

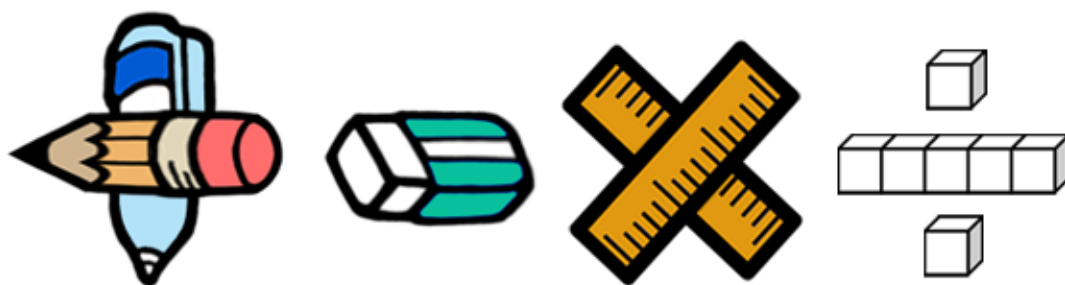


基本學習內容：SC-9-2-1

三角形的 AA、SAS、SSS

相似性質

【教師用】





學習內容：

S-9-2 三角形的相似性質：三角形的相似判定 (AA、SAS、SSS)；對應邊長之比＝對應高之比；
對應面積之比＝對應邊長平方之比；利用三角形相似的概念解應用問題；
相似符號 (\sim)。

基本學習內容：

SC-9-2-1 三角形的 AA、SAS、SSS 相似性質。

基本學習表現：

SCP-9-2-1-1 認識三角形的 AA 相似性質，且能利用此性質判斷兩三角形是否相似。

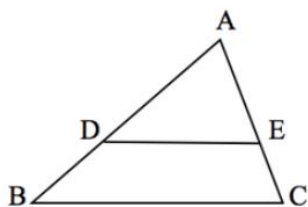
SCP-9-2-1-2 認識三角形的 SAS 相似性質，且能利用此性質判斷兩三角形是否相似。

SCP-9-2-1-3 認識三角形的 SSS 相似性質，且能利用此性質判斷兩三角形是否相似。

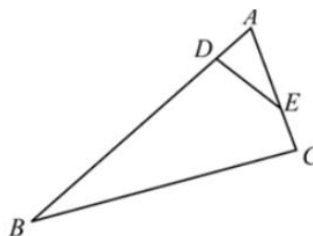


概要說明：

- 基本學習內容是 SC-9-1-1 的後續學習概念，故學生應已認識多邊形相似的意義。本基本學習內容幫助學生認識三角形的 AA、SAS、SSS 相似性質。
- 本基本學習內容僅討論三角形相似性質。
- 使用相似符號「 \sim 」記錄兩相似三角形。
- 認識甲、乙兩三角形相似時，甲三角形透過平移、旋轉與翻轉後，仍會與乙三角形相似。也就是說，丙三角形和甲三角形全等，則丙三角形和乙三角形也會相似。
- 教師可以先說明三角形三組對應角相等時，兩三角形相似，稱為 AAA 相似，再透過三角形內角和為 180 度，幫助學生簡化為 AA 相似。
- 學生對於在三角形內，從兩邊做平行於底邊的平行線，會截出相似三角形較為容易接受。例如：下圖(一)中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。但是對於做截線但不平行底邊時 (\overline{DE} 不平行 \overline{BC})，其中一截角($\angle ADE$)等於底邊另一底角($\angle C$)時，因為 $\angle A$ 是公共角，依據 AA 相似， $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，容易出現迷思概念，對應點與對應邊容易對錯；如圖(二)所示。



圖(一)



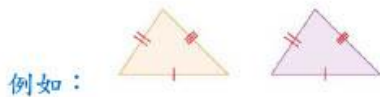
圖(二)



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的 AA、SAS、SSS 相似性質。

◎複習-三角形全等性質

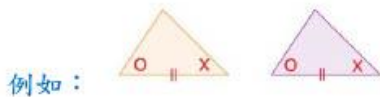
1. 兩個三角形的三組對應邊分別等長，稱這兩個三角形 SSS 全等。



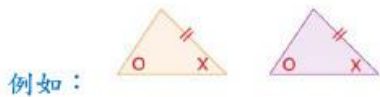
2. 兩個三角形的兩邊及其夾角分別對應相等，稱這兩個三角形 SAS 全等。



3. 兩個三角形的兩角及其夾邊分別對應相等，稱這兩個三角形 ASA 全等。



4. 兩個三角形的兩角及其中一角的對邊分別對應相等，稱這兩個三角形 AAS 全等。



5. 兩個直角三角形的斜邊及一股分別對應相等，稱這兩個三角形 RHS 全等。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是複習活動。

本頁教學重點為幫助學生複習三角形的全等性質。

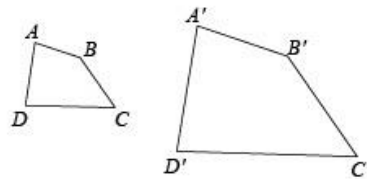
- 在八年級時，學生有學過三角形的全等性質。如果學生無法理解，教師可以參閱 SC-8-4-1 的教材，或提供 SC-8-4-1 的教材讓學生練習。
- 之後說明相似三角形會用到的全等性質有 SSS、SAS 和 ASA，建議教師可以再提醒學生這些性質。

