基本學習內容：NC-7-5-1、2、3

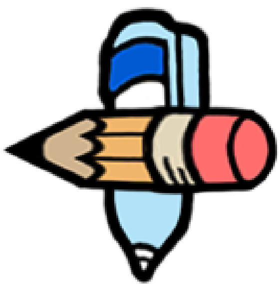
數與數線的對應關係

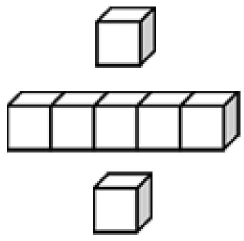
絕對值的意義與計算

數線上兩點的距離公式

班級：＿＿＿＿＿＿＿＿

姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿



教育部國民及學前教育署 編

中華民國 111 年 8 月

◎數線

整數的數線

在數線上，0 的位置稱為原點，以英文字母 *O* 表示。

右邊的「→」符號代表正向。

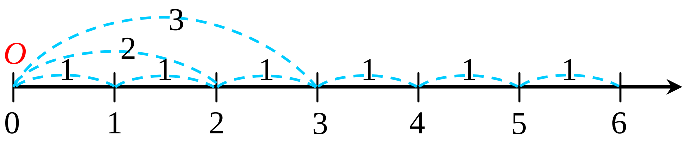
從原點 *O* 開始，往右邊每隔 1 個單位長畫一刻度，

在原點 *O* 右邊，和原點 *O* 距離 1 個單位長的點，它的坐標是+1，簡記為 1、

在原點 *O* 右邊，和原點 *O* 距離 2 個單位長的點，它的坐標是+2，簡記為 2、

在原點 *O* 右邊，和原點 *O* 距離 3 個單位長的點，它的坐標是+3，簡記為 3、……

以此類推。



我們將數線往原點 *O* 的左邊延伸，

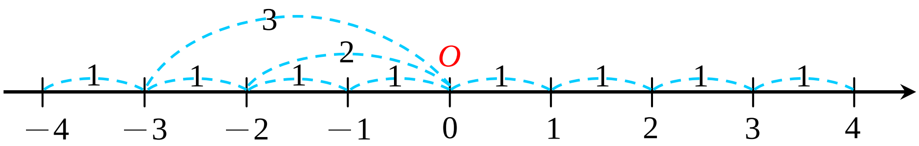
從原點 *O* 開始，往左邊每隔 1 個單位長畫一刻度，

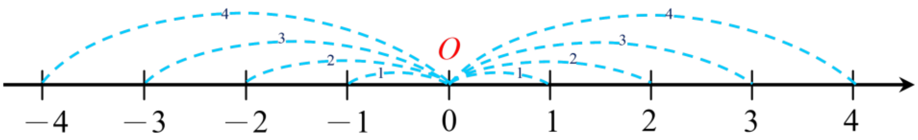
在原點 *O* 左邊，和原點 *O* 距離 1 個單位長的點，它的坐標是－1、

在原點 *O* 左邊，和原點 *O* 距離 2 個單位長的點，它的坐標是－2、

在原點 *O* 左邊，和原點 *O* 距離 3 個單位長的點，它的坐標是－3、……

以此類推。





在數線上，在原點右邊的坐標都是正數，而在原點左邊的坐標都是負數，

且由左往右－4、－3、－2、－1、0、1、2、3、4，坐標的數字會越來越大；

由右往左 4、3、2、1、0、－1、－2、－3、－4，坐標的數字會越來越小。

在原點 O 右邊，和原點 O 距離 2 個單位長的點，它的坐標是 2；

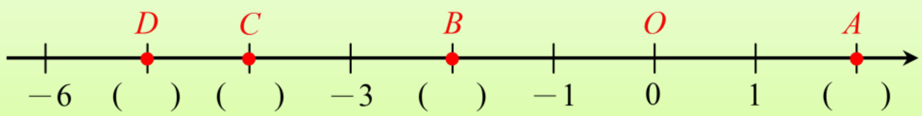
在原點 O 左邊，和原點 O 距離 2 個單位長的點，它的坐標是 -2。

反過來說，

坐標是 2 的點，會在原點 O 的右邊，且和原點 O 的距離是 2 個單位長；

坐標是 -2 的點，會在原點 O 的左邊，且和原點 O 的距離是 2 個單位長。

(1) 寫出下列各點的坐標。



解：在數線上，

A 點在原點 O 右邊，和原點 O 距離 2 個單位長，A 點坐標為 2；

B 點在原點 O 左邊，和原點 O 距離 2 個單位長，B 點坐標為 -2；

C 點在原點 O 左邊，和原點 O 距離 4 個單位長，C 點坐標為 -4；

D 點在原點 O 左邊，和原點 O 距離 5 個單位長，D 點坐標為 -5。

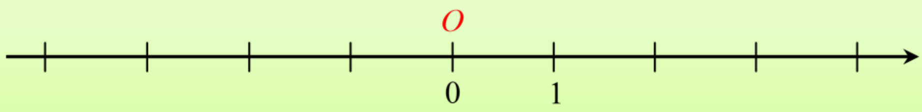
將上面點的名稱跟坐標一起記錄下來，

例如：原點 O 坐標為 0，記為 $O(0)$；

A 點坐標為 2，記為 $A(2)$；B 點坐標為 -2，記為 $B(-2)$；

C 點坐標為 -4，記為 $C(-4)$；D 點坐標為 -5，記為 $D(-5)$。

(2) 在數線上標出 $A(2)$、$B(-3)$的位置。

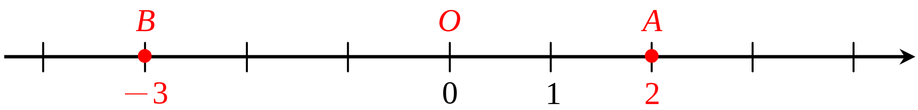


解：在數線上，

坐標是 2 的點，會在原點 O 的右邊，且和原點 O 的距離是 2 個單位長；

坐標是－3 的點，會在原點 O 的左邊，且和原點 O 的距離是 3 個單位長。

如下圖所示：



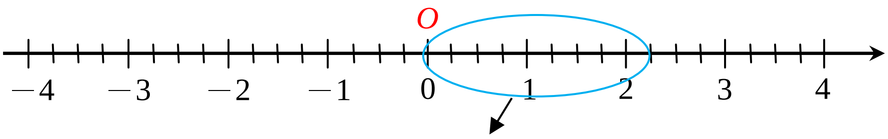
