

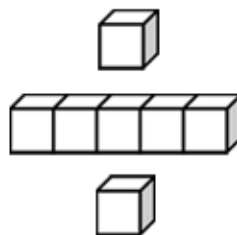


基本學習內容：SC-6-4-1

理解簡單直柱體的體積為 底面積與高的乘積

班級：_____

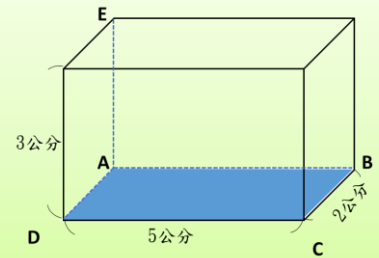
姓名：_____





◎能理解四角柱及三角柱的體積皆為底面積與高的乘積

(1)右圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形 ABCD，
請問四角柱的體積是多少立方公分？



底面是長方形的四角柱，是一個長方體。長方體體積 = 長 × 寬 × 高。

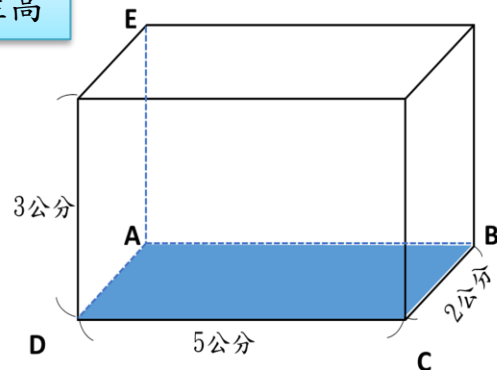
$$5 \times 2 \times 3 = 30$$

答：體積是 30 立方公分



$$\begin{array}{c} \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ \underline{5 \times 2} \times 3 = 30 \end{array}$$

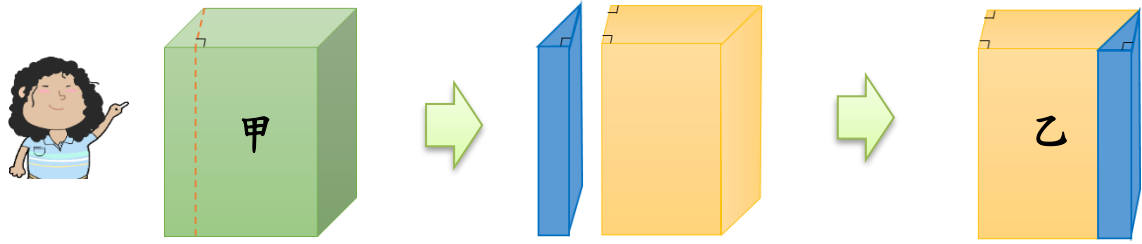
底面積 × 柱高



📖 四角柱「長方形底面 ABCD」的面積，
就是長方體體積公式的「長 × 寬」。

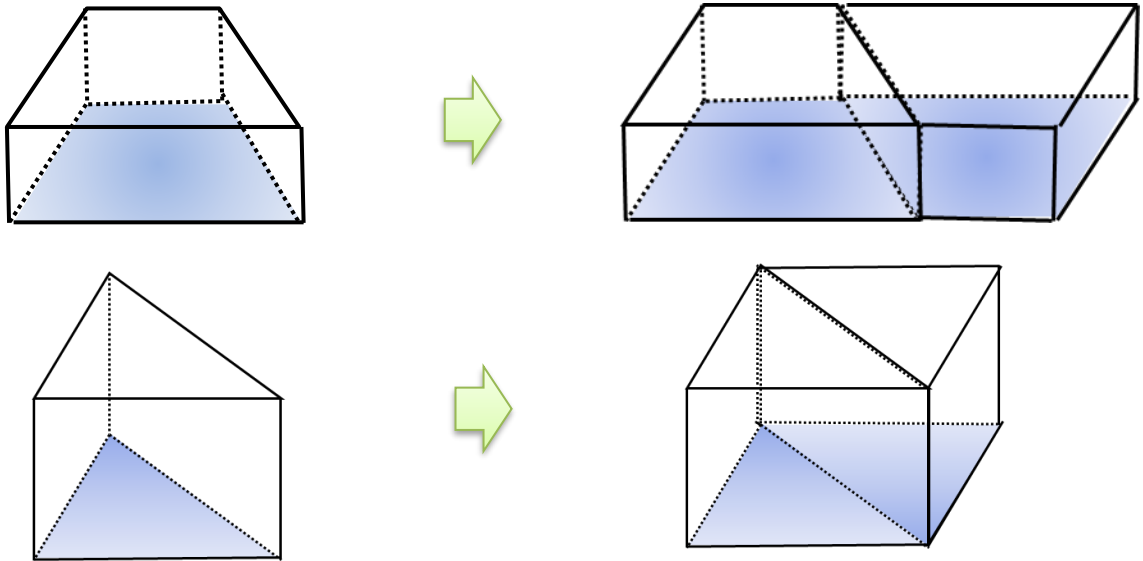
📖 四角柱中的 \overline{AE} 和底面垂直，
 \overline{AE} 的長是長方體體積公式中的「高」
所以可以將 \overline{AE} 看成四角柱的柱高。

