

基本學習內容:6-nc-01-1、2+ 6-nc-02-1、2+ 6-nc-03-1

能認識質數、合數

能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，
質因數 <20 ，被分解數 <100)

能用短除法求兩數的最大公因數

能用短除法求兩數的最小公倍數

能認識兩數互質的意義

學校：_____

姓名：_____





◎認識「質數」和「合數」

(1)請列出 20 所有的因數。

$$\begin{aligned} 20 \div 1 &= 20 \\ 20 \div 2 &= 10 \\ 20 \div 4 &= 5 \\ 20 \div 5 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 &= 1 \times 20 \\ &= 2 \times 10 \\ &= 4 \times 5 \\ &= 5 \times 4 \end{aligned}$$

答：20 的因數有 1, 2, 4, 5, 10, 20



(2)下表是數字 1 到 20 的所有因數

數字	所有的因數	數字	所有的因數
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

- ①因數只有 1 個的數有哪些？
- ②因數有 2 個的數有哪些？
- ③因數有 3 個或比 3 個多的數有哪些？

答：因數只有 1 個的數只有：1

因數有 2 個的數有：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19。

因數有 3 個或比 3 個多的數有：4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20。

◎2 的因數是 1 和 2，7 的因數是 1 和 7，19 的因數是 1 和 19……

這些數字的因數只有 1 和本身，我們稱這樣的數為質數。

◎4 的因數除了 1 和 4 之外還有 2；10 的因數除了 1 和 10 之外還有 2 和 5……這些數字的因數除了 1 和本身以外還有其他因數，我們稱這個數為合數。

◎1 只有 1 個因數，所以 1 不是質數也不是合數。





(3) 25, 27, 33, 38, 47, 左列數字中, 哪些是質數? 哪些是合數? 哪些不是質數也不是合數?

25 的因數有: 1, 5, 25
27 的因數有: 1, 3, 9, 27
33 的因數有: 1, 3, 11, 33
38 的因數有: 1, 2, 19, 38
47 的因數有: 1, 47

答: 質數是 47
合數是 25, 27, 33, 38
沒有不是質數也不是合數的數



小試身手

(1)
1, 2, 4, 5, 11, 13, 18, 20, 左列數字中, 哪些是質數? 哪些是合數?
哪些不是質數也不是合數?

- ① 質數:
- ② 合數:

(2) 回答下列問題

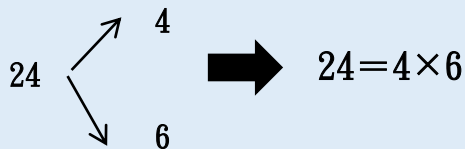
- ① 23 是質數還是合數?
- ② 25 是質數還是合數?
- ③ 27 是質數還是合數?
- ④ 29 是質數還是合數?



◎認識「質因數」和「質因數分解」

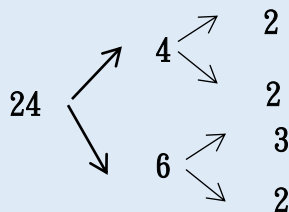
(1) 把 24 分解成幾個大於 1 整數相乘的算式。

方法一



24 可以分解成 $24 = 4 \times 6$

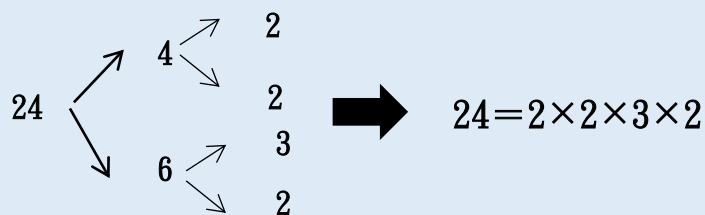
4 和 6 還能分解成 2 個大於 1 的整數相乘嗎？



4 可以分解成 $4 = 2 \times 2$

6 可以分解成 $6 = 3 \times 2$

2 和 3 還能分解成 2 個大於 1 的整數相乘嗎？



2 和 3 都不能分解成兩個大於 1 整數相乘的算式。

可以得到 $24 = 2 \times 2 \times 3 \times 2$

$24 = 2 \times 2 \times 3 \times 2$ ，2 和 3 都是質數，2 和 3 又是 24 的因數，我們稱 2 和 3 是 24 的質因數。

方法二

$$24 \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 8 \end{matrix} \rightarrow 24 = 3 \times 8$$