基本學習內容：SC-9-2-1 三角形的 AA、SAS、SSS 相似性質。

◎複習-相似多邊形

1. 如果兩個多邊形的對應角相等、對應邊成比例，就稱這兩個多邊形相似。
2. 如果兩個多邊形相似，它們的對應角相等、對應邊成比例。

例如：四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $A'B'C'D'$ 相似，



其中 $\angle A = \angle A'$ 、 $\angle B = \angle B'$ 、 $\angle C = \angle C'$ 、 $\angle D = \angle D'$ (對應角相等)，

且 $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{D'A'}}$ (對應邊成比例)。



教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是複習活動。

本頁教學重點為幫助學生複習相似多邊形。

- 如果學生無法理解，教師可以參閱 SC-9-1-1 的教材，或提供 SC-9-1-1 的教材讓學生練習。

基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

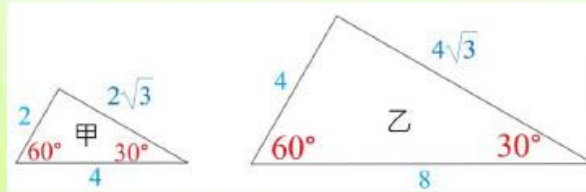
(1)如圖，已知甲三角形和乙三角形為相似圖形，

乙三角形的對應邊長是甲三角形對應邊長的2倍，

乙三角形的對應角和甲三角形的對應角相等。

如果只知道乙三角形的對應邊長都是甲三角形對應邊長的2倍，

以及兩組對應角相等，請問甲三角形和乙三角形是否為相似圖形？



解：甲三角形和乙三角形兩組對應角相等，因為三角形內角和 180° ，

甲三角形的第3個角 = 乙三角形的第3個角 = $180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ 。

又乙三角形的對應邊長都是甲三角形對應邊長的2倍，

所以，甲三角形和乙三角形為相似圖形。

答：是

由上題知，兩個三角形的3個對應邊成比例，2個對應角相等，

這兩個三角形還是會相似，如果再少一些條件，兩個三角形會相似嗎？



教材內容說明：

1. 本教材第 3 頁的教學重點是幫助學生學習判斷相似圖形。
2. 第(1)題給定 2 個三角形相似的部分條件，要求學生判斷這兩個三角形是否相似。

解題方法：

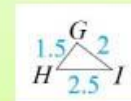
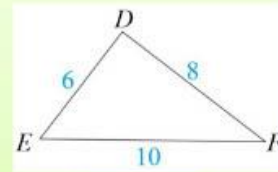
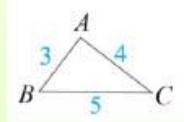
已知兩個三角形的對應邊成比例和兩組對應角相等，利用三角形內角和 180° ，分別算出兩個三角形的第 3 個角的角度，發現結果相等，得到這兩個三角形的對應邊成比例、對應角相等，所以這兩個圖形為相似圖形。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

◎SSS相似性質

(2)如果兩個三角形對應邊等長，由SSS全等判定可知這兩個三角形全等。

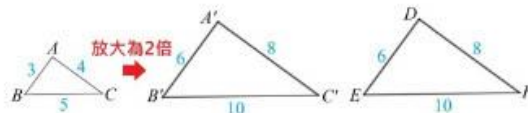


上圖為 $\triangle ABC$ ，請回答下列問題：

- ① 已知 $\triangle DEF$ 的對應邊長都是 $\triangle ABC$ 的2倍，請問 $\triangle DEF$ 是否和 $\triangle ABC$ 相似？
- ② 已知 $\triangle GHI$ 的對應邊長都是 $\triangle ABC$ 的0.5倍，請問 $\triangle GHI$ 是否和 $\triangle ABC$ 相似？

解：

- ① 如圖，將 $\triangle ABC$ 放大為2倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，



得 $\overline{A'B'} = 2\overline{AB} = 6$ ， $\overline{A'C'} = 2\overline{AC} = 8$ ， $\overline{B'C'} = 2\overline{BC} = 10$ 。

在 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle DEF$ 中，因為 $\overline{A'B'} = \overline{DE}$ ， $\overline{A'C'} = \overline{DF}$ ， $\overline{B'C'} = \overline{EF}$ ，根據SSS全等性質， $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle DEF$ 全等，

又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，因此， $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 相似。

- ② 如圖，將 $\triangle ABC$ 縮小為0.5倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，



得 $\overline{A'B'} = 0.5\overline{AB} = 1.5$ ， $\overline{A'C'} = 0.5\overline{AC} = 2$ ， $\overline{B'C'} = 0.5\overline{BC} = 2.5$ 。

在 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle GHI$ 中，因為 $\overline{A'B'} = \overline{GH}$ ， $\overline{A'C'} = \overline{GI}$ ， $\overline{B'C'} = \overline{HI}$ ，根據SSS全等性質， $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle GHI$ 全等，

