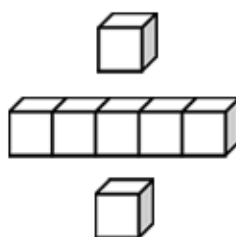


基本學習內容：SC-8-8-1

三角形任兩邊和大於第三邊

班級：_____

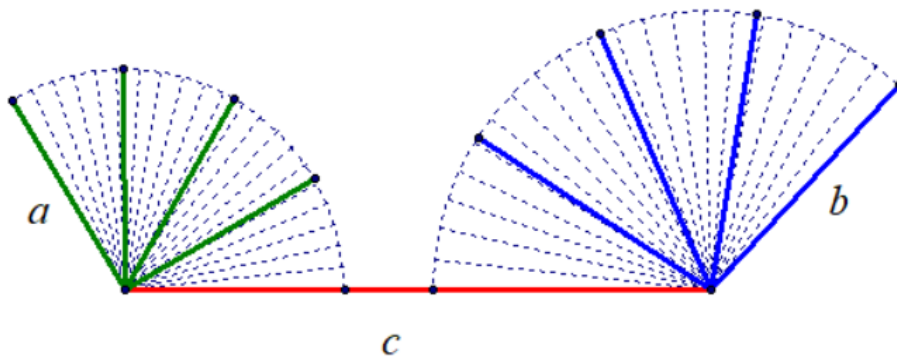
姓名：_____



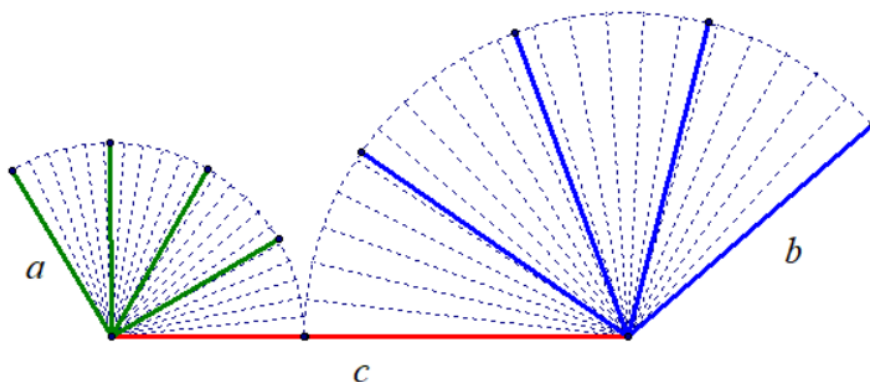
◎ 三角形的邊長關係

我們先假設有三個長度為 a 、 b 、 c 的線段（其中線段 c 的長度最長），將線段 a 、 b 一邊的頂點和線段 c 的兩邊頂點重合如下圖，並讓線段 a 、 b 以線段 c 的頂點為中心旋轉，觀察線段 a 、 b 另一邊的頂點旋轉產生的軌跡，我們可以分成三種情形：

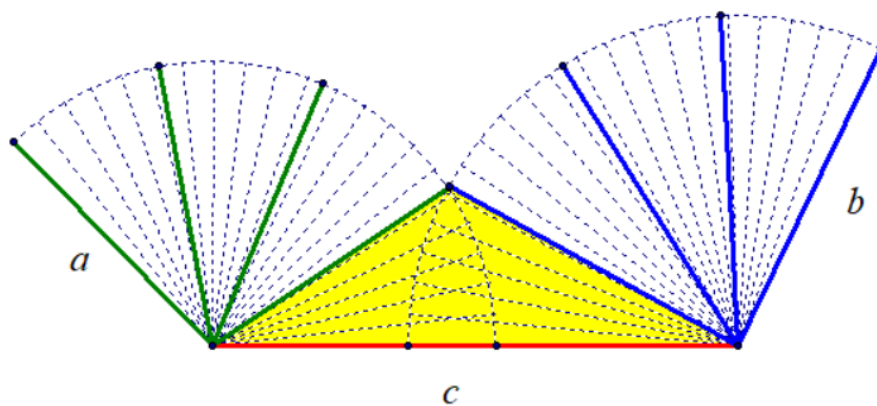
1. 當 $a+b < c$ 時，兩弧沒有交點，線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。



