end{aligned}$$

答：圓柱的體積是 2512 立方公分



教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是能理解底面是平行四邊形的四角柱、底面是梯形的四角柱都是四角柱的一種，三角柱體是四角柱體的一半，圓柱透過切割重組也可以組成平行四邊形柱，這些柱體的體積皆可以用底面積與高的乘積計算。
2. 本頁教材上半段是上一頁教材下半段的第(1)題，學生可以透過上一頁切割重組的示意圖，觀察到將一個圓柱等分割的越細，重組後的形體就越接近四角柱，因此可用四角柱體積公式（底面積 \times 高）來算出體積。
3. 本頁教材的第(2)、(3)題是給定一個圓柱的直徑和高，圓柱透過切割重組也可以組成平行四邊形柱，所以可以用四角柱的體積公式（底面積 \times 高）來算出體積。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

◎能計算複合形體的體積

- (1) 圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 5 公分的圓，
圓柱甲的高是 1 公分，圓柱乙的高是 3 公分，
請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？

方法一：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 = 78.5 \quad \dots\dots \text{先算高為 1 公分的圓柱體體積}$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 235.5 \quad \dots\dots \text{再算高為 3 公分的圓柱體體積}$$

$$78.5 + 235.5 = 314 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$

答：體積是 314 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 + 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 314$$

方法二：

這兩個小圓柱疊起來是一個大圓柱，
大圓柱的底面是半徑 5 公分的圓，
 $1+3=4$ ，高是 4 公分。



$$1 + 3 = 4$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 4 = 314 \quad \dots\dots \text{底面積} \times \text{兩個圓柱疊起來的高}$$

答：體積是 314 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3) = 314$$

從方法一和方法二可以發現：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 + 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3)$$

方法三：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3) = (\quad)$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3)$$

$$= 25 \times 3.14 \times 4$$

$$= 100 \times 3.14$$

$$= 314$$

答：體積是 314 立方公分



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材的第(1)題給定兩個底面積相同，柱高不同的圓柱，問兩個圓柱的和是多少？

本教材提供三種教學方法：

- 方法一：分別算出兩個圓柱體積，再算總和。教師應要求學生用併式將作法記錄下來。
- 方法二：先將兩個圓柱疊起來，因為底面積相同，所以可以疊合成一個大圓柱。

先算底面積，再算兩個圓柱疊合起來的高，就可以算出體積。

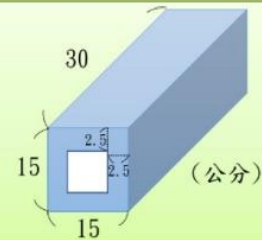
教師應要求學生用併式將作法記錄下來。並引導學生發現這樣的作法可以只乘以一次圓周率，簡化計算。

- 方法三：先算圓柱的底面積，再乘以兩個圓柱疊合起來的高，就可以算出體積。

教師應要求學生用併式將作法記錄下來。並引導學生發現這樣的作法可以只乘以一次圓周率，簡化計算。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

(2)右圖是一個空心的長方體柱，每邊厚度 2.5 公分，
請問右圖形體的體積是多少立方公分？



方法一：

$$\begin{aligned} 15 \times 15 \times 30 &= 6750 && \cdots \cdots \text{先算完整的長方體體積} \\ 15 - 2.5 \times 2 &= 10 && \cdots \cdots \text{再算挖空的長方體的底面邊長} \\ 10 \times 10 \times 30 &= 3000 && \cdots \cdots \text{然後算挖空的長方體的體積} \\ 6750 - 3000 &= 3750 && \cdots \cdots \text{最後算挖空後的形體體積} \end{aligned}$$

答：體積是 3750 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：
 $15 \times 15 \times 30 - 10 \times 10 \times 30 = 3750$

方法二：

$$\begin{aligned} 15 - 2.5 \times 2 &= 10 && \cdots \cdots \text{先算挖空的長方體底面邊長} \\ (15 \times 15 - 10 \times 10) \times 30 &= 3750 && \cdots \cdots \text{底面積} \times \text{高} \end{aligned}$$

答：體積是 3750 立方公分



小試身手

(1)圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 10 公分的圓，圓柱甲的高是 2 公分，圓柱乙的高是 8 公分，請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？

$$\begin{aligned} 10 \times 10 \times 3.14 \times (2 + 8) &= (\quad) \\ 10 \times 10 \times 3.14 \times (2 + 8) \\ &= 100 \times 3.14 \times 10 \\ &= 314 \times 10 = 3140 \end{aligned}$$