又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，因此， $\triangle GHI$ 和 $\triangle ABC$ 相似。

答：①是，②是



教材內容說明：

1. 本教材第 4~7 頁的教學重點是幫助學生學習 SSS 相似性質。

本頁教學重點為利用三角形三邊長的縮放說明兩三角形相似。

2. 第(2)題給定 $\triangle ABC$ 的三邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：給定 $\triangle DEF$ 邊長與 $\triangle ABC$ 邊長的放大倍率及圖形，要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：給定 $\triangle GHI$ 邊長與 $\triangle ABC$ 邊長的縮小倍率及圖形，要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題①的解題方法：

先算出將三角形放大為 2 倍的三邊長，並畫出 $\triangle A'B'C'$ ，

再說明 $\triangle A'B'C'$ 與題目提供的 $\triangle DEF$ 全等，

又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，推論出 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 相似。

子問題②的解題方法：

先算出將三角形縮小為 0.5 倍的三邊長，並畫出 $\triangle A'B'C'$ ，

再說明 $\triangle A'B'C'$ 與題目提供的 $\triangle GHI$ 全等，

又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，推論出 $\triangle GHI$ 與 $\triangle ABC$ 相似。

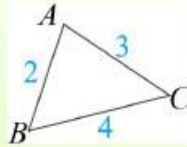


基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

【SSS相似性質】

如果兩個三角形的三組對應邊成比例，可得這兩個三角形相似，
這個性質稱為**SSS相似性質**。

(3) 右圖為 $\triangle ABC$ ，



請根據三角形的邊長，判斷下列三角形是否和 $\triangle ABC$ 相似？

如果三角形和 $\triangle ABC$ 相似，請寫出三角形是 $\triangle ABC$ 的幾倍縮放圖。

- ① $\triangle DEF$ 的邊長分別為 $\overline{DE}=4$ ， $\overline{DF}=5$ ， $\overline{EF}=6$ 。
- ② $\triangle GHI$ 的邊長分別為 $\overline{GH}=5$ ， $\overline{HI}=10$ ， $\overline{GI}=7.5$ 。
- ③ $\triangle PQR$ 的邊長分別為 $\overline{RP}=2$ ， $\overline{PQ}=1$ ， $\overline{QR}=1.5$ 。

解：① $\triangle ABC$ 邊長由小到大分別為 2、3、4，

$\triangle DEF$ 邊長由小到大分別為 4、5、6。

因為 $4:2 \neq 5:3 \neq 6:4$ ，對應邊不成比例，

所以 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 不相似。

② $\triangle ABC$ 邊長由小到大分別為 2、3、4，

$\triangle GHI$ 邊長由小到大分別為 5、7.5、10。

因為 $5:2 = 7.5:3 = 10:4$ ，對應邊成比例，

所以 $\triangle GHI$ 和 $\triangle ABC$ 相似，

$\triangle GHI$ 邊長和 $\triangle ABC$ 邊長比值為 2.5， $\triangle GHI$ 是 $\triangle ABC$ 的 2.5 倍放大圖。

③ $\triangle ABC$ 邊長由小到大分別為 2、3、4，

$\triangle PQR$ 邊長由小到大分別為 1、1.5、2。

因為 $1:2 = 1.5:3 = 2:4$ ，對應邊成比例，

所以 $\triangle PQR$ 和 $\triangle ABC$ 相似，

$\triangle PQR$ 邊長和 $\triangle ABC$ 邊長比值為 0.5， $\triangle PQR$ 是 $\triangle ABC$ 的 0.5 倍縮小圖。

答：①不相似，②相似，2.5 倍放大圖，③相似，0.5 倍縮小圖



教材內容說明：

1. 本教材第 4~7 頁的教學重點是幫助學生學習 SSS 相似性質。

本頁教學重點為利用 SSS 相似性質判斷兩三角形相似。

2. 本頁上半部重點框為 SSS 相似性質的定義。

3. 第(3)題給定 $\triangle ABC$ 三邊長及 3 個子問題三角形的邊長，要求學生判斷兩三角形是否相似，如果兩三角形相似，則寫出三角形縮放的倍率。

解題方法：

將兩三角形邊長由小到大列出，寫出最短邊的比、中等邊的比和最長邊的比。

(1) 如果各邊的比不相等，代表對應邊不成比例，則兩三角形不相似。

(2) 如果各邊的比相等，代表對應邊成比例，則兩三角形相似。

再利用其中一個比算出比值 k ，即為三角形的縮放倍率。

(如果 $k > 1$ ，該三角形為 k 倍放大圖；如果 $0 < k < 1$ ，該三角形為 k 倍縮小圖。)



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

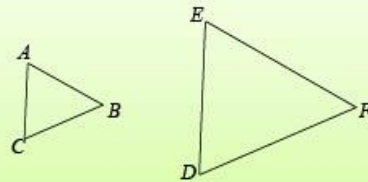
在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\triangle ABC$ 是 $\triangle DEF$ 的 k 倍縮放圖，
如果 $A、B、C$ 的對應點分別為 $D、E、F$ ，稱 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 相似，
記為 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