隨堂練習

在數線上點出 $C(-1)$、$D(4)$的位置。

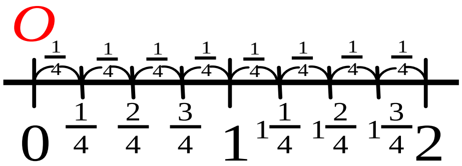
正數分數的坐標表示

數線上的每個單位長 1 平分成 4 等份，每等份長$\frac{1}{4}$。

我們先看正分數的坐標如何表示：



將部分數線放大：



數線上，在原點 O 的右邊，與 0 距離為$\frac{1}{4}$的點，坐標為$\frac{1}{4}$；

在原點 O 的右邊，與 0 距離為 2 個$\frac{1}{4}$的點，坐標為$\frac{2}{4}$；

在原點 O 的右邊，與 0 距離為 3 個$\frac{1}{4}$的點，坐標為$\frac{3}{4}$；

在原點 O 的右邊，與 0 距離為 1 的點，坐標為 1；

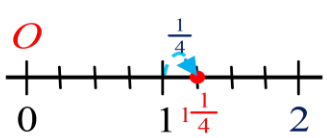
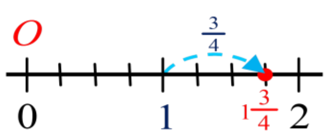
在原點 O 的右邊，與 0 距離為 $1\frac{1}{4}$的點，坐標為 $1\frac{1}{4}$；

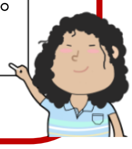
在原點 O 的右邊，與 0 距離為 $1\frac{2}{4}$的點，坐標為 $1\frac{2}{4}$；

在原點 O 的右邊，與 0 距離為 $1\frac{3}{4}$的點，坐標為 $1\frac{3}{4}$；......以此類推。

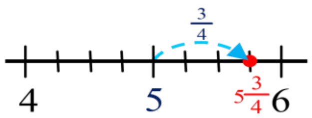
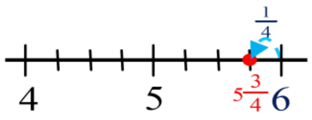
我們也可以由附近的整數點來找出點的坐標：

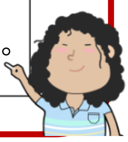
已知 1 與 0 距離為 1 個單位長。

	在坐標 1 的右邊，與 1 距離為$\frac{1}{4}$的點，坐標為 $1\frac{1}{4}$。
	在坐標 1 的右邊，與 1 距離為$\frac{3}{4}$的點，坐標為 $1\frac{3}{4}$。

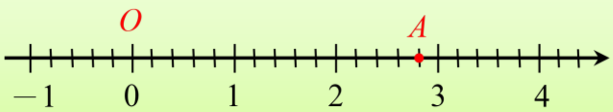


若我們看到的數線範圍沒有標示出原點 O，我們可以由附近的整數點來找出點的坐標：以坐標為 $5\frac{3}{4}$ 的點為例。

	已知 5 與 0 距離為 5 個單位長， 在坐標 5 的右邊，與 5 距離為 $\frac{3}{4}$ 的點，坐標為 $5\frac{3}{4}$。
	已知 6 與 0 距離為 6 個單位長， 在坐標 6 的左邊，與 6 距離為 $\frac{1}{4}$ 的點，坐標為 $5\frac{3}{4}$。

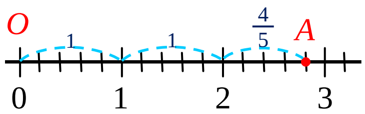
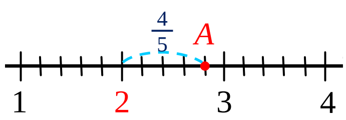
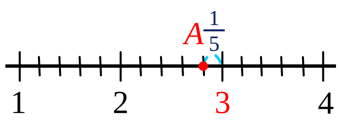


(3) 寫出 A 點的坐標。



解：數線上的每個單位長 1 平分成 5 等份，每等份長 $\frac{1}{5}$。

A 點坐標的求法有以下三種方法：

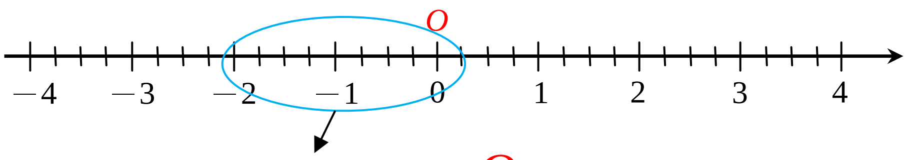
①		在原點 O 右邊，與 0 距離 $2\frac{4}{5}$ 的點，坐標為 $2\frac{4}{5}$。
②		已知 2 與 0 距離為 2 個單位長， 在坐標 2 右邊，與 2 距離為 $\frac{4}{5}$ 的點，坐標為 $2\frac{4}{5}$。
③		已知 3 與 0 距離為 3 個單位長， 在坐標 3 左邊，與 3 距離為 $\frac{1}{5}$ 的點，坐標為 $2\frac{4}{5}$。