2. 當 $a+b = c$ 時，兩弧的交點恰好在線段 c 上，但線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。



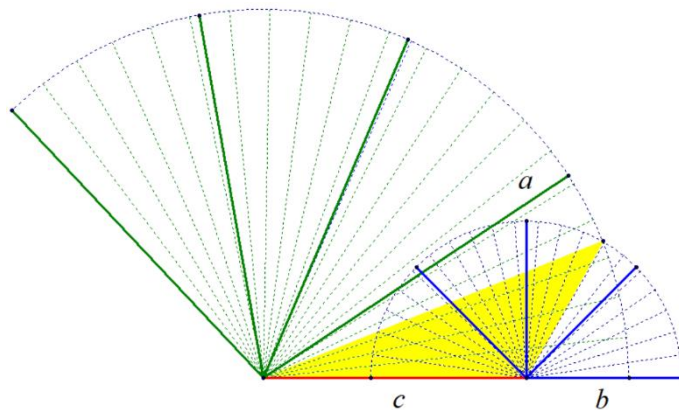
3. 當 $a+b > c$ 時，兩弧恰好相交於線段 c 外，線段 a 、 b 和 c 可以形成三角形。



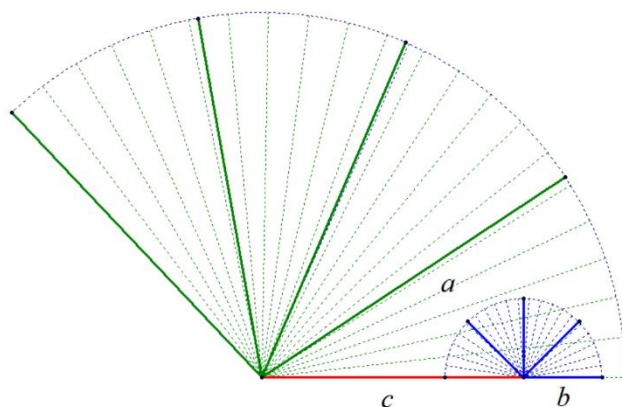


我們再假設有三個長度為 a 、 b 、 c 的線段（其中線段 c 的長度不是最長），則另兩個線段 a 和 b 當中一定有一個長度超過線段 c （例如： a ），將線段 a 、 b 一邊的頂點和線段 c 的兩邊頂點重合如下圖，並讓線段 a 、 b 以線段 c 的頂點為中心旋轉，觀察線段 a 、 b 另一邊的頂點旋轉產生的軌跡，我們可以分成三種情形：

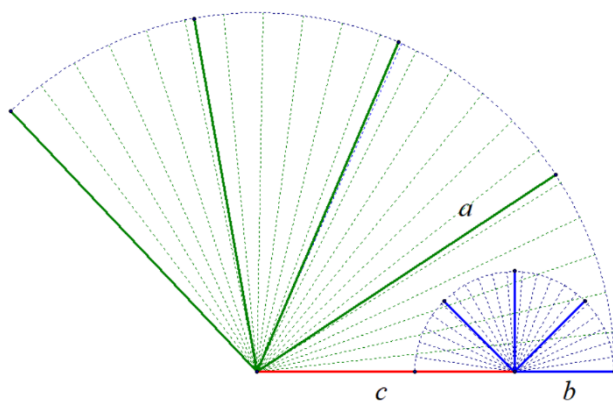
1. 當 $b+c > a$ (最長)，兩弧相交於線段 c 外，線段 a 、 b 和 c 可以形成三角形。



2. 當 $b+c < a$ (最長)，兩弧沒有交點，線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。



3. 當 $b+c = a$ (最長)，兩弧的交點恰好在线段 b 上，但線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。





基本學習內容：SC-8-8-1

由前述的說明可知，確認三個線段 a 、 b 、 c ，可以圍成一個三角形的方法如下：

- (1) 先找出三個線段最長的線段（假設是 c ），比較另外較短兩個線段（假設是 a 、 b ），若兩個較短的線段長度和大於最長的線段（ $a+b>c$ ），則可以形成三角形。
- (2) 如果長度最長的線段有兩個（例如： b 和 c ），則任取 b 和 c 其中一個（例如 c ）當成最長的線段，而另兩個（例如： a 和 b ）當成較短的兩線段，採取如 (1) 的方法檢驗是否可圍成三角形。
- (3) 如果三個線段同為邊長最長的線段：
則任取 a 、 b 、 c 其中一個（例如 a ）當成最長的線段，而另兩個（例如： b 和 c ）當成較短的兩線段，再檢驗是否可圍成三角形。事實上，三個邊長一樣長的線段可以圍成正三角形。