24 可以分解成 $24 = 3 \times 8$

3 不能分解成兩個大於 1 的整數相乘。

8 還能分解成兩個大於 1 整數相乘。

$$24 \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 8 \end{matrix} \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 4 \end{matrix} \rightarrow 24 = 3 \times 2 \times 4$$

8 可以分解成 $8 = 2 \times 4$

24 可以分解成 $24 = 3 \times 2 \times 4$

2 不能分解成兩個大於 1 的整數相乘。

4 還能分解成兩個大於 1 整數相乘。

$$24 \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 8 \end{matrix} \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 4 \end{matrix} \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 2 \end{matrix} \rightarrow 24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

4 可以分解成 $4 = 2 \times 2$

2 不能分解成兩個大於 1 整數相乘的算式。

可以得到 $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$

由第一種分法得到 $24 = 2 \times 2 \times 3 \times 2$ ，由第二種分法得到 $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$ ，把這些質數由小到大排列，都可以記成 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

把 24 分解成 $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ 的過程為質因數分解。





$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ 老師提供另一種把 24 做質因數分解快速的方法



$$24 \div 2 = 12 \quad \leftarrow 2 \quad \begin{array}{r} 24 \\ \hline 12 \end{array} \quad \rightarrow 24 = 2 \times 12$$

$$\begin{array}{l} 24 \div 2 = 12 \\ 12 \div 2 = 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow 2 \\ \leftarrow 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \hline 12 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 24 = 2 \times 12 \\ \rightarrow = 2 \times 2 \times 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 24 \div 2 = 12 \\ 12 \div 2 = 6 \\ 6 \div 3 = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \leftarrow 2 \\ \leftarrow 2 \\ \leftarrow 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \hline 12 \\ \hline 6 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 24 = 2 \times 12 \\ \rightarrow = 2 \times 2 \times 6 \\ \rightarrow = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$



像上面把 24 做質因數分解的方法叫做「短除法」。用「短除法」進行 24 的質因數分解時，除數一定要是 24 的質因數。

基本學習內容：6-nc-01-1、2+6-nc-02-1、2+6-nc-03-1

(2) 用**短除法**將 36 分解成質因數分解算式

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

答: $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$



小試身手

(1) 利用**短除法**將 32 質因數分解。

(2) 利用**短除法**將 45 質因數分解。



◎認識「最大公因數」，並求出兩數的「最大公因數」

(1) 老師用 2 種方法, 分別求出 12 和 30 的所有「因數」



方法一

老師利用五年級教過的方法找出 12 的因數

12 的因數有：1，2，3，4，6，12

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \times 12 \\ &= 2 \times 6 \\ &= 3 \times 4 \\ &= 4 \times 3 \end{aligned}$$

老師利用五年級教過的方法找出 30 的因數

30 的因數有：1，2，3，5，6，10，15，30

$$\begin{aligned} 30 &= 1 \times 30 \\ &= 2 \times 15 \\ &= 3 \times 10 \\ &= 5 \times 6 \\ &= 6 \times 5 \end{aligned}$$

方法二

老師再利用質因數分解方法找出 12 的因數

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 的因數有：1，2，3， 2×2 ， 2×3 ， $2 \times 2 \times 3$

老師再利用質因數分解方法找出 30 的因數

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 的因數有：1，2，3，5， 2×3 ， 2×5 ， 3×5 ， $2 \times 3 \times 5$

我們發現

12 的因數有：1，2，3，4，6，12

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 的因數有：1，2，3， 2×2 ， 2×3 ， $2 \times 2 \times 3$

→利用兩種方法找到的因數都一樣。

30 的因數有：1，2，3，5，6，10，15，30

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 的因數有：1，2，3，5， 2×3 ， 2×5 ， 3×5 ， $2 \times 3 \times 5$