當記錄成「 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 相似」時， $A、B、C$ 的對應點不一定
分別為 $D、E、F$ ，但為了清楚知道兩個三角形的對應關係，
我們通常會依照對應的順序來表示。

當記錄成「 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 」時，
代表 $A、B、C$ 的對應點分別為 $D、E、F$ ，
對應點要按照對應的順序來記錄。



- (4) 如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，
已知 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 12$ ，
 $\overline{DE} = 20$ ， $\overline{DF} = 16$ ， $\overline{EF} = 24$ ，
請問 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？



解：【方法一】

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，因為

最短邊	$\overline{AC} : \overline{DF} = 8 : 16 = 1 : 2$	}	對應邊成比例
中等邊	$\overline{AB} : \overline{DE} = 10 : 20 = 1 : 2$		
最長邊	$\overline{BC} : \overline{EF} = 12 : 24 = 1 : 2$		

所以， $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SSS 相似性質)。

【方法二】

將三角形邊長由小到大寫成連比。
在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 8 : 10 : 12 = 4 : 5 : 6$
在 $\triangle DEF$ 中， $\overline{DF} : \overline{DE} : \overline{EF} = 16 : 20 : 24 = 4 : 5 : 6$
連比相等，可得 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 對應邊成比例，
所以， $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SSS 相似性質)。

答：是



教材內容說明：

1. 本教材第 4~7 頁的教學重點是幫助學生學習 SSS 相似性質。

本頁教學重點為利用 SSS 相似性質判斷兩三角形相似。

2. 本頁上半部教師提示重點為相似三角形用符號記錄時應按照對應點的順序來記錄。

3. 第(4)題給定兩三角形的三邊長，要求學生判斷兩三角形是否相似。

解題方法：

方法一：

分別找出兩三角形的最短邊、中等邊和最長邊，並寫出這 3 組比，因為這 3 組比都相等，即對應邊成比例，根據 SSS 相似性質，得兩三角形相似。

方法二：

分別將兩三角形邊長由小到大寫成連比，因為這兩個連比相等，即對應邊成比例，根據 SSS 相似性質，得兩三角形相似。

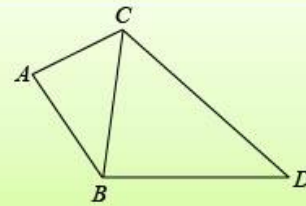


基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

(5) 如圖，已知 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 8$ ，
 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{BD} = 15$ ， $\overline{CD} = 18$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle BCD$ 是否相似？

② $\angle ACB$ 的對應角為何？



解：① 將三角形邊長由小到大寫成連比。

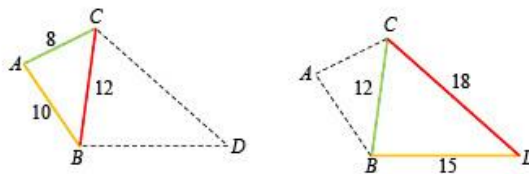
在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 8 : 10 : 12 = 4 : 5 : 6$

在 $\triangle BCD$ 中， $\overline{BC} : \overline{BD} : \overline{CD} = 12 : 15 : 18 = 4 : 5 : 6$

連比相等，可得 $\triangle ABC$ 與 $\triangle BCD$ 對應邊成比例，

所以， $\triangle ABC \sim \triangle CDB$ (SSS 相似性質)。

② 如圖，



$\angle ACB$ 是 $\triangle ABC$ 最短邊和最長邊的夾角，

會對應到 $\triangle BCD$ 最短邊和最長邊的夾角 $\angle BCD$ ，

所以 $\angle ACB$ 的對應角是 $\angle BCD$ 。

答：①是，② $\angle BCD$



教材內容說明：

1. 本教材第 4~7 頁的教學重點是幫助學生學習 SSS 相似性質。

本頁教學重點為利用 SSS 相似性質判斷兩三角形相似及其應用。

2. 第(5)題給定兩三角形的三邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：要求學生找出指定角的對應角。

子問題①的解題方法：

分別將兩三角形邊長由小到大寫成連比，因為這兩個連比相等，即對應邊成比例，根據 SSS 相似性質，得兩三角形相似。

子問題②的解題方法：

利用邊長的長短特性，找對應角。

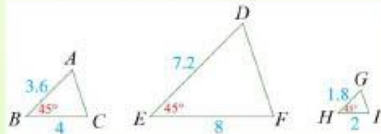
因為 $\angle ACB$ 是 $\triangle ABC$ 最短邊和最長邊的夾角，會對應到 $\triangle BCD$ 最短邊和最長邊的夾角 $\angle BCD$ ，所以 $\angle ACB$ 的對應角是 $\angle BCD$ 。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

◎SAS相似性質

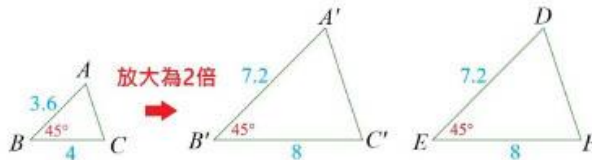
- (6) 如果兩個三角形的兩組對應邊等長及所夾的對應角相等，
由 SAS 全等判定可知這兩個三角形全等。



上圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=45^\circ$ ， $\overline{BC}=4$ ， $\overline{AB}=3.6$ ，回答下列問題：

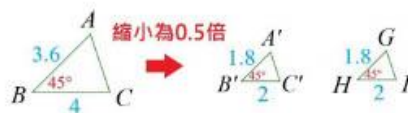
- ① 在 $\triangle DEF$ 中，已知 $\angle E=45^\circ$ ， $\overline{EF}=8$ ， $\overline{DE}=7.2$ ，
請問 $\triangle DEF$ 是否和 $\triangle ABC$ 相似？
② 在 $\triangle GHI$ 中，已知 $\angle H=45^\circ$ ， $\overline{HI}=2$ ， $\overline{GH}=1.8$ ，
請問 $\triangle GHI$ 是否和 $\triangle ABC$ 相似？

解：① 如圖，將 $\triangle ABC$ 放大為 2 倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，



得 $\overline{B'C'}=2\overline{BC}=8$ ， $\angle B'=\angle B=45^\circ$ ， $\overline{A'B'}=2\overline{AB}=7.2$ ，
在 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle DEF$ 中，因為 $\overline{B'C'}=\overline{EF}$ ， $\angle B'=\angle E$ ， $\overline{A'B'}=\overline{DE}$ ，
根據 SAS 全等性質， $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle DEF$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，
因此， $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 相似。

- ② 如圖，將 $\triangle ABC$ 縮小為 0.5 倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，



得 $\overline{B'C'}=0.5\overline{BC}=2$ ， $\angle B'=\angle B=45^\circ$ ， $\overline{A'B'}=0.5\overline{AB}=1.8$ ，
在 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle GHI$ 中，因為 $\overline{B'C'}=\overline{HI}$ ， $\angle B'=\angle H$ ， $\overline{A'B'}=\overline{GH}$ ，
根據 SAS 全等性質， $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle GHI$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，
因此， $\triangle GHI$ 和 $\triangle ABC$ 相似。

答：①是，②是



教材內容說明：

1. 本教材第 8~10 頁的教學重點是幫助學生學習 SAS 相似性質。

本頁教學重點為利用三角形兩邊及其夾角的縮放說明兩三角形相似。

2. 第(6)題給定 $\triangle ABC$ 的三角形兩邊及其夾角，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：給定 $\triangle DEF$ 的兩邊及其夾角，要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：給定 $\triangle GHI$ 的兩邊及其夾角，要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題①的解題方法：

將三角形 $\triangle ABC$ 放大為 2 倍，得到已知長度的兩邊長也是原來邊長的 2 倍，其夾角的角度不變，並畫出 $\triangle A'B'C'$ ，

再說明 $\triangle A'B'C'$ 與題目提供的 $\triangle DEF$ 全等，

又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，推論出 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 相似。

子問題②的解題方法：

將三角形 $\triangle ABC$ 縮小為 0.5 倍，得到已知長度的兩邊長也是原來邊長的 0.5 倍，其夾角的角度不變，並畫出 $\triangle A'B'C'$ ，再說明 $\triangle A'B'C'$ 與題目提供的 $\triangle GHI$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，推論出 $\triangle GHI$ 與 $\triangle ABC$ 相似。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

【SAS相似性質】

如果兩個三角形有一組對應角相等，且夾此等角的兩組對應邊成比例，可得這兩個三角形相似，這個性質稱為 **SAS相似性質**。

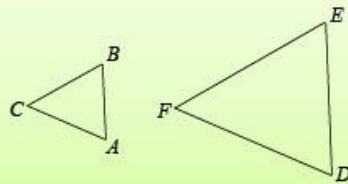
(7) 如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\angle A = \angle D$ ，

$$\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 7, \overline{DE} = 10, \overline{DF} = 14,$$

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

② $\angle B$ 的對應角是哪一個角？

③ 如果 $\overline{BC} = 6$ ，求 $\overline{EF} = ?$



解：① 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，因為 $\angle A = \angle D$ ，

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} : \overline{DE} = 5 : 10 = 1 : 2 \\ \overline{AC} : \overline{DF} = 7 : 14 = 1 : 2 \end{array} \right\} \text{對應邊成比例}$$

所以， $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (SAS相似性質)。

② $\angle B$ 的對應角是 $\angle E$ 。

③ 因為 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的對應邊成比例，

$$\text{得 } \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{DE}$$

$$6 : \overline{EF} = 1 : 2$$

$$\overline{EF} = 12$$

答：①是，② $\angle E$ ，③12



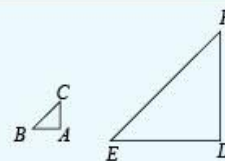
隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\angle A = \angle D$ ，

$$\overline{AB} = 3, \overline{AC} = 4, \overline{DE} = 12, \overline{DF} = 16,$$