所以，A 點坐標為 $2\frac{4}{5}$。

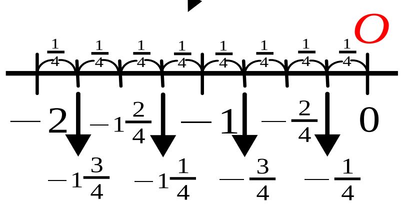
負數分數的坐標表示

數線上的每個單位長 1 平分成 4 等份，每等份長$\frac{1}{4}$。

我們來看負分數的坐標如何表示：



將部分數線放大：



數線上，

在原點 O 的左邊，與 0 距離為$\frac{1}{4}$的點，坐標為$-\frac{1}{4}$；

在原點 O 的左邊，與 0 距離為 2 個$\frac{1}{4}$的點，坐標為$-\frac{2}{4}$；

在原點 O 的左邊，與 0 距離為 3 個$\frac{1}{4}$的點，坐標為$-\frac{3}{4}$；

在原點 O 的左邊，與 0 距離為 1 的點，坐標為-1；

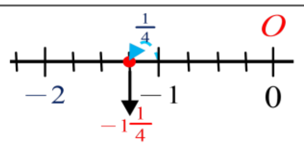
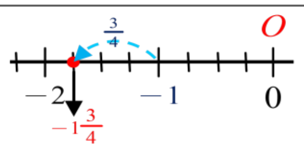
在原點 O 的左邊，與 0 距離為 $1\frac{1}{4}$的點，坐標為$-1\frac{1}{4}$；

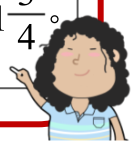
在原點 O 的左邊，與 0 距離為 $1\frac{2}{4}$的點，坐標為$-1\frac{2}{4}$；

在原點 O 的左邊，與 0 距離為 $1\frac{3}{4}$的點，坐標為$-1\frac{3}{4}$；……以此類推。

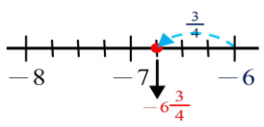
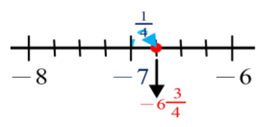
我們也可以由附近的整數點來找出點的坐標：

已知-1 與 0 距離為 1 個單位長

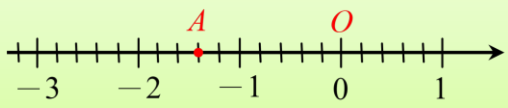
	在坐標-1 的左邊，與-1 距離為$\frac{1}{4}$的點，坐標為$-1\frac{1}{4}$。
	在坐標-1 的左邊，與-1 距離為$\frac{3}{4}$的點，坐標為$-1\frac{3}{4}$。



若我們看到的數線範圍沒有標示出原點 O，我們可以由附近的整數點來找出點的坐標：以坐標為 $-6\frac{3}{4}$ 的點為例：

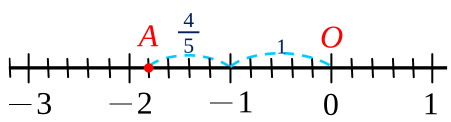
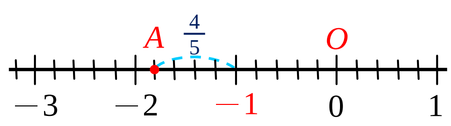
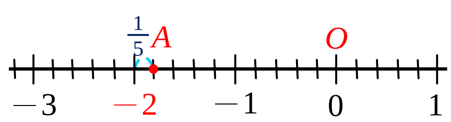
	已知 -6 與 0 距離為 6 個單位長，在坐標 -6 的左邊，與 -6 距離為 $\frac{3}{4}$ 的點，坐標為 $-6\frac{3}{4}$。
	已知 -7 與 0 距離為 7 個單位長，在坐標 -7 的右邊，與 -7 距離為 $\frac{1}{4}$ 的點，坐標為 $-6\frac{3}{4}$。

(4) 寫出 A 點的坐標。



解：數線上的每個單位長 1 平分成 5 等份，每等份長 $\frac{1}{5}$。

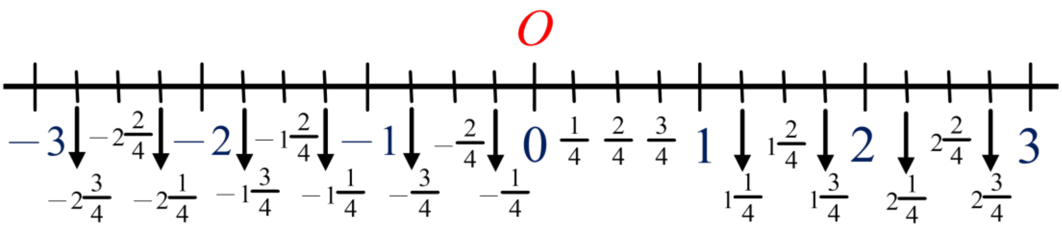
A 點坐標的求法有以下三種方法：

①		在原點 O 左邊，與 0 距離 $1\frac{4}{5}$ 的點，坐標為 $-1\frac{4}{5}$。
②		-1 與 0 距離為 1 個單位長，在坐標 -1 左邊，與 -1 距離為 $\frac{4}{5}$ 的點，坐標為 $-1\frac{4}{5}$。
③		-2 與 0 距離為 2 個單位長，在坐標 -2 右邊，與 -2 距離為 $\frac{1}{5}$ 的點，坐標為 $-1\frac{4}{5}$。