→利用兩種方法找到的因數都一樣。

(2)老師利用質因數分解找出 12 和 30 兩數的「最大公因數」



◎老師利用質因數分解方法找出 12 和 30 的因數

$12=2\times2\times3$ 的因數有: 1, 2, 3, 2×2 , 2×3 , $2\times2\times3$

$30=2\times3\times5$ 的因數有: 1, 2, 3, 5, 2×3 , 2×5 , 3×5 , $2\times3\times5$

$12=2\times2\times3$ 的因數有: 1, 2, 3, 2×2 , 2×3 , $2\times2\times3$

$30=2\times3\times5$ 的因數有: 1, 2, 3, 5, 2×3 , 2×5 , 3×5 , $2\times3\times5$

→12 和 30 的公因數有: 1, 2, 3, 2×3

→12 和 30 的最大公因數是: 2×3

(3)12 和 30 的「最大公因數」是 2×3 ，從 $12=2\times2\times3$ 和 $30=2\times3\times5$ 質因數分解算式中發現了什麼？



$$\begin{array}{l} 12=2\times\boxed{2\times3} \\ 30=\boxed{2\times3}\times5 \end{array}$$



12 和 30 「最大公因數」是 2×3
 2×3 是 12 和 30 「共同質因數的乘積」



(4)老師利用質因數分解找出 28 和 36 兩數的「最大公因數」是多少？

◎老師利用質因數分解方法找出 28 和 36 的因數

$28 = 2 \times 2 \times 7$ 的因數有：1, 2, 2×2 , 2×7 , $2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 的因數有：1, 2, 3, 2×2 , 2×3 , 3×3 , $2 \times 2 \times 3$, $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 2 \times 3 \times 3$

$28 = 2 \times 2 \times 7$ 的因數有：1, 2, 7, 2×2 , 2×7 , $2 \times 2 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 的因數有：1, 2, 3, 2×2 , 2×3 , 3×3 , $2 \times 2 \times 3$, $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 2 \times 3 \times 3$

→28 和 36 的公因數：1, 2, 2×2 。

→28 和 36 的最大公因數 2×2 。

(5)28 和 36 的「最大公因數」是 2×2 ，從 $28 = 2 \times 2 \times 7$ 和 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 質因數分解算式中發現了什麼？

$$\begin{array}{l} 28 = \boxed{2 \times 2} \times 7 \\ 36 = \boxed{2 \times 2} \times 3 \times 3 \end{array}$$



28 和 36 「最大公因數」是 2×2
 2×2 是 28 和 36 「共同質因數的乘積」

12 和 30 「最大公因數」是 $2 \times 3 \rightarrow 2 \times 3$ 是 12 和 30 「共同質因數的乘積」

28 和 36 的最大公因數 $2 \times 2 \rightarrow 2 \times 2$ 是 28 和 36 「共同質因數的乘積」

兩數質因數分解後，兩數的「最大公因數」是「所有共同質因數的乘積」。

(6)利用質因數分解求兩數的最大公因數

① $30=2\times 3\times 5$ ， $36=2\times 2\times 3\times 3$ ，求 30 和 36 的最大公因數

② $40=2\times 2\times 2\times 5$ ， $60=2\times 2\times 3\times 5$ ，求 40 和 60 的最大公因數

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 30 = \boxed{2 \times 3} \times 5 \\ \quad \quad 36 = 2 \times \boxed{2 \times 3} \times 3 \end{array}$$

共同質因數的乘積 2×3

30 和 36 的最大公因數 2×3

答： 2×3

$$\begin{array}{l} \textcircled{2} \quad 40 = 2 \times \boxed{2 \times 2 \times 5} \\ \quad \quad 60 = 3 \times \boxed{2 \times 2 \times 5} \end{array}$$

共同質因數的乘積 $2 \times 2 \times 5$

40 和 60 的最大公因數

$2 \times 2 \times 5$



小試身手

(1) $42=2\times 3\times 7$ ， $56=2\times 2\times 2\times 7$ ，求 42 和 56 的最大公因數

(2) $35=5\times 7$ ， $45=3\times 3\times 5$ ，求 35 和 45 的最大公因數



$$\begin{array}{l} 24 = 2 \times 2 \times \boxed{2 \times 3} \\ 30 = \boxed{2 \times 3} \times 5 \end{array}$$



24 和 30 「最大公因數」
是「共同質因數乘積」 2×3

現在老師用另一種方法找出 24 和 30 的最大公因數

提出 24 和 30 共同的質因數

提出 12 和 15 共同的質因數

2	24	30
3	12	15
	4	5



4 和 5 沒有共同的質因數，
表示已提盡 24 和 30 共同的質因數

2×3 是 24 和 30 共同質因數的乘積
所以 2×3 就是 24 和 30 的最大公因數

我們稱這種提出共同質因數的方法叫做「短除法」短除法左側數字相乘即為兩數的最大公因數



4 和 5 沒有共同的質因數，也就是 4 和 5 的最大公因數是 1，我們稱 4 和 5 互質。

(7) 用「短除法」求出 84 和 63 的「最大公因數」

3	84	63	3 是 84 和 63 的共同質因數
7	28	21	7 是 28 和 21 的共同質因數
	4	3	4 和 3 無法提出共同質因數，4 和 3 互質。