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

② 如果 $\overline{BC} = 4$ ，求 $\overline{EF} = ?$



答：①是，②16。



教材內容說明：

1. 本教材第 8~10 頁的教學重點是幫助學生學習 SAS 相似性質。

本頁教學重點為利用 SAS 相似性質判斷兩三角形相似及其應用。

2. 本頁上半部重點框為 SAS 相似性質的定義。

3. 第(7)題給定兩三角形的兩邊長及其夾角，要求學生回答 3 個子問題：

子問題①：要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：要求學生找出指定角的對應角。

子問題③：要求學生算出指定邊的長度。

子問題①的解題方法：

先找出對應角，再將已知邊長的較短邊及較長邊寫成比，因為兩個比相等，即對應邊成比例，根據 SAS 相似性質，得兩三角形相似。

子問題②的解題方法：

$\angle B$ 是 \overline{BC} 和 \overline{BA} 的夾角，會對應到 \overline{EF} 和 \overline{ED} 的夾角 $\angle E$ 。

子問題③的解題方法：

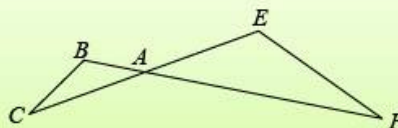
\overline{BC} 的對應邊是 \overline{EF} ，並一組已知邊長的對應邊，因為相似三角形對應邊成比例，得 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$ ，計算出 \overline{EF} 。

4. 本頁隨堂練習給定兩三角形的兩邊長及其夾角，要求學生判斷兩三角形是否相似及算出指定邊的長度，評量學生利用相似三角形解題的能力。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

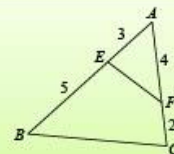
- (8) 如圖，已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ，
 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{AE} = 6$ ， $\overline{AF} = 12$ ，
 請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle AEF$ 是否相似？
 ② $\angle B$ 的對應角是哪一個角？
 ③ $\overline{EF} = ?$



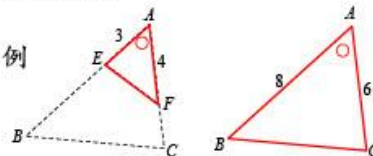
解：① 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle AEF$ 中，因為 $\angle BAC = \angle EAF$ (對頂角相等)，
 $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : 6 = 1 : 3 \\ \overline{AC} : \overline{AF} = 4 : 12 = 1 : 3 \end{array} \right\}$ 對應邊成比例
 所以， $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ (SAS 相似性質)。
 ② $\angle B$ 的對應角是 $\angle E$ 。
 ③ 因為 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ ， $\triangle ABC$ 與 $\triangle AEF$ 的對應邊成比例，
 得 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{EF}$
 $2 : 6 = 3 : \overline{EF}$
 $\overline{EF} = 9$

答：①是，② $\angle E$ ，③9

- (9) 如圖，已知 $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{AF} = 4$ ， $\overline{BE} = 5$ ， $\overline{FC} = 2$ ，
 請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle AFE$ 是否相似？
 ② $\angle B$ 的對應角是哪一個角？
 ③ 如果 $\overline{EF} = 3$ ， $\overline{BC} = ?$



解：① 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle AFE$ 中，因為 $\angle BAC = \angle FAE$ (共用角)，
 $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} : \overline{AF} = (3+5) : 4 = 2 : 1 \\ \overline{AC} : \overline{AE} = (4+2) : 3 = 2 : 1 \end{array} \right\}$ 對應邊成比例
 所以， $\triangle ABC \sim \triangle AFE$ (SAS 相似性質)。



- ② $\angle B$ 的對應角是 $\angle F$ 。
 ③ 因為 $\triangle ABC \sim \triangle AFE$ ， $\triangle ABC$ 與 $\triangle AFE$ 的對應邊成比例，
 得 $\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{BC} : \overline{EF}$
 $8 : 4 = \overline{BC} : 3$
 $\overline{BC} = 6$

答：①是，② $\angle F$ ，③6



教材內容說明：

1. 本教材第 8~10 頁的教學重點是幫助學生學習 SAS 相似性質。

本頁教學重點為利用 SAS 相似性質判斷兩三角形相似及其應用。

2. 第(8)題給定以兩直線交點為頂點的兩三角形部分邊長，要求學生判斷兩三角形是否相似、找出指定角的對應角及算出指定邊的長度。

解題方法：

先利用對頂角相等得到對應角相等，再將對應角的兩邊較短邊及較長邊寫成比，因為兩個比相等，即對應邊成比例，根據 SAS 相似性質，得兩三角形相似。接著，找出指定角的對應角，最後，利用對應邊成比例，並一組已知邊長的對應邊，計算出 \overline{EF} 。

3. 第(9)題給定重疊某個角的兩三角形及圖形的部分邊長，要求學生判斷兩三角形是否相似、找出指定角的對應角及算出指定邊的長度。

解題方法：

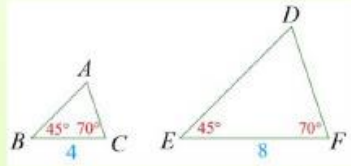
先分別將兩三角形已知邊長寫在圖形中，因為 $\angle A$ 為共用角，得到對應角相等，再將對應角的兩邊較短邊及較長邊寫成比，因為兩個比相等，即對應邊成比例，根據 SAS 相似性質，得兩三角形相似。接著，找出指定角的對應角，最後，利用對應邊成比例，並一組已知邊長的對應邊，計算出 \overline{BC} 。