所以，A 點坐標為 $-1\frac{4}{5}$。

若數線上每個單位長 1 平分成 4 等份，每等份長$\frac{1}{4}$，

我們將數線-3 到 3 的部分放大來看，每個刻度都標上坐標，如下：

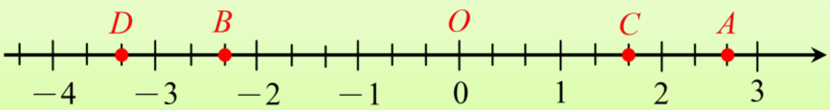


在原點右邊的坐標都是正數，而在原點左邊的坐標都是負數，

且由左往右-3、$-2\frac{3}{4}$、…、0、1、…、3，坐標的數字會越來越大；

由右往左 3、…、1、0、…、$-2\frac{3}{4}$、-3，坐標的數字會越來越小。

(5) 寫出下列各點的坐標。



解：數線上每個單位長 1 平分成 3 等份，每等份長$\frac{1}{3}$。

A 點在原點 O 右邊，與 0 距離為 $2\frac{2}{3}$，A 點坐標為 $2\frac{2}{3}$；

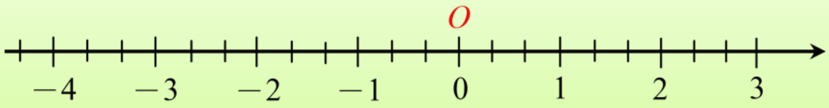
B 點在原點 O 左邊，與 0 距離為 $2\frac{1}{3}$，B 點坐標為$-2\frac{1}{3}$。

所以，$A(2\frac{2}{3})$、$B(-2\frac{1}{3})$。

隨堂練習

承(5)，寫出 C 點和 D 點坐標。

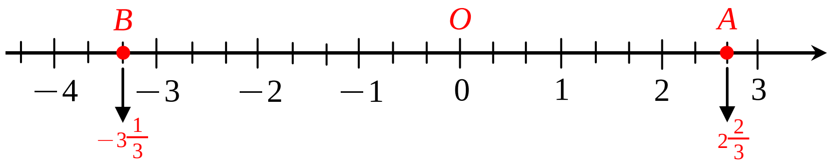
(6) 在數線上標出 $A(2\frac{2}{3})$、$B(-3\frac{1}{3})$的位置。



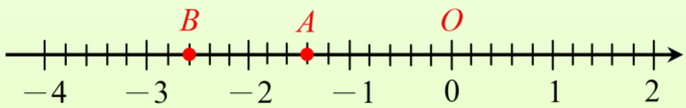
解：在數線上，$A(2\frac{2}{3})$會在原點 O 的右邊，且和 0 的距離是 $2\frac{2}{3}$個單位長；

$B(-3\frac{1}{3})$會在原點 O 的左邊，且和 0 的距離是 $3\frac{1}{3}$個單位長。

如下圖所示：



(7) 看數線回答問題，



請問：① A 點與 0 的距離是多少個單位長？

② B 點與 0 的距離是多少個單位長？

③ A 點、B 點哪一點的坐標為 $-2\frac{3}{5}$？

解：① A 點與 0 的距離是 $1\frac{2}{5}$個單位長。

② B 點與 0 的距離是 $2\frac{3}{5}$個單位長。

③ 坐標為 $-2\frac{3}{5}$的點，會在原點 O 的左邊，

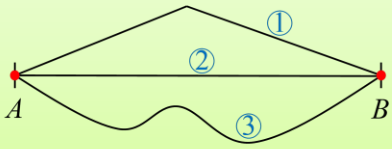
且和原點 O 的距離是 $2\frac{3}{5}$個單位長，

所以 B 點的坐標為 $-2\frac{3}{5}$。

◎絕對值的意義

(8) 如圖，A、B 兩點之間有 3 條路線，

請問哪一條路線的長度是代表 A、B 兩點的距離？



解：距離指的是兩點之間連線最短的長度，

所以，②是 $\overline{AB}$ 的長，也是 A、B 兩點的距離。

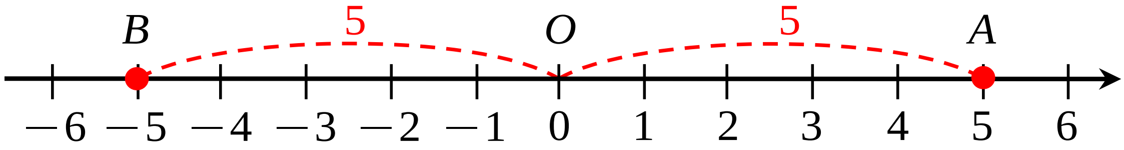
在數線上，A、B 兩點間的距離和 $\overline{AB}$ 的長度一樣，

所以我們將 A、B 兩點間的距離記為 $\overline{AB}$，

意思是說，如果 A、B 兩點間的距離是 5，

代表 $\overline{AB}$ 的長度是 5，用 $\overline{AB}=5$ 來記錄。

在數線上，從原點 O 往右邊走 5 個單位到達 A 點，A 點的坐標是 5，所以 $A(5)$和原點 O 的距離是 5。從原點 O 往左邊走 5 個單位到達 B 點，B 點的坐標是－5，所以 $B(-5)$和原點 O 的距離也是 5，如圖：