$$\begin{aligned} \text{四角柱體積} &= \text{長方體體積} \\ &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ &= (\text{長} \times \text{寬}) \times \text{高} \\ &= \text{底面積} \times \text{高} \end{aligned}$$



底面是平行四邊形的四角柱甲，可以切割重組成底面是長方形的四角柱乙。
四角柱甲和四角柱乙的底面積和高都相等，
四角柱甲和四角柱乙的體積相等。

$$\text{四角柱甲的體積} = \text{底面積} \times \text{高}$$



底面是梯形的四角柱、底面是三角形的三角柱，
將兩個一樣柱體拼起來後，
可以重組成底面是平行四邊形的四角柱，或是底面是長方形的四角柱。

底面是長方形的四角柱、底面是平行四邊形的四角柱、
底面是梯形的四角柱，都是四角柱的一種。

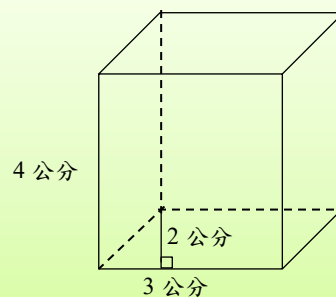
角柱的體積都可以用角柱公式計算。

$$\text{角柱體積} = \text{底面積} \times \text{高}$$



基本學習內容：SC-6-4-1

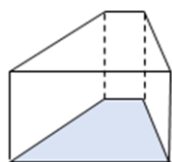
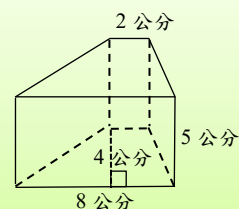
(2)右圖是一個四角柱，它的底面是平行四邊形，
請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



$$\begin{aligned} (3 \times 2) \times 4 &= (\quad) \\ (3 \times 2) \times 4 \\ &= 6 \times 4 \\ &= 24 \end{aligned}$$

答：體積是 24 立方公分

(3)右圖是一個四角柱，它的底面是梯形，
請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



塗色的部分是
這個形體的底面。

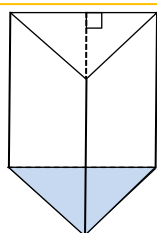
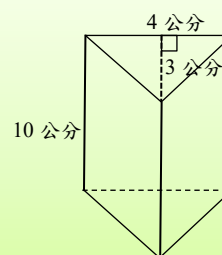
$$\underline{(8 + 2) \times 4 \div 2} \times 5 = (\quad)$$

底面積 × 柱高

$$\begin{aligned} (8 + 2) \times 4 \div 2 \times 5 \\ &= 10 \times 4 \div 2 \times 5 \\ &= 40 \div 2 \times 5 \\ &= 20 \times 5 \\ &= 100 \end{aligned}$$