➡ 84 和 63 共同質因數乘積是 3×7 ，
84 和 63 的最大公因數是 $3 \times 7 = 21$

答：84 和 63 的最大公因數是 21

(8) 用「短除法」求出 60 和 84 的「最大公因數」

2	60	84	2 是 60 和 84 的共同質因數
2	30	42	2 是 30 和 42 的共同質因數
3	15	21	3 是 15 和 21 的共同質因數
	5	7	5 和 7 互質。

➡ 60 和 84 共同質因數乘積是 $2 \times 2 \times 3$ ，
60 和 84 的最大公因數是 $2 \times 2 \times 3 = 12$

答：60 和 84 的最大公因數是 12



小試身手

(1) 用短除法求出 56 和 68 的「最大公因數」

(2) 用短除法求出 84 和 90 的「最大公因數」



◎認識「最小公倍數」，並求出兩數的「最小公倍數」

$$(1) 42 = 2 \times 3 \times 7, 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

老師利用 42 和 60 的質因數分解算式求出兩數的「最小公倍數」

老師用質因數分解算式找出 42 和 60 的最小公倍數

$$\begin{array}{l} 42 = 2 \times 3 \times 7 \\ 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{array}$$

$$\text{最小公倍數: } 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

➡ 42 和 60 兩數的「最小公倍數」是 $(2 \times 3) \times (2 \times 5 \times 7)$

我們發現：

(2×3) 是「共同質因數乘積」

$(2 \times 5 \times 7)$ 是「剩下質因數乘積」

42 和 60 的最小公倍數 $(2 \times 3) \times (2 \times 5 \times 7)$

是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積

$$(2) 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3, 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

老師利用 54 和 72 的質因數分解算式求出兩數的「最小公倍數」

$$\begin{array}{l} 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

$$\text{最小公倍數: } 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

➡ 54 和 72 兩數的「最小公倍數」是 $(2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

我們發現：

$(2 \times 3 \times 3)$ 是「共同質因數乘積」

$(2 \times 2 \times 3)$ 是「剩下質因數乘積」

54 和 72 的最小公倍數 $(2 \times 3 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$

是「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積

質因數分解算式求兩數的「最小公倍數」是
「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積



(2)利用質因數分解算式求出兩數的最小公倍數

① $20=2\times2\times5$ ， $36=2\times2\times3\times3$

② $24=2\times2\times2\times3$ ， $42=2\times3\times7$

① $20=2\times2\times5$ (2×2)是「共同質因數乘積」
 $36=2\times2\times3\times3$ (5×3×3)是「剩下質因數乘積」

20 和 36 的最小公倍數 是 $(2\times2)\times(5\times3\times3)$

答：2×2×5×3×3



② $24=2\times2\times2\times3$ (2×3) 是「共同質因數乘積」
 $42=2\times3\times7$ (2×2×7) 是「剩下質因數乘積」

24 和 42 的最小公倍數是 $(2\times3)\times(2\times2\times7)$

答：2×3×2×2×7



小試身手

(1) $28=2\times2\times7$ ，
 $42=2\times3\times7$ ，
 求 28 和 42 的最小公倍數

(2) $35=5\times7$ ，
 $45=3\times3\times5$ ，
 求 35 和 45 的最小公倍數



$$\begin{array}{l}
 18 = 2 \times 3 \times 3 \\
 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 12 \text{ 和 } 60 \text{ 的最小公倍數是「共同質因數乘積」} \\
 \text{和「剩下質因數乘積」的乘積} \\
 (2 \times 3) \times (2 \times 3 \times 5)
 \end{array}$$

老師用另一種方法找出 18 和 60 的最小公倍數

提出 18 和 60 共同的質因數	← 2	18 60
提出 9 和 30 共同的質因數 3	← 3	9 30
		3 10

↓

3 和 10 沒有共同的質因數，
表示已提盡 18 和 60 共同的質因數

$(2 \times 3) \times (3 \times 2 \times 5) = (2 \times 3) \times (3 \times 10)$
 「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積
 也就是「共同質因數乘積(2×3)」和「剩下 2 個數乘積(3×10)」的乘積
 18 和 60 兩數的「**最小公倍數**」是 $2 \times 3 \times 3 \times 10$ 。