已知三個線段，如果兩個較短線段長的和大於最長線段，則此三個線段可以形成一個三角形。



(1) 下列各組數中，哪幾組可為三角形的三邊長？

- ① 4,5,6 ② 7,4,2 ③ 1,2,3 ④ 5,5,4 ⑤ 6,6,6

【提示】先選出該組的最長邊，再算算看其他兩邊和是否大於最長邊？

解：

- ① 假設三邊長 4、5、6，最長邊為 6，剩下兩邊為 4、5
因為 $4+5>6$ ，故 4、5、6 可為三角形的三邊長。
 - ② 假設三邊長 7、4、2，最長邊為 7，剩下兩邊為 4、2
因為 $4+2<7$ ，故 7、4、2 不可為三角形的三邊長。
 - ③ 假設三邊長 1、2、3，最長邊為 3，剩下兩邊為 1、2
因為 $1+2=3$ ，故 1、2、3 不可為三角形的三邊長。
 - ④ 假設三邊長 5、5、4，最長邊為 5（兩個邊長 5 的其中一個），
剩下兩邊為 5、4
因為 $5+4>5$ ，故 5、5、4 可為三角形的三邊長。
 - ⑤ 假設三邊長 6、6、6，最長邊為 6（三個邊長 6 的其中一個），剩下兩邊為 6、6
因為 $6+6>6$ ，故 6、6、6 可為三角形的三邊長，而且可以圍成正三角形。
- 答：共有①、④、⑤三組數可為三角形的三邊長



隨堂練習

(1) 下列各組數中，那幾組可以作為三角形的三邊長？

- ① 2.3、3.4、5.6 ② $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ ③ $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{8}$

(2) ① 已知三角形的三邊長為 $a+2$ 、 $a+5$ 、 $a+8$ ，請問 a 的範圍？

② 已知 a 、7、11，請問 a 的範圍？

解：

① 三角形的三邊長 $a+2$ 、 $a+5$ 、 $a+8$ 當中，最長邊為 $a+8$

因為三角形較短的兩個邊長和會大於最長邊

所以 $(a+2)+(a+5)>(a+8)$ ， $2a+7>a+8$ ，故 $a>1$

②



【方法一】

三角形的三邊長 a 、7、11，其中最長邊有可能是 a 或11

先假設最長邊是 a ，也就是 $a\geq 11$

因為三角形較短的兩個邊長和會大於最長邊

所以 $7+11>a$ ，得 $a<18$ ，合併先前的條件 $a\geq 11$

故 $11\leq a<18$ ………①

再假設最長邊是11，也就是 $a\leq 11$

因為三角形較短的兩個邊長和會大於最長邊

所以 $a+7>11$ ，得 $a>4$ ，合併先前的條件 $a\leq 11$

故 $4<a\leq 11$ ………②

最後合併①、②的結果，得到 $4<a<18$

【方法二】

考慮任意取兩邊的邊長和一定會大於第三邊的邊長，我們可以得到下列三個不等式：

$$7+11>a \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$a+7>11 \cdots\cdots\textcircled{2}$$

$$a+11>7 \cdots\cdots\textcircled{3}$$

由於 a 的解如果滿足 $a+7>11$ ，那麼 a 的解也滿足 $a+11>7$

所以我們最後只要討論①、②兩式

由①式可得 $a<18$ ，由②式可得 $a>4$

最後合併以上結果可得 $4<a<18$



隨堂練習

- (1) 設一個三角形的三邊長分別是5、9、 a ，求 a 的範圍。



小試身手

- (1) 下列各組數中，那幾組可以作為三角形的三邊長？

① $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{16}$ ② $a+1$ 、 $2a+3$ 、 $3a+5$ ($a>0$)

- (2) 若 6、11 是一個三角形的兩邊長，且第三邊的邊長是整數，

請問第三邊的最大值和最小值為何？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