答：體積是 3140 立方公分



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材的第(2)題為一個空心的長方體柱，空心部分的柱體和整個柱體的高一樣，底面積不同。

本教材提供二種教學方法：

- 方法一：學生可分別算出空心部分的柱體體積，再算出整個柱體的體積，

兩個體積相減後，即可算出空心柱體的體積。教師應要求學生用併式將作法記錄下來。

- 方法二：先算出空心柱的底面積，利用「底面積 \times 高」來算出柱體體積。

教師可引導學生發現，方法二可以簡化運算步驟，是較有效率的解題策略。

3. 本頁教材下半段的小試身手，給定兩個底面積相同，柱高不同的圓柱，問兩個圓柱的和是多少？

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

(3) 甲是底面積為 40 平方公分，高 20 公分的四角柱，乙是底面積為 10 平方公分，高 20 公分的四角柱，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$40 \times 20 = 800 \quad \text{..... 先算甲柱體的體積}$$

$$10 \times 20 = 200 \quad \text{..... 再算乙柱體的體積}$$

$$200 \div 800 = \frac{1}{4} \quad \text{..... 最後算乙是甲的幾倍}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{4}$ 倍

可以用併式將作法記錄下來：

乙柱體的體積 ÷ 甲柱體的體積

$$= (10 \times 20) \div (40 \times 20) = \frac{10 \times 20}{40 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{200}}}{\underset{4}{\cancel{800}}} = \frac{1}{4}$$



方法二：

乙柱體的體積 ÷ 甲柱體的體積

$$= \frac{\text{乙柱體的體積}}{\text{甲柱體的體積}} = \frac{10 \times 20}{40 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{4}{\cancel{40}} \times \underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{1}{4}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{4}$ 倍



小試身手

(1) 甲是底面積為 45 平方公分，高 20 公分的四角柱，乙是底面積為 15 平方公分，高 20 公分的四角柱，請問乙的體積是甲的幾倍？

乙柱體的體積 ÷ 甲柱體的體積

$$= \frac{\text{乙柱體的體積}}{\text{甲柱體的體積}} = \frac{15 \times 20}{45 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{15}} \times \overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{45}} \times \underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{1}{3}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{3}$ 倍



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材的第(3)題為兩個底面積不同，高相同的四角柱，問兩個四角柱的倍數關係。

本教材提供二種教學方法：

- 方法一：學生可分別算出兩個柱體的體積，再算出乙柱體是甲柱體的幾倍。

教師應要求學生用併式將作法記錄下來，由於併式記錄是記錄方法一的作法，因此算式中不會出現約分的計算策略。

- 方法二：直接用除法計算兩個柱體的倍數，並用分數表示。由於兩柱體高相同，

因此在計算倍數關係時，會被省略，底面積的倍數關係即等於兩柱體的倍數關係。教師可鼓勵學生用比較有效率的解題策略。

3. 本頁教材下半段的小試身手，給定兩個底面積不同，高相同的四角柱，問兩個四角柱的倍數關係。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

(4) 甲是底面半徑為 10 公分，高 20 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 10 公分，高 40 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 20 = 6280 \quad \dots\dots \text{先算甲圓柱的體積}$$

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 40 = 12560 \quad \dots\dots \text{再算乙圓柱的體積}$$

$$12560 \div 6280 = 2 \quad \dots\dots \text{最後算乙是甲的幾倍}$$

答：乙的體積是甲的 2 倍

可以用併式將作法記錄下來：

乙圓柱的體積 \div 甲圓柱的體積

$$= (10 \times 10 \times 3.14 \times 40) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 20)$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 40}{10 \times 10 \times 3.14 \times 20} = \frac{\overset{2}{\cancel{12560}}}{\underset{1}{\cancel{6280}}} = 2$$



方法二：

乙圓柱的體積 \div 甲圓柱的體積

$$= \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 40}{10 \times 10 \times 3.14 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{2}{\cancel{40}}}{\overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{1}{\cancel{20}}} = \frac{2}{1} = 2$$

答：乙的體積是甲的 2 倍



小試身手

(1) 甲是底面半徑為 36 公分，高 25 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 36 公分，高 100 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