答：體積是 100 立方公分

(4)右圖是一個三角柱，這個三角柱的體積是多少立方公分？



畫斜線的部分是
這個形體的底面。

$$\underline{(4 \times 3 \div 2)} \times 10 = (\quad)$$

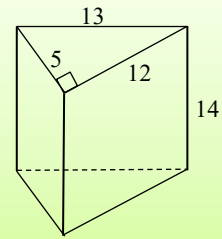
底面積 × 柱高

$$\begin{aligned} (4 \times 3 \div 2) \times 10 \\ &= 6 \times 10 \\ &= 60 \end{aligned}$$

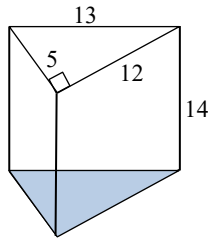
答：體積是 60 立方公分



(5)右圖是一個三角柱，
這個三角柱的體積是多少立方公分？



單位：cm



塗色的部分是
這個形體的底面。

$$\underline{(5 \times 12 \div 2)} \times 14 = (\quad)$$

底面積

×

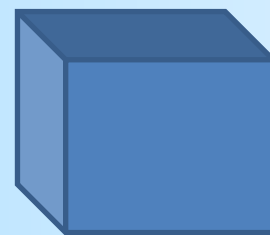
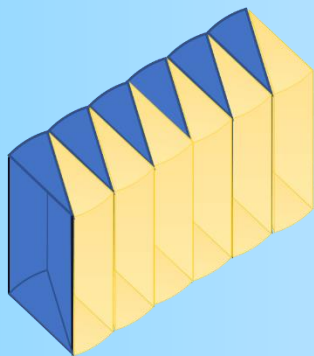
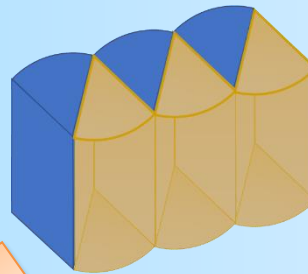
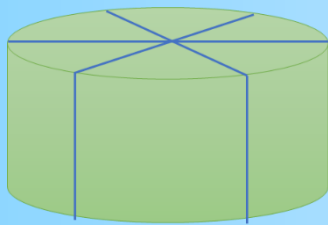
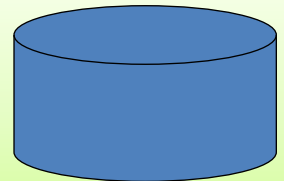
柱高

$$\begin{aligned} &(5 \times 12 \div 2) \times 14 \\ &= 30 \times 14 \\ &= 420 \end{aligned}$$

答：體積是 420 立方公分

◎能理解圓柱的體積為底面積與高的乘積

(1)右圖是一個底面半徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，
請問這個圓柱體積是多少立方公分？



當把圓柱體等分割再重新排列後，圓柱體會越來越接近長方體，
當將每一塊圓柱體等分割成很多塊以後，圓柱體就接近於四角柱，
就可以用四角柱的體積公式來計算圓柱體的體積了。

$$\text{圓柱體的體積} = \text{底面積} \times \text{柱高}$$



$$\frac{(10 \times 10 \times 3.14)}{\text{底面積}} \times \underset{\text{柱高}}{5} = (\quad)$$

$$(10 \times 10 \times 3.14) \times 5$$

$$= (100 \times 3.14) \times 5$$

$$= 314 \times 5$$

$$= 1570$$

答：圓柱的體積是 1570 立方公分

(2) 一個底面直徑為 10 公分，高為 10 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？



底面直徑為 10 公分，半徑是 5 公分。

$$\frac{(5 \times 5 \times 3.14)}{\text{底面積}} \times \underset{\text{柱高}}{10} = (\quad)$$

$$(5 \times 5 \times 3.14) \times 10$$

$$= (25 \times 3.14) \times 10$$

$$= 78.5 \times 10$$

$$= 785$$

答：圓柱的體積是 785 立方公分

(3) 一個底面直徑為 20 公分，高為 8 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？



底面直徑為 20 公分，半徑是 10 公分。

$$\frac{(10 \times 10 \times 3.14)}{\text{底面積}} \times \underset{\text{柱高}}{8} = (\quad)$$

$$(10 \times 10 \times 3.14) \times 8$$

$$= (100 \times 3.14) \times 8$$

$$= 314 \times 8$$

$$= 2512$$

答：圓柱的體積是 2512 立方公分



◎能計算複合形體的體積

(1)圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 5 公分的圓，
圓柱甲的高是 1 公分，圓柱乙的高是 3 公分，
請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？