- ①用質因數分解法求兩數的最小公倍數是：
「共同質因數乘積」和「剩下質因數乘積」的乘積
- ②用短除法求兩數的最小公倍數是：
「共同質因數乘積」和「剩下 2 個數乘積」的乘積



(3) 用短除法求出 48 和 60 的「最小公倍數」

2	48	60	2 是 48 和 60 的共同質因數
2	24	30	2 是 24 和 30 的共同質因數
3	12	15	3 是 12 和 15 的共同質因數
	4	5	4 和 5 互質，表示沒有共同質因數

48 和 60 共同質因數乘積是 $2 \times 2 \times 3$ ，
 剩下 2 個數乘積 4×5
 48 和 60 的最小公倍數是 $(2 \times 2 \times 3) \times (4 \times 5) = 240$
答：48 和 60 的最小公倍數是 $2 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 240$

(4) 用短除法求出 24 和 42 的「最小公倍數」

2	24	42	2 是 24 和 42 的共同質因數
3	12	21	3 是 12 和 21 的共同質因數
	4	7	4 和 7 互質，表示沒有共同質因數

24 和 42 共同質因數乘積是 2×3 ，
 剩下 2 個數乘積 4×7
 24 和 42 的最小公倍數是 $(2 \times 3) \times (4 \times 7) = 168$
答：24 和 42 的最小公倍數是 $2 \times 3 \times 4 \times 7 = 168$



小試身手

(1) 用短除法求出 16 和 36 的「最小公倍數」

(2) 用短除法求出 9 和 45 的「最小公倍數」



◎「公因數」「最大公因數」與「公倍數」「最小公倍數」應用

(1)有一張長 18 公分，寬 12 公分的長方形色紙。用大小一樣的正方形排這張長方形色紙，剛好可以排滿，正方形邊長是整數，請問：可以用邊長 2 公分的正方形排滿這張長方形色紙嗎？

我用邊長 2cm 的正方形去排，
一排有 9 個，排了 6 排，剛好排滿



$18 \div 2 = 9$ → 表示一排排 9 個
 $12 \div 2 = 6$ → 表示可以排 6 排
剛好排滿



答：可以用邊長 2 公分的正方形排滿



2 是 18 和 12 的公因數。

有一張長 18 公分，寬 12 公分的長方形色紙。用大小一樣的正方形排這張長方形色紙，剛好可以排滿，正方形邊長是整數，如下表所示

正方形 邊長(公分)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
是否排滿	○	○	○	×	×	○	×	×	×	×	×	×