設 $P(a)$ 為數線上一點，我們用$|a|$來表示 $P(a)$和原點 O 的距離，

「$|a|$」讀作「a 的絕對值」。

例如：$A(5)$和原點 O 的距離為 5，記作$|5|=5$；

$B(-5)$和原點 O 的距離為 5，記作$|-5|=5$。

$|0|$表示 0 和原點的距離，因為 0 就是原點，0 和原點的距離是 0，

得到 $|0|=0$。

(9) 數線上有 $A(-2.3)$、$B(-4)$、$C(4)$、$D(-\frac{3}{5})$四點，

請寫出 A、B、C、D 四點和原點 O 的距離。

解：$A(-2.3)$和原點 O 的距離為$|-2.3|=2.3$。

$B(-4)$和原點 O 的距離為$|-4|=4$。

$C(4)$和原點 O 的距離為$|4|=4$。

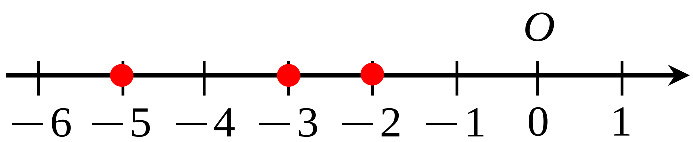
$D(-\frac{3}{5})$和原點 O 的距離為$|-\frac{3}{5}|=\frac{3}{5}$。