乙圓柱的體積 \div 甲圓柱的體積

$$= \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{36 \times 36 \times 3.14 \times 100}{36 \times 36 \times 3.14 \times 25} = \frac{\overset{1}{\cancel{36}} \times \overset{1}{\cancel{36}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{4}{\cancel{100}}}{\overset{1}{\cancel{36}} \times \overset{1}{\cancel{36}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{1}{\cancel{25}}} = \frac{4}{1} = 4$$

答：乙的體積是甲的 4 倍



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材第(4)題為兩個底面積相同，高不同的圓柱，問兩個圓柱的倍數關係。

本教材提供二種教學方法：

- 方法一：學生可分別算出兩個柱體的體積，再算出乙柱體是甲柱體的幾倍。

教師應要求學生用併式將作法記錄下來，由於併式記錄是記錄方法一的作法，因此算式中不會出現約分的計算策略。

- 方法二：直接用除法計算兩個柱體的倍數，並用分數表示。由於兩柱底面積相同，

因此在計算倍數關係時，直接看兩個柱體的高的倍數關係即等於兩柱體的倍數關係。教師可鼓勵學生用比較有效率的解題策略。

3. 本頁教材下半段的小試身手，給定兩個底面積相同，高不同的圓柱，問兩個圓柱的倍數關係。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

(5)甲是底面半徑為 10 公分，高 5 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 20 公分，高 3 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$(20 \times 20 \times 3.14 \times 3) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 5) = (\quad)$$

$$\begin{aligned} & (20 \times 20 \times 3.14 \times 3) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 5) \\ &= \frac{20 \times 20 \times 3.14 \times 3}{10 \times 10 \times 3.14 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times 5} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{12}{5}$ 倍

方法二：

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$\begin{aligned} & \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{20 \times 20 \times 3.14 \times 3}{10 \times 10 \times 3.14 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times 5} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{12}{5}$ 倍



小試身手

(1)甲是底面半徑為 12 公分，高 8 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 60 公分，高 4 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$\begin{aligned} & \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{60 \times 60 \times 3.14 \times 4}{12 \times 12 \times 3.14 \times 8} = \frac{\overset{5}{\cancel{60}} \times \overset{5}{\cancel{60}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{12}} \times \underset{1}{\cancel{12}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times \underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{25}{2} \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{25}{2}$ 倍



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材第(5)題為兩個底面積、高都不相同的圓柱，問兩個圓柱的倍數關係。

本教材提供二種教學方法：

- 方法一：學生可分別算出兩個柱體的體積，再算出乙柱體是甲柱體的幾倍。

教師應要求學生用併式將作法記錄下來，由於併式記錄是記錄列式的作法，因此算式中不會出現約分的計算策略。

- 方法二：直接用除法計算兩個柱體的倍數，並用分數表示。因為用分數表示，

在計算過程中可以直接將圓周率約分，免去計算圓周率時較容易出現的計算錯誤等問題，是比較有效率的解題策略。

3. 本頁教材下半段的小試身手，給定兩個底面積、高都不相同的圓柱，問兩個圓柱的倍數關係。



基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

(6)小圓柱的底面是半徑 6 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 8 公分的圓，
小圓柱的高是 10 公分，大圓柱的高是 20 公分。
請問小圓柱和大圓柱的體積是多少立方公分？

方法一：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4 \quad \dots\dots \text{先算小圓柱體體積}$$

$$8 \times 8 \times 3.14 \times 20 = 4019.2 \quad \dots\dots \text{再算大圓柱體體積}$$

$$1130.4 + 4019.2 = 5149.6 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$



可以用併式將做法記錄下來：
 $6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 20 = 5149.6$

答：體積是 5149.6 立方公分

方法二：

$$6 \times 6 \times 10 \times 3.14 + 8 \times 8 \times 20 \times 3.14 = (\quad)$$

$$6 \times 6 \times 10 \times 3.14 + 8 \times 8 \times 20 \times 3.14$$

$$= (6 \times 6 \times 10) \times 3.14 + (8 \times 8 \times 20) \times 3.14$$

$$= 360 \times 3.14 + 1280 \times 3.14$$

$$= (360 + 1280) \times 3.14$$

$$= 1640 \times 3.14$$

$$= 5149.6$$

答：體積是 5149.6 立方公分



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材第(6)題為兩個底面積、高都不相同的圓柱，問兩個圓柱的體積和。