從表中觀察到：

①可以排滿長方形色紙的正方形邊長是 1 公分，2 公分，3 公分，6 公分。

②邊長 1 公分，2 公分，3 公分，6 公分的正方形可以排滿長 18 公分，寬 12 公分的長方形色紙。

我們發現：1, 2, 3, 6 是 12 和 18 的公因數。

6 是 12 和 18 的最大公因數→1, 2, 3, 6 是 6 的因數

12 和 18 的公因數是最大公因數 6 的因數。



(2) 有一張長 24 公分，寬 18 公分的長方形色紙。全部剪成大小一樣的正方形，剛好可以全部剪完，正方形邊長是整數，請問：正方形的邊長可能是幾公分？

方法一

正方形的邊長是 24 和 18 的公因數

24 的因數有：1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

18 的因數有：1, 2, 3, 6, 9, 18

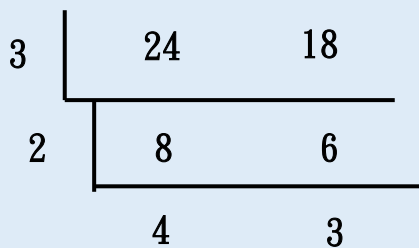
24 和 18 的公因數有：1, 2, 3, 6

答：所有可能的正方形邊長是 1 公分, 2 公分, 3 公分, 6 公分



方法二

24 和 18 的公因數是最大公因數的因數，我只要求出 24 和 18 的最大公因數，就能找到 24 和 18 的公因數



24 和 18 的最大公因數： $3 \times 2 = 6$

最大公因數 6 的因數有：1, 2, 3, 6

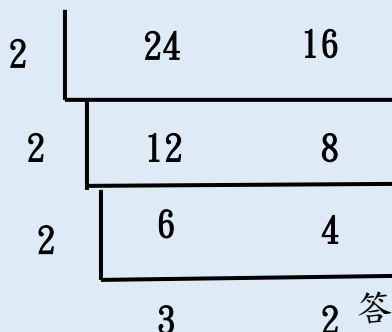
24 和 18 的公因數：1, 2, 3, 6

答：所有可能的正方形邊長是 1 公分, 2 公分, 3 公分, 6 公分



(3) 有一張長 24 公分，寬 16 公分的長方形色紙。全部剪成大小一樣的正方形，剛好可以全部剪完，正方形邊長是整數，請問：

① 正方形邊長最長是幾公分？ ② 正方形的邊長可能是幾公分？



24 和 16 的最大公因數： $2 \times 2 \times 2 = 8$

24 和 16 的公因數是最大公因數 8 的因數

最大公因數 8 的因數：1, 2, 4, 8

24 和 16 的公因數有：1, 2, 4, 8

答：① 正方形邊長最長是 8 公分

② 正方形邊長可能是：1 公分, 2 公分, 4 公分, 8 公分





(4)用數個長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙，排成一個正方形，請問：
可以排成邊長 6 公分的正方形嗎？

用長 3 公分，寬 2 公分的長方形排，一排有 2 個，排了 3 排，排成邊長 6 公分的正方形。

$6 \div 3 = 2 \rightarrow$ 一排排 2 個

$6 \div 2 = 3 \rightarrow$ 可以排 3 排

答：可以排成邊長 6 公分的正方形

6 是 2 和 3 的公倍數

用數個長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙，排成一個正方形，正方形邊長是整數，如下表所示

拼成的正方形邊長	3 公分	4 公分	5 公分	6 公分	7 公分	8 公分	9 公分	12 公分	18 公分	24 公分	30 公分
是否可以拼成	×	×	×	○	×	×	×	○	○	○	○

從表中觀察到：

- ①可以排成邊長 6 公分, 12 公分, 18 公分, 24 公分, 30 公分……的正方形。
 - ②長 3 公分，寬 2 公分的長方形色紙可以排成邊長 6 公分, 12 公分, 18 公分, 24 公分, 30 公分…的正方形。
- 我們發現：6, 12, 18, 24, 30……是 3 和 2 的公倍數。
- 6 是 3 和 2 的最小公倍數 \rightarrow 6, 12, 18, 24, 30……是 6 的倍數
- 3 和 2 的公倍數是最小公倍數 6 的倍數。

(5)用數個長 10 公分，寬 6 公分的長方形色紙，拼成一個正方形，請問：
拼成最小正方形的邊長是幾公分？

用長 10 公分，寬 6 公分的長方形拼成正方形

正方形邊長是 10 公分和 6 公分的公倍數

最小正方形的邊長是 10 和 6 的最小公倍數

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 6 \\ \hline & 5 & 3 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 10 \text{ 和 } 6 \text{ 的最小公倍數: } 2 \times 5 \times 3 = 30$$

答：拼成最小的正方形邊長是：30 公分

(6)用數個長 12 公分，寬 8 公分的長方形色紙，拼成一個邊長在 100 公分以內的正方形，請問：可以拼成最大的正方形邊長是幾公分？

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 8 \\ \hline 2 & 6 & 4 \\ \hline & 3 & 2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} 12 \text{ 和 } 8 \text{ 的最小公倍數: } 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24 \\ 12 \text{ 和 } 8 \text{ 的公倍數是最小公倍數 } 24 \text{ 的倍數} \\ 100 \text{ 以內 } 24 \text{ 的倍數: } 24, 48, 72, 96 \\ \text{可以拼成邊長 } 24\text{cm}, 48\text{cm}, 72\text{cm}, 96\text{cm} \text{ 的正方形} \\ \text{最大的正方形邊長是 } 96\text{cm} \end{array}$$

答：拼成最大的正方形邊長是 96 公分

(7)老師將班上的 12 位男生，8 位女生平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好可以全部分完。請問：

- ①可以分成 2 組嗎？
- ②可以分成 3 組嗎？



- ① $12 \div 2 = 6$, $8 \div 2 = 4$, 分成 2 組, 第一組男生 6 人, 女生 4 人;
第二組也是男生 6 人, 女生 4 人, 各組的男生和女生分別一樣多