(10) 比較下列各數的大小。

①比較-2、-3、-5 的大小。

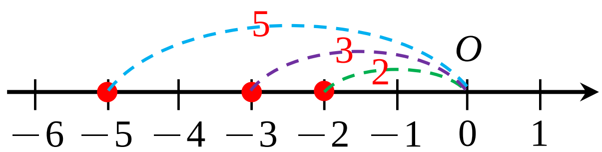
②比較$|-2|$、$|-3|$、$|-5|$的大小。

解：① 將-2、-3、-5 這些數描繪於數線上，如圖：



我們知道在數線上越右邊的數越大，所以可得$-5<-3<-2$。

② 在數線上，如圖：



$|-2|$代表-2和原點的距離，所以$|-2|=2$，

$|-3|$代表-3和原點的距離，所以$|-3|=3$，

$|-5|$代表-5和原點的距離，所以$|-5|=5$，

因為$2<3<5$，所以$|-2|<|-3|<|-5|$。

隨堂練習

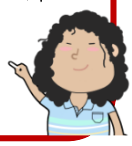
① 寫出下列各式的值：$|-4|$、$|-5|$、$|-6|$、$|-8|$。

② 比較-4、-5、-6、-8 的大小。

我們知道兩點距離一定是正數或 0，

所以一個正數的絕對值就是它自己，一個負數的絕對值就是把負號去掉。

而 0 的絕對值是 0。例如：$|3.2|=3.2$，$|-7|=7$，$|0|=0$。



(11) 計算下列各式的值。

① $|-2|=$？　　② $\left|6\frac{2}{3}\right|=$？

解：① 因為-2 是負數，它的絕對值就是把負號去掉，得到$|-2|=2$。

② 因為 $6\frac{2}{3}$是正數，它的絕對值就是它自己，得到$\left|6\frac{2}{3}\right|=6\frac{2}{3}$。

(12) 計算下列各式的值。

① $|-3|-|2|=$？　　② $|-5|+|-2|+2=$？

解：① 因為$|-3|=3$、$|2|=2$，

得到$|-3|-|2|=3-2=1$。

② 因為$|-5|=5$、$|-2|=2$，

得到$|-5|+|-2|+2=5+2+2=9$。

(13) 計算下列各式的值。

① $|-8-3|=?$　　② $|-9+2|=?$

解：①計算 $|-8-3|$ 時，要先算出絕對值內的式子的值，得到 $-8-3=-11$，

所以 $|-8-3|=|-11|=11$。

②計算 $|-9+2|$ 時，先算出絕對值內的式子的值，得到 $-9+2=-7$，

所以 $|-9+2|=|-7|=7$。

(14) 請回答下面問題：

① $|-2-4|=?$

② $|-2|-|4|=?$

③ 承①和②，計算的結果相同嗎？

解：① $|-2-4|=|-6|=6$。

② $|-2|-|4|=2-4=-2$。

③兩題算出來的結果不同。

在計算有絕對值的算式時，絕對值內的部分要先算，

再依照四則運算的規則來計算。

◎兩點的距離公式

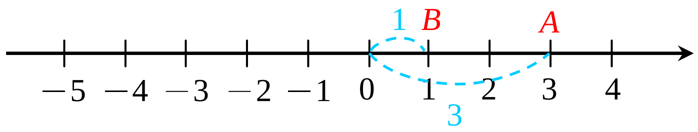
A、B 兩點間的距離的計算

我們將用以下的例子來說明如何計算 A、B 兩點間的距離 $\overline{AB}$。

① 兩點坐標都是正數：$A(3)$、$B(1)$

從數線可以看出 $A(3)$、$B(1)$兩點間的距離 $\overline{AB}=3-1=2$。

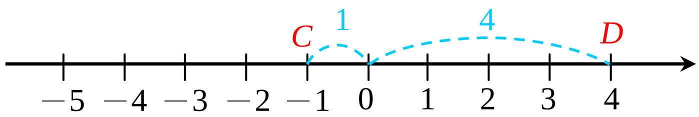
以「較大的數」3 減去「較小的數」1，得 $3-1=2$。



② 兩點坐標為一個正數跟一個負數：$C(-1)$、$D(4)$

從數線可以看出 $C(-1)$、$D(4)$兩點間的距離 $\overline{CD}=4+1=5$。

以「較大的數」4 減去「較小的數」-1，得 $4-(-1)=4+1=5$。

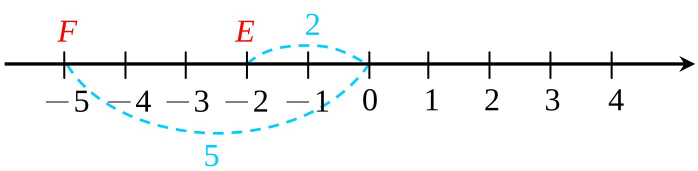


③ 兩點坐標都是負數：$E(-2)$、$F(-5)$

從數線可以看出 $E(-2)$、$F(-5)$兩點間的距離 $\overline{EF}=5-2=3$。

以「較大的數」-2 減去「較小的數」-5，

可得$(-2)-(-5)=(-2)+5=3$。



◎ 兩點間的距離

數線上任意兩點，只要以此兩點所代表的數中，

「**較大的數**」減去「**較小的數**」，就可以求出這兩點間的距離。

(15) 數線上有 $A(-3)$、$B(-2)$、$C(7)$三點，求 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 。

解：(1) $\overline{AB}=(-2)-(-3)$ ←A、B 兩點的坐標，因為$-2>-3$。

$=(-2)+3$

$=1$

(2) $\overline{BC}=7-(-2)$ ←B、C 兩點的坐標，因為 $7>-2$。

$=7+2$

$=9$

(3) $\overline{AC}=7-(-3)$ ←A、C 兩點的坐標，因為 $7>-3$。

$=7+3$

$=10$

(16) 請回答下面問題：

① 計算 $|(-5)-3|=$？

② 求-5 和 3 的距離＝？

③「-5 和 3 的距離」是否等於 $|(-5)-3|$ ？

解：① $|(-5)-3|=|-8|=8$。

② -5 和 3 的距離$=3-(-5)=8$。

③ -5 和 3 的距離$=|(-5)-3|$ 。

隨堂練習

請回答下面問題：

① 計算 $|1-5|=$？

② 求 1 和 5 的距離＝？

③ 「1 和 5 的距離」是否等於 $|1-5|$ ？

(17) 請完成下表，並說說看 $|a-b|$ 和「a、b 兩點的距離」有什麼關係？

		$\|a-b\|$	a、b 兩點的距離
兩個正數	$a=5$、$b=3$		
	$a=3$、$b=5$		
一個正數 一個負數	$a=5$、$b=-3$		
	$a=3$、$b=-5$		
兩個負數	$a=-5$、$b=-3$		
	$a=-3$、$b=-5$		

解： 當 $a=5$、$b=3$ 時，$|a-b|=|5-3|=|2|=2$，

a、b 兩點的距離為 $5-3=2$。

當 $a=3$、$b=5$ 時，$|a-b|=|3-5|=|-2|=2$，

a、b 兩點的距離為 $5-3=2$。

當 $a=5$、$b=-3$ 時，$|a-b|=|5-(-3)|=|8|=8$，

a、b 兩點的距離為 $5-(-3)=8$。

當 $a=-3$、$b=5$ 時，$|a-b|=|(-3)-5|=|-8|=8$，

a、b 兩點的距離為 $5-(-3)=8$。

當 $a=-5$、$b=-3$ 時，$|a-b|=|(-5)-(-3)|=|-2|=2$，

a、b 兩點的距離為$(-3)-(-5)=2$。

當 $a=-3$、$b=-5$ 時，$|a-b|=|(-3)-(-5)|=|2|=2$，

a、b 兩點的距離為$(-3)-(-5)=2$。

發現 $|a-b|=a$、b 兩點的距離。

◎兩點間距離的表示

數線上 $A(a)$、$B(b)$兩點間的距離為 $\overline{AB}=|a-b|$。

(18) 數線上有 $A(-4)$、$B(3)$兩點，求 $\overline{AB}$ 。

解：方法一：利用「較大的數」減去「較小的數」，得

$\overline{AB}=3-(-4)\ =3+4=7$

方法二：利用兩點距離公式，得

$\overline{AB}=|(-4)-3|=|-7|=7$

隨堂練習

數線上有 $C(-9)$、$D(-2)$兩點，求 $\overline{CD}$ 。

(19) 數線上有 $A(-5)$、$O(0)$兩點，求 $\overline{AO}$ 。

解：方法一：因為 $O(0)$為原點，

$A(-5)$到 $O(0)$的距離為 $\overline{AO}=|-5|=5$。

方法二：利用公式，$\overline{AO}=|(-5)-0|=|-5|=5$。

隨堂練習

數線上有 $A(3.1)$、$B(-2.5)$、$O(0)$三點，求 $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 。