本教材提供二種教學方法：

- 方法一：學生可分別算出兩個柱體的體積，再算出兩柱體的體積和。

教師應要求學生用併式將作法記錄下來。

- 方法二：是運用簡化計算的策略，將相同的「 $\times 3.14$ 」的部分提出，

此方法只需要乘以一次圓周率，是較有效率的計算方式。

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

(7)右圖的小圓柱的底面是半徑 6 公分的圓，
大圓柱的底面是半徑 8 公分的圓，
這兩個圓柱的高都是 10 公分。
請問這個形體的體積是多少立方公分？



方法一：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4 \quad \dots\dots \text{先算小圓柱體體積}$$

$$8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = 2009.6 \quad \dots\dots \text{再算大圓柱體體積}$$

$$1130.4 + 2009.6 = 3140 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$



可以用併式將做法記錄下來：
 $6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = 3140$

方法二：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = (\quad)$$

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10$$

$$= (6 \times 6 \times 3.14) \times 10 + (8 \times 8 \times 3.14) \times 10$$

$$= 36 \times 3.14 \times 10 + 64 \times 3.14 \times 10$$

$$= (36 + 64) \times 3.14 \times 10$$

$$= 100 \times 3.14 \times 10$$

$$= 3140$$

答：體積是 3140 立方公分



大圓柱和小圓柱的高都一樣，圓周率也都一樣。
可以用下列方法算出答案：

(大圓柱底面積+小圓柱底面積)× 高



教材內容說明：

1. 本教材第 6～12 頁的教學重點是計算複合形體的體積。
2. 本頁教材第(7)題為兩個底面積不同，高相同的圓柱，問兩個圓柱的體積和。

本教材提供二種教學方法：

- 方法一：學生可分別算出兩個柱體的體積，再算出兩柱體的體積和。

教師應要求學生用併式將作法記錄下來。

- 方法二：運用簡化計算的策略，教師可以引導學生發現兩個式子中都需要乘以圓周率及乘以相同的高，可運用分配率的舊經驗來運算，此方法圓周率和高都只要乘以一次，是較有效率的計算方式。

3. 教師最後再做歸納：大圓柱和小圓柱的高都一樣，圓周率也都一樣。

可以用下列方法算出答案：

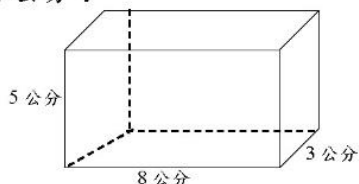
$(\text{大圓柱底面積} + \text{小圓柱底面積}) \times \text{高}$

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。



小試身手

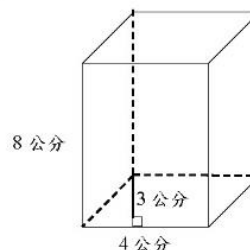
- (1) 下圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形，請問四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} & (8 \times 3) \times 5 \\ &= 24 \times 5 \\ &= 120 \end{aligned}$$

答：120 立方公分

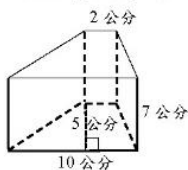
- (2) 下圖是一個四角柱，它的底面是平行四邊形，請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} & (4 \times 3) \times 8 \\ &= 12 \times 8 \\ &= 96 \end{aligned}$$

答：96 立方公分

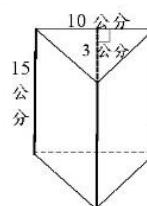
- (3) 下圖是一個四角柱，它的底面是梯形，請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} & (2 + 10) \times 5 \div 2 \times 7 = () \\ & (2 + 10) \times 5 \div 2 \times 7 \\ &= 12 \times 5 \div 2 \times 7 \\ &= 60 \div 2 \times 7 \\ &= 30 \times 7 \\ &= 210 \end{aligned}$$

答：210 立方公分

- (4) 下圖是一個三角柱。請問這個三角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} & (10 \times 3 \div 2) \times 15 = () \\ & (10 \times 3 \div 2) \times 15 \\ &= 15 \times 15 \\ &= 225 \end{aligned}$$

答：225 立方公分

- (5) 一個底面半徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？

$$\begin{aligned} & (10 \times 10 \times 3.14) \times 5 = () \\ & (10 \times 10 \times 3.14) \times 5 \\ &= (100 \times 3.14) \times 5 \\ &= 314 \times 5 \\ &= 1570 \end{aligned}$$