答: 可以分成 2 組

- ② 分成 3 組, 每組男生 4 人($12 \div 3 = 4$), 女生無法平均分配($8 \div 3 = 2 \cdots 2$)

答: 不可以分成 3 組

班上有 12 位男生，8 位女生平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好全部分完。可以分成幾組？各組男生有幾人？女生有幾人？



組數	2 組	3 組	4 組	5 組	6 組	7 組	8 組
是否可以平均分組？	○	×	○	×	×	×	×
每組男生幾人？	6		3				
每組女生幾人？	4		2				

可以分成 2 組，也可以分成 4 組

$12 \div 4 = 3$, $8 \div 4 = 2$, 分成 4 組, 第一組男生 3 人, 女生 2 人;
第二組, 第三組, 第四組也都是男生 3 人, 女生 2 人,
各組的男生和女生分別一樣多

我們發現：

2 和 4 都是 12 和 8 的公因數，
4 是 12 和 8 的最大公因數

(8)班上有 36 位男生，24 位女生。平均分組，各組的男生和女生分別一樣多，且剛好可以全部分完。最多可以分成幾組？各組男生幾人？女生幾人？

組數是求 36 和 24 的最大公因數

	男	女
2	36	24
2	18	12
3	9	6
	3	2

36 和 24 的最大公因數是

$36 \div 12 = 3$ ，每組男生有 3 人
 $24 \div 12 = 2$ ，每組女生有 2 人

答：最多分成 12 組~

每組有 3 位男生和 2 位女生

(9)老闆有 54 顆蘋果，72 顆梨子。平均分裝成禮盒，每個禮盒的蘋果和梨子一樣多，且剛好可以全部分完。老闆最多可以分成幾個禮盒？

禮盒數是求 54 和 72 的最大公因數

	54	72
2	54	72
3	27	36
3	9	12
	3	4

54 和 72 的最大公因數是

答：最多分成 18 個禮盒



哥哥有 12 個彈珠，平分成 4 組，剛好分完；那麼 4 個一數也會剛好數完

平分成 4 組剛好分完

第一組 ○ ○ ○
第二組 ○ ○ ○
第三組 ○ ○ ○
第四組 ○ ○ ○

4 組剛好分完,每組 3 個

4 個一數剛好數完

4 4 4
個 個 個
一 一 一
數 數 數
第一組 ○ ○ ○
第二組 ○ ○ ○
第三組 ○ ○ ○
第四組 ○ ○ ○

4 個一數剛好數完,數 3 次

哥哥有 12 個彈珠，4 個一數，剛好數完；那麼平分成 4 組也會剛好分完

4 個一數剛好數完

4 4 4
個 個 個
一 一 一
數 數 數
○ ○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○

4 個一數剛好數完,數 3 次

平分成 4 組剛好數完

4 4 4
個 個 個
一 一 一
數 數 數
第一組 ○ ○ ○
第二組 ○ ○ ○
第三組 ○ ○ ○
第四組 ○ ○ ○

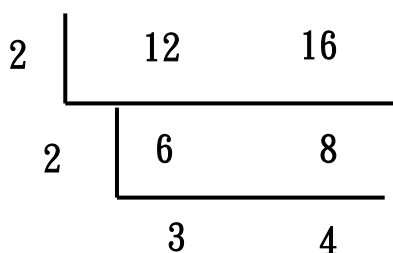
4 組剛好分完,每組 3 個

(10) 哥哥有一堆彈珠，12 顆一數剛好數完，16 顆一數也剛好數完，請問：哥哥最少有幾顆彈珠？

12 個一數剛好數完，所以可能是 12，24，36，48，60……

16 個一數剛好數完，所以可能是 16，32，48，64，80……

哥哥最少有幾顆彈珠是求 12 和 16 的最小公倍數



12 和 16 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$

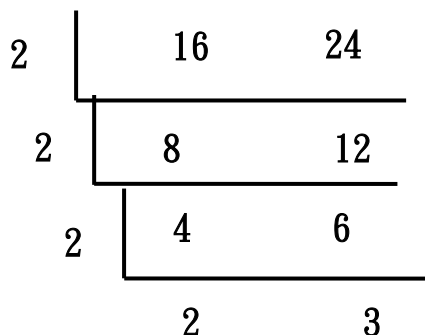
答：哥哥彈珠數最少有 48 顆

(11) 快樂國小六年級的學生人數不超過 300 人，全年級分組，每 16 人分成一組，或 24 人分成一組，都剛好分完，請問：六年級的學生人數不超過 300 人，六年級學生最多是幾人？