(20) 先將下列含有絕對值的算式寫成 $|a-b|$ 的形式，

再說說看它可以代表數線上哪兩點的距離？

① $|-2-3|$

② $|-2+3|$

③ $|2+3|$

解：① 將 $|-2-3|$ 寫成 $|(-2)-(3)|$，代表數線上 -2 和 3 的距離。

② 方法一：將 $|-2+3|$ 寫成 $|3-2|$，代表數線上 3 和 2 的距離。

方法二：將 $|-2+3|$ 寫成 $|(-2)-\square|$，$\square$要填入的數字為 -3，

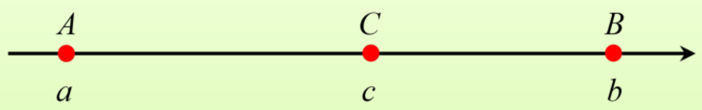
得到 $|-2+3|=|(-2)-(-3)|$，

代表數線上 -2 和 -3 的距離。

③ 將 $|2+3|$ 寫成 $|(2)-\square|$，$\square$要填入的數字為 -3，

得到 $|2+3|=|(2)-(-3)|$，代表數線上 2 和 -3 的距離。

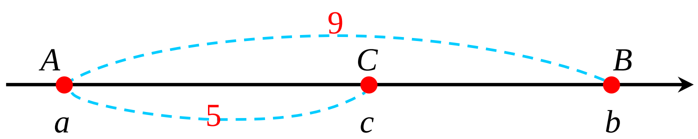
(21) 如圖，數線上有 $A(a)$、$B(b)$、$C(c)$三點，



已知 $|a-b|=9$，$|a-c|=5$，求 $|b-c|=$？

解：$|a-b|=9$ 代表 A、B 的距離是 9，

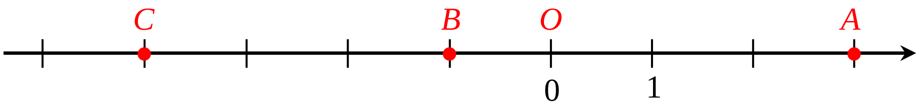
$|a-c|=5$ 代表 A、C 的距離是 5，如圖：



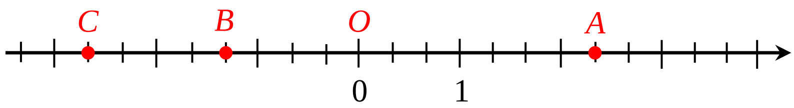
可得 B、C 的距離為 $|b-c|=9-5=4$。

小試身手

1. 寫出下列各點的坐標。



2. 寫出下列各點的坐標。



3. 計算下列各式的值。

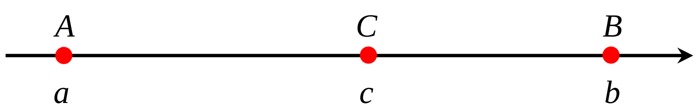
① $\left|2\frac{3}{5}\right|=$？

② $|-3.4|=$？

③ $|-2|-|-5|=$？

5. 數線上有 $A(2.1)$、$B(-3.7)$、$O(0)$三點，求 $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 、 $\overline{AB}$ 。

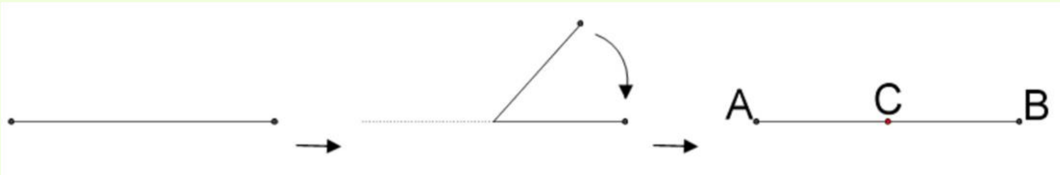
6. 如圖，數線上有 $A(a)$、$B(b)$、$C(c)$三點，



已知 $|a-c|=10$， $|b-c|=8$，求 $|a-b|=$？

附錄一中點坐標公式

活動 將一條直線(圖一)端點對端點對折後攤開(圖二)

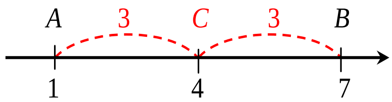


▲圖一　　▲圖二

我們知道這條直線對折後，中間會有一個摺痕，使兩段一樣長。如果將兩端點及摺痕標示 A、B、C(圖二)，你將會發現— C 點與 A、B 兩點的距離相等，也就是 $\overline{AC}=\overline{BC}$ ，我們稱 C 點是 A、B 兩點的**中點**。

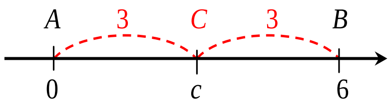
數線上有 A、B、C 相異三點，如果 C 點與 A、B 兩點中間，且 C 點與 A、B 兩點的距離相等，則稱 C 點為 A、B 兩點的**中點**。

如右圖，數線上三點 A（1）、B（7）、C（4），其中 C 點是中點，使 $\overline{AC}=\overline{BC}=3$。



(1) 數線上兩點 $A(0)$、$B(6)$，若 C 點是 A、B 兩點的中點，求 C 點坐標。

解：將 A（0）、B（6）、C（c）在數線上標示出來。



$\overline{AB}=6-0=6$，因為 C 點為 A、B 兩點的中點，所以 $\overline{AC}=\overline{BC}=6\div 2=3$，

