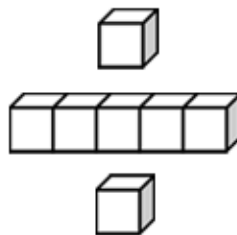


基本學習內容：SC-6-3-3

理解圓面積的公式，
並計算簡單扇形的面積

班級：_____

姓名：_____

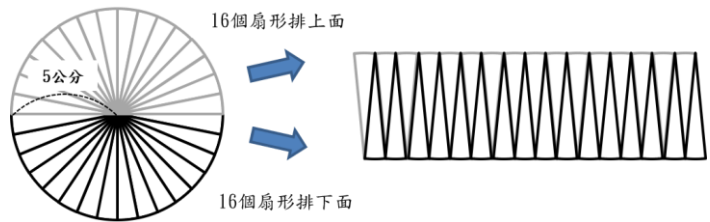




◎能理解圓面積的公式，並計算簡單扇形的面積

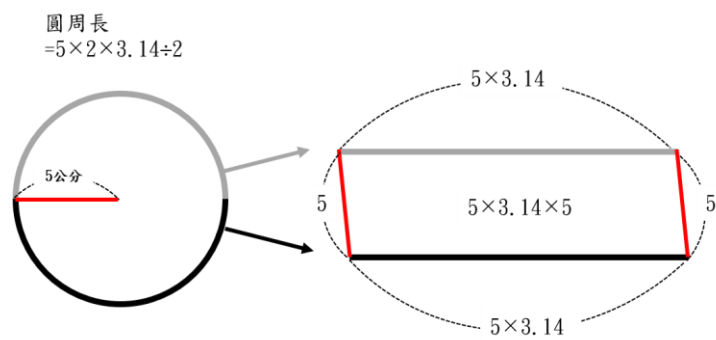
(1)半徑是5公分的圓，面積是多少平方公分？

一個半徑5公分的圓，把圓平分32等分，剪成32個扇形。
 半個圓的扇形排在上面、另外半個圓的扇形排在下面，
 扇形交叉排列成的圖形很像長方形。
 算出這個長方形面積，就可以知道圓的面積大概是多大。



長方形的面積＝長×寬

由右圖知道：



半徑5公分的圓周長＝ $5 \times 2 \times 3.14$ (公分)

長方形的長是圓周長的一半＝ $5 \times 2 \times 3.14 \div 2 = 5 \times 3.14$ (公分)

長方形的寬和圓的半徑一樣長＝ 5 (公分)

長方形的面積＝長×寬＝ $5 \times 3.14 \times 5 = 78.5$ (平方公分)