方法一：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 = 78.5 \quad \dots\dots \text{先算高為 1 公分的圓柱體體積}$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 235.5 \quad \dots\dots \text{再算高為 3 公分的圓柱體體積}$$

$$78.5 + 235.5 = 314 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$

答：體積是 314 立方公分

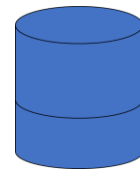


可以用併式將做法記錄下來：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 + 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 314$$

方法二：

這兩個小圓柱疊起來是一個大圓柱，
大圓柱的底面是半徑 5 公分的圓，
 $1+3=4$ ，高是 4 公分。



$$1 + 3 = 4$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 4 = 314 \quad \dots\dots \text{底面積} \times \text{兩個圓柱疊起來的高}$$

答：體積是 314 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3) = 314$$

從方法一和方法二可以發現：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 1 + 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 = 5 \times 5 \times 3.14 \times (1+3)$$

方法三：

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1 + 3) = (\quad)$$

$$5 \times 5 \times 3.14 \times (1 + 3)$$

$$= 25 \times 3.14 \times 4$$

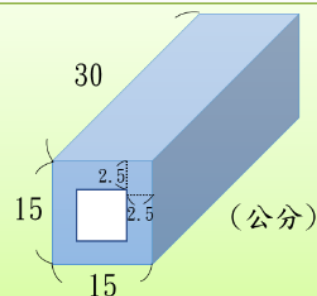
$$= 100 \times 3.14$$

$$= 314$$

答：體積是 314 立方公分



(2)右圖是一個空心的長方體柱，每邊厚度 2.5 公分，
請問右圖形體的體積是多少立方公分？



方法一：

$$15 \times 15 \times 30 = 6750 \quad \dots\dots \text{先算完整的長方體體積}$$

$$15 - 2.5 \times 2 = 10 \quad \dots\dots \text{再算挖空的長方體的底面邊長}$$

$$10 \times 10 \times 30 = 3000 \quad \dots\dots \text{然後算挖空的長方體的體積}$$

$$6750 - 3000 = 3750 \quad \dots\dots \text{最後算挖空後的形體體積}$$

答：體積是 3750 立方公分



可以用併式將做法記錄下來：
 $15 \times 15 \times 30 - 10 \times 10 \times 30 = 3750$

方法二：

$$15 - 2.5 \times 2 = 10 \quad \dots\dots \text{先算挖空的長方體底面邊長}$$

$$(15 \times 15 - 10 \times 10) \times 30 = 3750 \quad \dots\dots \text{底面積} \times \text{高}$$

答：體積是 3750 立方公分



小試身手

(1)圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 10 公分的圓，圓柱甲的高是 2 公分，圓柱乙的高是 8 公分，請問圓柱甲和圓柱乙的體積和是多少立方公分？



(3) 甲是底面積為 40 平方公分，高 20 公分的四角柱，乙是底面積為 10 平方公分，高 20 公分的四角柱，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$\begin{aligned}
 40 \times 20 &= 800 && \text{.....先算甲柱體的體積} \\
 10 \times 20 &= 200 && \text{.....再算乙柱體的體積} \\
 200 \div 800 &= \frac{1}{4} && \text{.....最後算乙是甲的幾倍}
 \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{4}$ 倍

可以用併式將作法記錄下來：

$$\begin{aligned}
 &\text{乙柱體的體積} \div \text{甲柱體的體積} \\
 &= (10 \times 20) \div (40 \times 20) = \frac{10 \times 20}{40 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{200}}}{\underset{4}{\cancel{800}}} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$