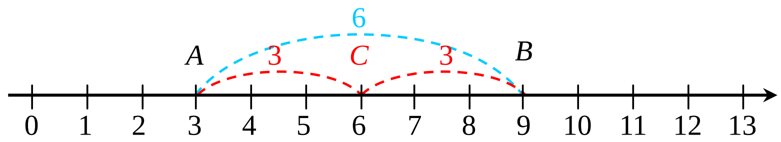
C 點坐標可由 A 點坐標往右 3 個單位，得 $0+3=3$，

或由 B 點坐標往左 3 個單位，得 $6-3=3$。

即 A、B 兩點的中點 C（3）。

(2) 數線上兩點 $A(3)$、$B(9)$，若 C 點是 A、B 兩點的中點，求 C 點坐標。

解：將 A（3）、B（9）在數線上標示出來。



$\overline{AB}=9-3=6$，

因為 C 點為 A、B 兩點的中點，所以 $\overline{AC}=\overline{BC}=6\div 2=3$，

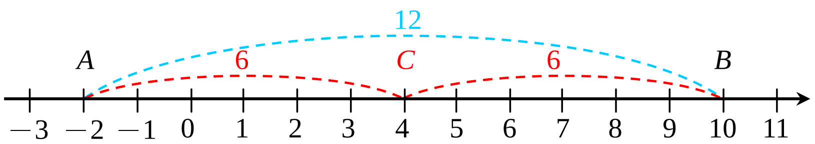
C 點坐標可由 A 點坐標往右 3 個單位，得 $3+3=6$，

或由 B 點坐標往左 3 個單位，得 $9-3=6$。

即 A、B 兩點的中點 C（6）。

(3) 數線上兩點 $A(-2)$、$B(10)$，若 C 點是 A、B 兩點的中點，求 C 點坐標。

解：將 A（-2）、B（10）在數線上標示出來。



$\overline{AB}=10-(-2)=12$，

因為 C 點為 A、B 兩點的中點，所以 $\overline{AC}=\overline{BC}=12\div 2=6$，

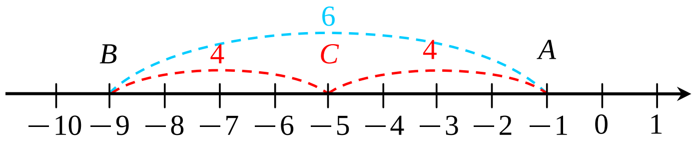
C 點坐標可由 A 點坐標往右 6 個單位，得$(-2)+6=4$，

或由 B 點坐標往左 6 個單位，得 $10-6=4$。

即 A、B 兩點的中點 C（4）。

(4) 數線上兩點 $A(-1)$、$B(-9)$，若 C 點是 A、B 兩點的中點，求 C 點坐標。

解：將 $A(-1)$、$B(-9)$ 在數線上標示出來。



$\overline{AB}=(-1)-(-9)=8$，

因為 C 點為 A、B 兩點的中點，所以 $\overline{AC}=\overline{BC}=8\div 2=4$，

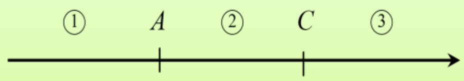
C 點坐標可由 A 點坐標往左 4 個單位，得 $-1-4=-5$，

或由 B 點坐標往右 4 個單位，得 $-9+4=-5$。

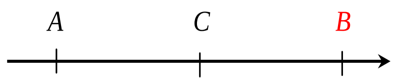
即 A、B 兩點的中點 $C(-5)$。

(5) 如圖，數線上兩點 A、C，已知 C 點在 A 點右邊，若 C 點是 A、B 的中點，

則 B 點會在數線上①、②、③的哪一個位置呢?



解：因為 C 點是 A、B 的中點，所以 B 點應在數線上③的位置，如圖：

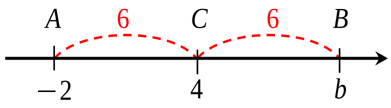


當我們在計算數線上點的坐標時，

要先確定點的位置，再進行解題喔！

(6) 數線上兩點 $A(-2)$、$C(4)$，若 C 點是 A、B 兩點的中點，求 B 點坐標。

解： 將 $A(-2)$、$C(4)$、$B(b)$ 在數線上標示出來。



$\overline{AC}=4-(-2)=6$，

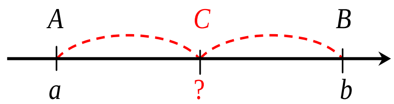
因為 C 點為 A、B 兩點的中點，所以 $\overline{AC}=\overline{BC}=6$，

B 點坐標可由 C 點坐標往右 6 個單位，得 $4+6=10$。

所以 B 點坐標 $B(10)$。

中點坐標公式

想一想，數線上兩點 $A(a)$、$B(b)$，若 C 點是 A、B 兩點的中點，則 C 點坐標為何？說明：我們可以假設 $b>a$，先將這三點在數線上標示出來。



按照第(2)題、第(3)題、第(4)題的做法，如下：

① 算出 $\overline{AB}=b-a>0$。

② C 點為 A、B 兩點的中點，所以 $\overline{AC}=\overline{BC}=\dfrac{b-a}{2}$。

③ C 點坐標可由左邊的點(B 點)往右 $\dfrac{b-a}{2}$ 個單位，

得 $a+\dfrac{b-a}{2}=\dfrac{2a+b-a}{2}=\dfrac{a+b}{2}$，所以，$C$ 點坐標為$\dfrac{a+b}{2}$。

如果 $b<a$，也可以由相同方法來說明：C 點坐標為$\dfrac{a+b}{2}$。

◎中點坐標公式

數線上兩點 A（a）、B（b），若 C 點是 A、B 兩點的中點，

則 C 點坐標 $c=\dfrac{a+b}{2}$。

我們將第(2)題、第(3)題、第(4)題用上述結果來算算看：

第(2)題 數線上兩點 A（3）、B（9），若 C 點是 A、B 兩點的中點，

則 C 點坐標為$\dfrac{3+9}{2}=\dfrac{12}{2}=6$。

第(3)題 數線上兩點 A（-2）、B（10），若 C 點是 A、B 兩點的中點，

則 C 點坐標為$\dfrac{-2+10}{2}=\dfrac{8}{2}=4$。

第(4)題 數線上兩點 A（-1）、B（-9），若 C 點是 A、B 兩點的中點，

則 C 點坐標為$\dfrac{(-1)+(-9)}{2}=\dfrac{-10}{2}=-5$。

所以，我們可以利用這個結果將中點坐標算出來。

若已知數線上兩點的中點坐標及其一點坐標，也可利用公式算出另一點的坐標。

第(6)題 數線上兩點 A（-2）、C（4），若 C 點是 A、B 兩點的中點，

利用中點坐標公式 $c=\dfrac{a+b}{2}$，求 B 點坐標 b。

$4=\dfrac{-2+b}{2}$，$b=10$。所以 B 點坐標 $B(10)$。

教育部國民及學前教育署 編

國民中學 學生學習扶助教材 7 年級數學