基本學習內容：SC-9-2-1 三角形的 AA、SAS、SSS 相似性質。

◎AA 相似性質

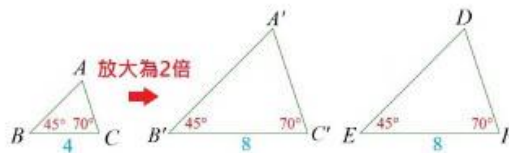
(10)



如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=70^\circ$ ， $\overline{BC}=4$ ，回答下列問題：

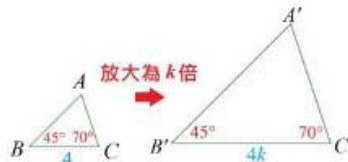
- ① 在 $\triangle DEF$ 中，已知 $\angle E=45^\circ$ ， $\angle F=70^\circ$ ， $\overline{EF}=8$ ，
請問 $\triangle DEF$ 是否和 $\triangle ABC$ 相似？
- ② 若 $\triangle GHI$ 中， $\angle H=45^\circ$ 且 $\angle I=70^\circ$ ，
請問 $\triangle GHI$ 是否和 $\triangle ABC$ 相似？

解：①因為 $\overline{BC}=4$ ， $\overline{EF}=8$ ，代表 \overline{EF} 是 \overline{BC} 的2倍，
如圖，將 $\triangle ABC$ 放大為2倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，



得 $\overline{B'C'}=2\overline{BC}=8$ ， $\angle B'=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C'=\angle C=70^\circ$ ，
在 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle DEF$ 中，因為 $\overline{B'C'}=\overline{EF}$ ， $\angle B'=\angle E$ ， $\angle C'=\angle F$ ，
根據 ASA 全等性質， $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle DEF$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，
因此， $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 相似。

②假設 \overline{HI} 是 \overline{BC} 的 k 倍，其中 $k>0$ ，代表 $\overline{HI}=k\overline{BC}$ 。
如圖，將 $\triangle ABC$ 縮放為 k 倍得到 $\triangle A'B'C'$ ，



得 $\overline{B'C'}=k\overline{BC}$ ， $\angle B'=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C'=\angle C=70^\circ$ ，
比較 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle GHI$ ，因為 $\overline{B'C'}=k\overline{BC}=\overline{HI}$ ， $\angle B'=\angle H$ ， $\angle C'=\angle I$ ，
根據 ASA 全等性質， $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle GHI$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，
因此， $\triangle GHI$ 和 $\triangle ABC$ 相似。

答：①是，②是



教材內容說明：

1. 本教材第 11~14 頁的教學重點是幫助學生學習 AA 相似性質。

本頁教學重點為利用三角形兩角及其夾邊的縮放說明兩三角形相似。

2. 第(10)題給定 $\triangle ABC$ 的三角形兩角及其夾邊，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：給定 $\triangle DEF$ 的兩角及其夾邊，要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：給定 $\triangle GHI$ 的兩角，要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題①的解題方法：

將三角形 $\triangle ABC$ 放大為 2 倍，得到已知長度的邊長也是原來邊長的 2 倍，其兩夾角的角度不變，並畫出 $\triangle A'B'C'$ ，再說明 $\triangle A'B'C'$ 與題目提供的 $\triangle DEF$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，推論出 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 相似。

子問題②的解題方法：

因為 $\triangle GHI$ 有 2 個角的角度和 $\triangle ABC$ 相等，假設兩角的夾邊 \overline{HI} 是 \overline{BC} 的 k 倍，其中 $k > 0$ ，並畫出 $\triangle A'B'C'$ ，再說明 $\triangle A'B'C'$ 與題目的 $\triangle GHI$ 全等，又 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，推論出 $\triangle GHI$ 與 $\triangle ABC$ 相似。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

【AA相似性質】

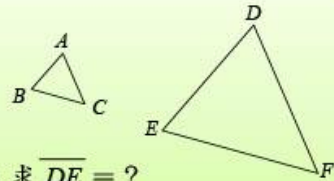
如果兩個三角形的兩組對應角相等，可得這兩個三角形相似，
這個性質稱為 **AA相似性質**。

(11) 如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，

已知 $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

② 如果 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{EF} = 12$ ，求 $\overline{DE} = ?$



解：① 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，因為 $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ ，

所以， $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA相似性質)。

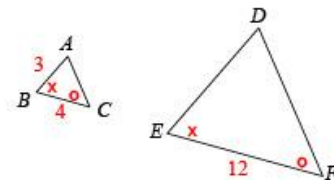
② 因為 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，

$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的對應邊成比例，

$$\text{得 } \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$$

$$3 : \overline{DE} = 4 : 12$$

$$\overline{DE} = 9$$



答：①是，②9



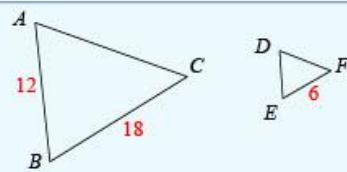
隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，

已知 $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle F$ ，請問：

① $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

② 如果 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $\overline{EF} = 6$ ，求 $\overline{DE} = ?$