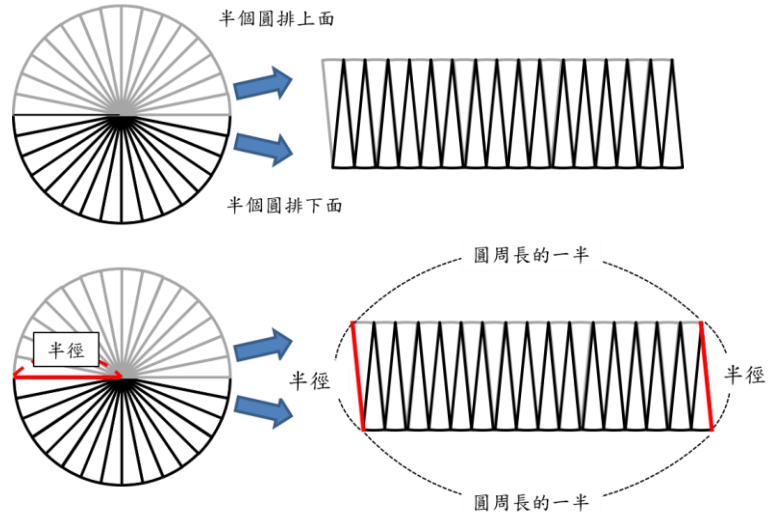
答：78.5平方公分



(2)半徑是4公分的圓，面積是多少平方公分？

把圓平分32等分，剪成32個扇形。

如下圖，其中半個圓的扇形排在上面、另外半個圓的扇形排在下面。



長方形的面積 = 長 × 寬

由右圖知道：

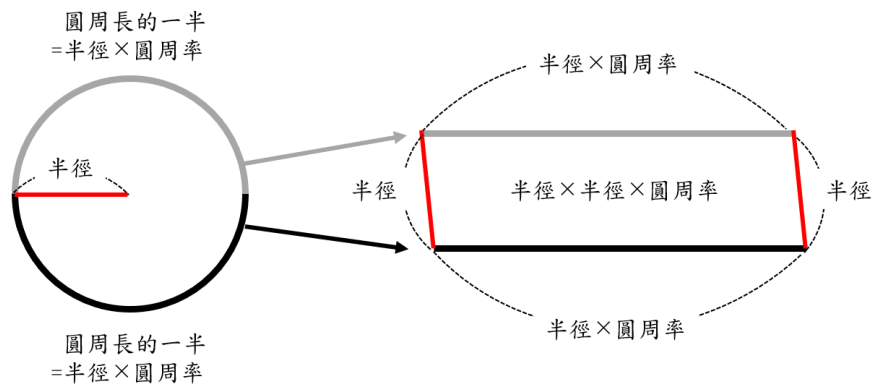
長方形的長邊，是半個圓的扇形弧長，是圓周長的一半。

長方形的長 = 直徑 × 圓周率 ÷ 2 = 半徑 × 圓周率

長方形的寬邊，和圓的半徑一樣長。

長方形的寬 = 半徑

長方形的面積 = 半徑 × 圓周率 × 半徑 = 半徑 × 半徑 × 圓周率



半徑是4公分的圓面積

$$= 4 \times 4 \times 3.14$$

$$= 50.24(\text{平方公分})$$

答：50.24平方公分



(3)半徑是3公分的圓，面積是多少平方公分？

$$3 \times 3 \times 3.14 = 28.26$$

圓的面積
= 半徑 × 半徑 × 圓周率

答：28.26平方公分

(4)直徑是14公分的圓，面積是多少平方公分？

$$14 \div 2 = 7$$

$$7 \times 7 \times 3.14 = 153.86$$

答：153.86平方公分

(5)圓周長37.68公分長的圓，面積是多少平方公分？

$$37.68 \div 3.14 = 12 \text{ (圓直徑)}$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$6 \times 6 \times 3.14 = 113.04$$

圓周長 ÷ 圓周率 = 直徑

答：113.04平方公分

(6)直徑20公分的圓，
 ①圓面積是多少平方公分？
 ② $\frac{1}{8}$ 圓扇形面積是多少平方公分？
 ③ $\frac{3}{10}$ 圓扇形面積是多少平方公分？

$$\textcircled{1} 20 \div 2 = 10$$

$$10 \times 10 \times 3.14 = 314 \text{ (平方公分)}$$

$$\textcircled{2} 314 \times \frac{1}{8} = 39.25 \text{ (平方公分)}$$

$$\textcircled{3} 314 \times \frac{3}{10} = 94.2 \text{ (平方公分)}$$

$\frac{1}{8}$ 圓扇形面積是整個圓面積的 $\frac{1}{8}$ ；

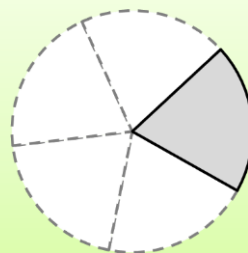
$\frac{3}{10}$ 圓扇形面積是整個圓面積的 $\frac{3}{10}$ 。

答：①314平方公分②39.25平方公分③94.2平方公分



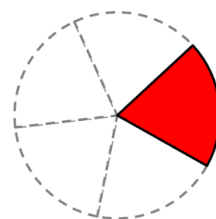
(7)右圖灰色部分是一個 $\frac{1}{5}$ 圓扇形，

- ①扇形面積和圓面積的比值是多少？
- ②扇形的弧長和圓周長的比值是多少？
- ③扇形圓心角和圓周角的比值是多少？



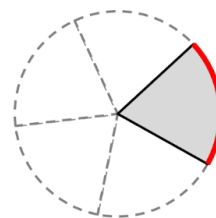
①扇形面積：圓面積 = $\frac{1}{5} : 1 \rightarrow \frac{1}{5}$ 圓面積：圓面積 = $\frac{1}{5} : 1$

扇形面積和圓面積的比值是 $\frac{1}{5}$



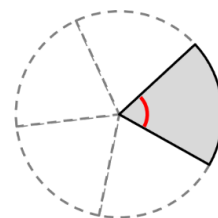
②扇形弧長：圓周長 = $\frac{1}{5} : 1 \rightarrow \frac{1}{5}$ 圓弧長：圓周長 = $\frac{1}{5} : 1$