方法二：

$$\begin{aligned}
 &\text{乙柱體的體積} \div \text{甲柱體的體積} \\
 &= \frac{\text{乙柱體的體積}}{\text{甲柱體的體積}} = \frac{10 \times 20}{40 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}} \times \overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{4}{\cancel{40}} \times \underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{1}{4}$ 倍



小試身手

(1) 甲是底面積為 45 平方公分，高 20 公分的四角柱，乙是底面積為 15 平方公分，高 20 公分的四角柱，請問乙的體積是甲的幾倍？



(4)甲是底面半徑為 10 公分，高 20 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 10 公分，高 40 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 20 = 6280 \quad \dots\dots \text{先算甲圓柱的體積}$$

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 40 = 12560 \quad \dots\dots \text{再算乙圓柱的體積}$$

$$12560 \div 6280 = 2 \quad \dots\dots \text{最後算乙是甲的幾倍}$$

答：乙的體積是甲的 2 倍

可以用併式將作法記錄下來：

$$\begin{aligned} & \text{乙圓柱的體積} \div \text{甲圓柱的體積} \\ &= (10 \times 10 \times 3.14 \times 40) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 20) \\ &= \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 40}{10 \times 10 \times 3.14 \times 20} = \frac{\overset{2}{\cancel{12560}}}{\underset{1}{\cancel{6280}}} = 2 \end{aligned}$$


方法二：

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$= \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{10 \times 10 \times 3.14 \times 40}{10 \times 10 \times 3.14 \times 20} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}} \overset{1}{\cancel{10}} \overset{1}{\cancel{3.14}} \overset{2}{\cancel{40}}}{\underset{1}{\cancel{10}} \underset{1}{\cancel{10}} \underset{1}{\cancel{3.14}} \underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{2}{1} = 2$$

答：乙的體積是甲的 2 倍



小試身手

(1)甲是底面半徑為 36 公分，高 25 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 36 公分，高 100 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？



(5)甲是底面半徑為 10 公分，高 5 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 20 公分，高 3 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？

方法一：

$$(20 \times 20 \times 3.14 \times 3) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 5) = (\quad)$$

$$(20 \times 20 \times 3.14 \times 3) \div (10 \times 10 \times 3.14 \times 5)$$

$$= \frac{20 \times 20 \times 3.14 \times 3}{10 \times 10 \times 3.14 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times 5} = \frac{12}{5}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{12}{5}$ 倍

方法二：

乙圓柱的體積 ÷ 甲圓柱的體積

$$= \frac{\text{乙圓柱的體積}}{\text{甲圓柱的體積}} = \frac{20 \times 20 \times 3.14 \times 3}{10 \times 10 \times 3.14 \times 5} = \frac{\overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{2}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{3.14}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{10}} \times \underset{1}{\cancel{3.14}} \times 5} = \frac{12}{5}$$

答：乙的體積是甲的 $\frac{12}{5}$ 倍



小試身手

(1)甲是底面半徑為 12 公分，高 8 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 60 公分，高 4 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？



(6)小圓柱的底面是半徑 6 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 8 公分的圓，
小圓柱的高是 10 公分，大圓柱的高是 20 公分。
請問小圓柱和大圓柱的體積是多少立方公分？

方法一：

$$\begin{aligned} 6 \times 6 \times 3.14 \times 10 &= 1130.4 \quad \dots\dots \text{先算小圓柱體體積} \\ 8 \times 8 \times 3.14 \times 20 &= 4019.2 \quad \dots\dots \text{再算大圓柱體體積} \\ 1130.4 + 4019.2 &= 5149.6 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來} \end{aligned}$$



可以用併式將做法記錄下來：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 20 = 5149.6$$

答：體積是 5149.6 立方公分

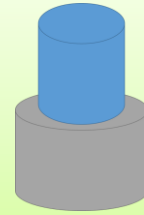
方法二：

$$\begin{aligned} 6 \times 6 \times 10 \times 3.14 + 8 \times 8 \times 20 \times 3.14 &= (\quad) \\ 6 \times 6 \times 10 \times 3.14 + 8 \times 8 \times 20 \times 3.14 \\ &= (6 \times 6 \times 10) \times 3.14 + (8 \times 8 \times 20) \times 3.14 \\ &= 360 \times 3.14 + 1280 \times 3.14 \\ &= (360 + 1280) \times 3.14 \\ &= 1640 \times 3.14 \\ &= 5149.6 \end{aligned}$$