答：1570 立方公分

- (6) 一個底面直徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？

$$\begin{aligned} & (5 \times 5 \times 3.14) \times 5 = () \\ & (5 \times 5 \times 3.14) \times 5 \\ &= (25 \times 3.14) \times 5 \\ &= 78.5 \times 5 \\ &= 392.5 \end{aligned}$$

答：392.5 立方公分



教材內容說明：

1. 本教材第 13、14 頁是小試身手。
2. 本頁教材是理解四角柱、三角柱和圓柱的體積是底面積與高的乘積的練習題。
 - 第(1)題是給定一個底面是長方形的四角柱，問四角柱的體積。
 - 第(2)題是給定一個底面是平行四邊形的四角柱，問四角柱的體積。
 - 第(3)題是給定一個底面是梯形的四角柱，問四角柱的體積。
 - 第(4)題是給定一個底面是三角形的三角柱，問三角柱的體積。
 - 第(5)題是給定半徑和高的圓柱，問圓柱的體積。
 - 第(6)題是給定直徑和高的圓柱，問圓柱的體積。



基本學習內容：SC-6-4-1

基本學習內容：SC-6-4-1 理解簡單柱體的體積為底面積與高的乘積。

- (7)圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑15公分的圓，圓柱甲的高是9公分，圓柱乙的高是11公分，請問圓柱甲和圓柱乙的體積是多少立方公分？

$$\begin{aligned} 15 \times 15 \times 3.14 \times (9 + 11) &= (\quad) \\ 15 \times 15 \times 3.14 \times (9 + 11) \\ &= 225 \times 3.14 \times 20 \\ &= 4500 \times 3.14 \\ &= 14130 \end{aligned}$$

答：14130 立方公分

- (8)小圓柱的底面是半徑 25 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 50 公分的圓，小圓柱的高是 12 公分，大圓柱的高是 48 公分。請問小圓柱和大圓柱的體積是多少立方公分？

$$\begin{aligned} 25 \times 25 \times 3.14 \times 12 + 50 \times 50 \times 3.14 \times 48 &= (\quad) \\ 25 \times 25 \times 3.14 \times 12 + 50 \times 50 \times 3.14 \times 48 \\ &= (25 \times 25 \times 12) \times 3.14 + (50 \times 50 \times 48) \times 3.14 \\ &= 7500 \times 3.14 + 120000 \times 3.14 \\ &= (7500 + 120000) \times 3.14 \\ &= 127500 \times 3.14 \\ &= 400350 \end{aligned}$$

答：400350 立方公分

- (9)小圓柱的底面是半徑 12 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 20 公分的圓，這兩個圓柱的高都是 8 公分。請問這個形體的體積是多少立方公分？

$$\begin{aligned} 12 \times 12 \times 3.14 \times 8 + 20 \times 20 \times 3.14 \times 8 &= (\quad) \\ 12 \times 12 \times 3.14 \times 8 + 20 \times 20 \times 3.14 \times 8 \\ &= (12 \times 12 \times 3.14) \times 8 + (20 \times 20 \times 3.14) \times 8 \\ &= 144 \times 3.14 \times 8 + 400 \times 3.14 \times 8 \\ &= (144 + 400) \times 3.14 \times 8 \\ &= 544 \times 3.14 \times 8 \\ &= 13665.28 \end{aligned}$$

答：體積是 13665.28 立方公分

- (10)甲是底面半徑為 77 公分，高 30 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 77 公分，高 150 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} \\ &= \frac{77 \times 77 \times 3.14 \times 150}{77 \times 77 \times 3.14 \times 30} \\ &= \frac{\overset{1}{\cancel{77}} \times \overset{1}{\cancel{77}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{5}{150}}{\overset{1}{\cancel{77}} \times \overset{1}{\cancel{77}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times \overset{1}{30}} = 5 \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 5 倍



教材內容說明：

1. 本教材第 13、14 頁是小試身手。
2. 本頁教材是計算複合形體的體積的練習題。
 - 第(7)題給底面半徑相同、高不同的圓柱，問體積和。
 - 第(8)題給底面半徑、高都不相同的圓柱，問體積和。
 - 第(9)題給底面半徑不同、高相同的圓柱，問體積和。
 - 第(10)題底面半徑相同、高不同的圓柱，問兩形體的倍數關係。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