扇形弧長和圓周長的比值是 $\frac{1}{5}$



③扇形圓心角：圓周角 = $\frac{1}{5} : 1 \rightarrow \frac{1}{5}$ 圓圓心角：圓周角 = $\frac{1}{5} : 1$

扇形圓心角和圓周角的比值是 $\frac{1}{5}$



答：① $\frac{1}{5}$ ，② $\frac{1}{5}$ ，③ $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$ 圓的扇形，

扇形和圓的面積比是 $\frac{1}{5} : 1$ 、扇形和圓的弧長比是 $\frac{1}{5} : 1$ 、

扇形和圓的圓心角比是 $\frac{1}{5} : 1$ 。

扇形和圓的面積比值、弧長比值和圓心角比值都是 $\frac{1}{5}$ 。



(8) 一個 $\frac{1}{360}$ 圓扇形，

- ① 扇形面積和圓面積的比值是多少？
- ② 扇形的弧長和圓周長的比值是多少？
- ③ 扇形圓心角和圓周角的比值是多少？

$$\text{① 扇形面積：圓面積} = \frac{1}{360} : 1 \rightarrow \frac{1}{360} \text{ 圓面積：圓面積} = \frac{1}{360} : 1$$

扇形面積和圓面積的比值是 $\frac{1}{360}$

$$\text{② 扇形弧長：圓周長} = \frac{1}{360} : 1 \rightarrow \frac{1}{360} \text{ 圓的弧長：圓周長} = \frac{1}{360} : 1$$

扇形弧長和圓周長的比值是 $\frac{1}{360} : 1$

$$\text{③ 扇形圓心角：圓周角} = \frac{1}{360} : 1 \rightarrow \frac{1}{360} \text{ 圓的圓心角：圓周角} = \frac{1}{360} : 1$$

扇形圓心角和圓周角的比值是 $\frac{1}{360}$

答：① $\frac{1}{360}$ ， ② $\frac{1}{360}$ ， ③ $\frac{1}{360}$

$\frac{1}{360}$ 圓的扇形，

扇形和圓的面積比是 $\frac{1}{360} : 1$ 、扇形和圓的弧長比值是 $\frac{1}{360} : 1$ 、

扇形和圓的圓心角比值是 $\frac{1}{360} : 1$ 。

扇形和圓的面積比、弧長比和圓心角比值都是 $\frac{1}{360}$ 。



(9) 一個半徑6公分，圓心角45度的扇形，請問面積是多少平方公分？

$$\begin{aligned}
 &6 \times 6 \times 3.14 = 113.04 \\
 &113.04 \times \frac{\cancel{45}^1}{\cancel{360}_8} \\
 &= 113.04 \times \frac{1}{8} \\
 &= 14.13 \left(\frac{45}{360} \text{ 圓扇形面積} \right)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{360} \times 45 = \frac{45}{360}$$



圓心角 45 度的扇形，是 45 個 $\frac{1}{360}$ 圓。

先算出整個圓的面積，再找到 $\frac{45}{360}$ 圓的面積

答：14.13 平方公分

可以將計算 $\frac{45}{360}$ 圓面積的算式，併式約分簡化計算：

$$\begin{aligned}
 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{45}{360} &= 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{\cancel{45}^1}{\cancel{360}_8} = \\
 \cancel{6}^3 \times \cancel{6}^3 \times 3.14 \times \frac{1}{\cancel{8}_2} &= 3 \times 3 \times \cancel{3.14}^{1.57} \times \frac{1}{\cancel{2}_1} = 14.13
 \end{aligned}$$



(10) 圓心角120度扇形的周長是49.12公分，弧長是25.12公分，請問扇形面積是多少平方公分？

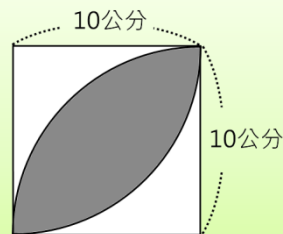
$$\begin{aligned}
 &49.12 - 25.12 = 24 \\
 &24 \div 2 = 12 \\
 &12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{\cancel{120}^1}{\cancel{360}_3} \\
 &= \cancel{12}^4 \times 12 \times 3.14 \times \frac{1}{\cancel{3}_1} \\
 &= 4 \times 12 \times 3.14 \times 1 \\
 &= 150.72
 \end{aligned}$$