答：體積是 5149.6 立方公分



(7)右圖的小圓柱的底面是半徑 6 公分的圓，
大圓柱的底面是半徑 8 公分的圓，
這兩個圓柱的高都是 10 公分。
請問這個形體的體積是多少立方公分？



方法一：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 = 1130.4 \quad \dots\dots \text{先算小圓柱體體積}$$

$$8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = 2009.6 \quad \dots\dots \text{再算大圓柱體體積}$$

$$1130.4 + 2009.6 = 3140 \quad \dots\dots \text{再把兩個圓柱體體積加起來}$$



可以用併式將做法記錄下來：
 $6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = 3140$

方法二：

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10 = (\quad)$$

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 10 + 8 \times 8 \times 3.14 \times 10$$

$$= (6 \times 6 \times 3.14) \times 10 + (8 \times 8 \times 3.14) \times 10$$

$$= 36 \times 3.14 \times 10 + 64 \times 3.14 \times 10$$

$$= (36 + 64) \times 3.14 \times 10$$

$$= 100 \times 3.14 \times 10$$

$$= 3140$$

答：體積是 3140 立方公分



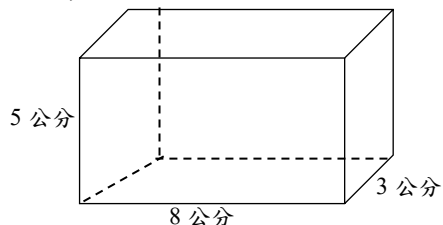
大圓柱和小圓柱的高都一樣，圓周率也都一樣。
可以用下列方法算出答案：

$$(\text{大圓柱底面積} + \text{小圓柱底面積}) \times \text{高}$$

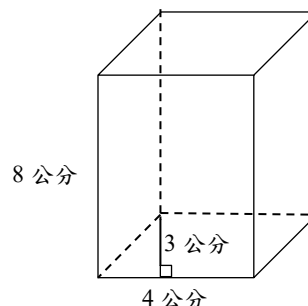


小試身手

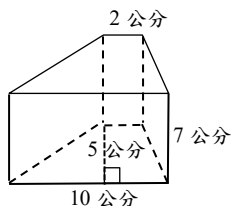
(1) 下圖是一個四角柱，四角柱的底面是長方形，請問四角柱的體積是多少立方公分？



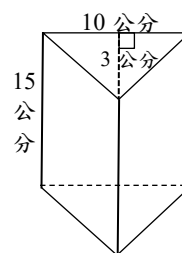
(2) 下圖是一個四角柱，它的底面是平行四邊形，請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



(3) 下圖是一個四角柱，它的底面是梯形，請問這個四角柱的體積是多少立方公分？



(4) 下圖是一個三角柱。請問這個三角柱的體積是多少立方公分？



(5) 一個底面半徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？

(6) 一個底面直徑為 10 公分，高為 5 公分的圓柱，請問體積是多少立方公分？



(7)圓柱甲和圓柱乙底面都是半徑 15 公分的圓，圓柱甲的高是 9 公分，圓柱乙的高是 11 公分，請問圓柱甲和圓柱乙的體積是多少立方公分？

(8)小圓柱的底面是半徑 25 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 50 公分的圓，小圓柱的高是 12 公分，大圓柱的高是 48 公分。請問小圓柱和大圓柱的體積是多少立方公分？

(9)小圓柱的底面是半徑 12 公分的圓，大圓柱的底面是半徑 20 公分的圓，這兩個圓柱的高都是 8 公分。請問這個形體的體積是多少立方公分？

(10)甲是底面半徑為 77 公分，高 30 公分的圓柱體，乙是底面半徑為 77 公分，高 150 公分的圓柱體，請問乙的體積是甲的幾倍？



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

6 年級數學