16 個一數剛好數完，所以可能是 16，32，48，64，80……

24 個一數剛好數完，所以可能是 24，48，72，96，120……

所以先求 16 和 24 的最小公倍數。



16 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

我們學過：公倍數是最小公倍數的倍數

16 和 24 的公倍數有： $48 \times 2 = 96$

$48 \times 3 = 144$ $48 \times 5 = 240$

$48 \times 4 = 192$ $48 \times 6 = 288$

答：最多 288 人



(12)姊姊有一堆糖果，平分成 18 堆，剛好分完；平分成 24 堆，也剛好分完；請問：姊姊最少有幾顆糖果？

彈珠平分成 18 組，剛好分完→也可以說是 18 個一數，剛好數完
 彈珠平分成 24 組，剛好分完→也可以說是 24 個一數，剛好數完
 所以是求 18 和 24 的公倍數

2	18	24
3	9	12
	3	4

➡ 18 和 24 的最小公倍數： $2 \times 3 \times 3 \times 4 = 72$

答：姊姊最少有 72 顆糖果

(13)幸福國小六年級的學生人數不超過 300 人，全年級分組，分成 16 組剛好分完，分成 24 組也剛好分完，請問：六年級的學生人數不超過 300 人，六年級學生最多是幾人？

學生人數平分成 16 組，剛好分完→也可以說是 16 個人一數，剛好數完
 學生人數平分成 24 組，剛好分完→也可以說是 24 個人一數，剛好數完
 所以先求 16 和 24 的公倍數

2	16	24
2	8	12
	4	6
	2	3

16 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

➡ 我們學過：公倍數是最小公倍數的倍數

16 和 24 的公倍數有： $48 \times 2 = 96$

$48 \times 3 = 144$ $48 \times 5 = 240$

$48 \times 4 = 192$ $48 \times 6 = 288$

答：最多 288 人




(14) 在一條長 400 公尺的步道，從起點開始，每隔 6 公尺立一盞立燈，每隔 15 公尺種一棵樹。

①從這條步道的起點開始，第一次同時有立燈和樹木的地方，距離起點幾公尺？

②第四次同時有立燈和樹木的地方，距離起點幾公尺？

每 6 公尺立一盞立燈，所以立燈可能出現在 6m，12m，18m，24m，30m……
每 15 公尺種一棵樹，所以樹木可能出現在 15m，30m，45m……
所以先求 6 和 15 的最小公倍數

①  6 和 15 的最小公倍數： $3 \times 2 \times 5 = 30$
第一次同時有立燈和樹木距離起點 30 公尺

② $\begin{array}{cc} 2 & 5 \end{array}$
我們學過：公倍數是最小公倍數的倍數

6 和 15 的最小公倍數：30

第四次同時有立燈和樹木的地方，距離起點是 $30 \times 4 = 120$ 公尺

答：①30 公尺

②120 公尺



小試身手

(1) 把一張長 84 公分、寬 63 公分的長方形紙，分割成一樣大小的正方形，且正方形的邊長為整公分。正方形的邊長最長是幾公分？

(2) 用數個長 10 公分，寬 8 公分的長方形色紙，拼成一個正方形，請問：

① 拼成最小正方形的邊長是幾公分？

② 拼成正方形的邊長可能是幾公分？請寫出 3 個可能的答案。

(3) 快樂水果行的橘子不超過 1500 粒，橘子每 80 粒裝一箱剛好裝完，橘子每 100 粒裝一箱也剛好裝完，請問：快樂水果行的橘子最多是幾粒？



- (4) 老師有 40 個果凍和 50 顆糖果，想平分給一些學生，每位學生分到的果凍和糖果都分別一樣多，且剛好分完，
老師可以分給幾位學生？各組果凍幾個？各組糖果幾顆？請把可能的答案寫出來。

- (5) 在一條長 100 公尺的馬路上，從起點開始，每隔 4 公尺插一根國旗，每隔 10 公尺插一根標語旗。
- ① 從這條馬路的起點開始，第一次同時有國旗和標語旗的地方，距離起點幾公尺？
 - ② 第二次同時有標語和國旗的地方，距離起點幾公尺？



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