圓心角 120 度的扇形是 $\frac{120}{360}$ 圓。

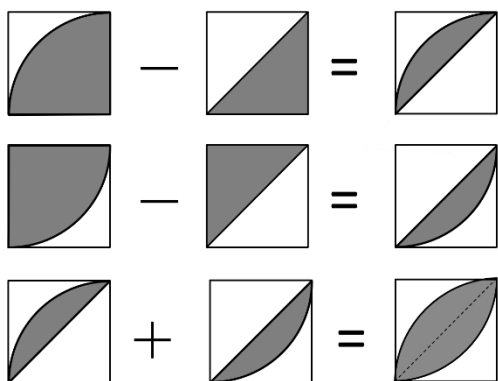
答：150.72 平方公分



(11)如右圖，灰色部分面積是多少平方公分？



方法一：



$$(10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{1}{4} = 78.5$$

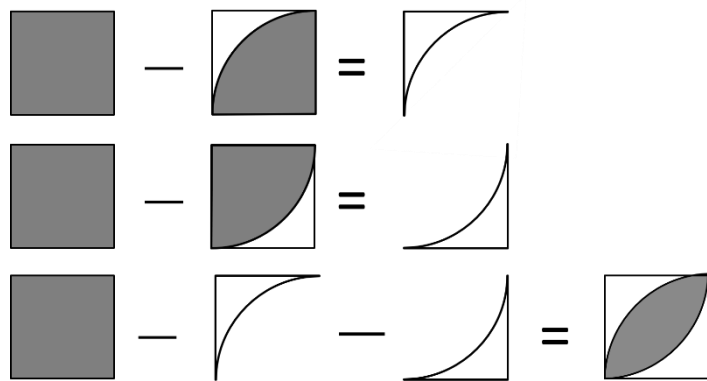
$$(10 \times 10) \div 2 = 50$$

$$78.5 - 50 = 28.5$$

$$28.5 + 28.5 = 57$$

$\frac{1}{4}$ 圓面積，減去底、高是10公分的三角形，知道灰色部分一半面積有多大。

方法二：



$$10 \times 10 = 100$$

$$(10 \times 10 \times 3.14) \times \frac{1}{4} = 78.5$$

$$100 - 78.5 = 21.5$$

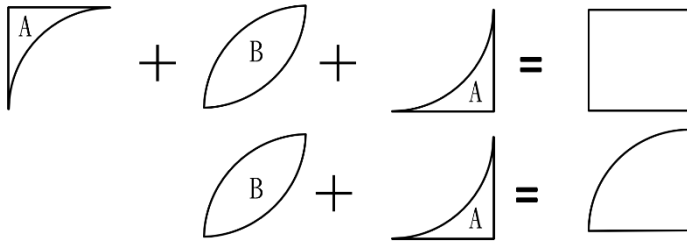
$$21.5 + 21.5 = 43$$

$$100 - 43 = 57$$

正方形減去 $\frac{1}{4}$ 圓面積，知道白色部分的面積，再用正方形減去2個白色部分剩下灰色部分面積。



方法三：



正方形面積： $10 \times 10 = 100$ (平方公分)

$\frac{1}{4}$ 圓扇形： $10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 78.5$ (平方公分)

$$(2A+B) - (A+B) = A$$

$$100 - 78.5 = 21.5$$

$$(A+B) - A = B$$

$$78.5 - 21.5 = 57$$

正方形面積 $2A+B=100$

$\frac{1}{4}$ 圓扇形 $A+B=78.5$

$$(2A+B) - (A+B) = A$$

→ 正方形減去 $\frac{1}{4}$ 圓扇形，算出 A 圖形面積

$$(A+B) - A = B$$

→ $\frac{1}{4}$ 圓扇形減去 A 圖形，得到 B 圖形面積

答：57平方公分



小試身手

(1)半徑4公分的圓，面積是多少平方公分？

(2)直徑16公分的圓，面積是多少平方公分？

(3)一個圓周長是 31.4 公分的圓，圓的面積是多少平方公分？

(4)一個半徑為 15 公分的 $\frac{2}{5}$ 圓，扇形面積是多少平方公分？



(5)一個半徑是3公分，圓心角30度的扇形，面積是多少平方公分？

(6)圓心角90度扇形的周長是14.28公分，弧長是6.28公分，扇形面積是多少平方公分？



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