答：①是，②4。



教材內容說明：

1. 本教材第 11~14 頁的教學重點是幫助學生學習 AA 相似性質。

本頁教學重點為利用三角形兩角及其夾邊的縮放說明兩三角形相似。

2. 本頁上半部重點框為 AA 相似性質的定義。

3. 第(11)題給定兩個三角形兩組角相等的條件及其圖形，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：要求學生算出指定邊的長度。

子問題①的解題方法：

因為兩三角形的兩組角相等，根據 AA 相似性質，得這兩個三角形相似。

子問題②的解題方法：

利用相似三角形對應邊成比例，算出 \overline{DE} 。

4. 本頁隨堂練習給定兩三角形兩組角相等的條件，要求學生判斷兩三角形是否相似及算出指定邊的長度，評量學生利用相似三角形解題的能力。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

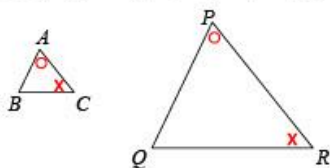
(12) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，已知 $\angle A = \angle P$ ， $\angle C = \angle R$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 是否相似？

② 如果 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{PQ} = 12$ ，求 $\overline{QR} = ?$

解：① 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，因為 $\angle A = \angle P$ ， $\angle C = \angle R$ ，

畫出兩個三角形，並在對應的角標上相同的記號，如圖，



因為兩個三角形的兩組對應角相等，

所以， $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ (AA 相似性質)。

② 因為 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ，

$\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 的對應邊成比例，

其中 \overline{AB} 的對應邊為 \overline{PQ} ， \overline{BC} 的對應邊為 \overline{QR} ，

得 $\overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{BC} : \overline{QR}$

$$4 : 12 = 5 : \overline{QR}$$

$$\overline{QR} = 15$$

答：①是，②15



隨堂練習

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，已知 $\angle B = \angle Q$ ， $\angle C = \angle R$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 是否相似？

② 如果 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{QR} = 20$ ，求 $\overline{PR} = ?$

答：①是；②25。



教材內容說明：

1. 本教材第 11~14 頁的教學重點是幫助學生學習 AA 相似性質。

本頁教學重點為利用 AA 相似性質判斷兩三角形相似及其應用。

2. 第(12)題給定兩個三角形兩組角相等的條件，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：要求學生算出指定邊的長度。

子問題①的解題方法：

畫出兩個三角形，在相同的角畫相同的記號，得 $\angle B$ 的對應角為 $\angle Q$ 。

因為兩三角形的兩組角相等，根據 AA 相似性質，得這兩個三角形相似。

子問題②的解題方法：

利用相似三角形對應邊成比例，算出 \overline{QR} 。



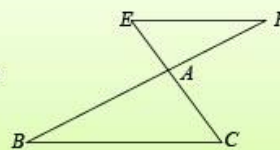
基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。

(13) 如圖， \overline{BF} 和 \overline{CE} 相交於一點 A ，

已知 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{AF} = 4$ ， $\overline{AC} = \frac{7}{2}$ 。

請問：① 說明 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ 。

② $\overline{AB} = ?$



解：① 如圖，在 $\triangle AEF$ 與 $\triangle ABC$ 中，

因為 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，所以 $\angle AEF = \angle ACB$ (內錯角相等)，

又 $\angle EAF = \angle BAC$ (對頂角相等)，

所以 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (AA 相似性質)。

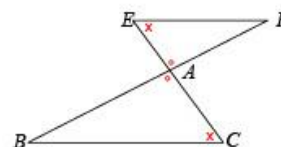
② 因為 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$

兩個三角形的對應邊成比例，

得 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AF} : \overline{AB}$

$$3 : \frac{7}{2} = 4 : \overline{AB}$$

$$\overline{AB} = \frac{14}{3}$$



答：①是，② $\frac{14}{3}$



教材內容說明：

1. 本教材第 11~14 頁的教學重點是幫助學生學習 AA 相似性質。

本頁教學重點為利用 AA 相似性質判斷兩三角形相似及其應用。

2. 第(13)題給定以兩條相交於一點的直線構成的兩三角形及部分線段長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷兩三角形是否相似。

子問題②：要求學生算出指定邊的長度。

子問題①的解題方法：

先找出兩三角形相似的條件：

(1) 因為 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，得 $\angle AEF = \angle ACB$ (內錯角相等)。

(2) 因為兩直線相交於一點，得對頂角相等。

因為兩三角形的兩組角相等，根據 AA 相似性質，得這兩個三角形相似。

子問題②的解題方法：

利用相似三角形對應邊成比例，算出 \overline{QR} 。



基本學習內容:SC-9-2-1 三角形的AA、SAS、SSS相似性質。



小試身手

1. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，

已知 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{DE} = 8$ ， $\overline{DF} = 4$ ， $\overline{EF} = 6$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

② $\angle B$ 的對應角是哪一個角？

答：①是，② $\angle F$

2. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，

已知 $\angle A = \angle D$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{DE} = 20$ ， $\overline{DF} = 30$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 是否相似？

② $\angle B$ 的對應角是哪一個角？

③如果 $\overline{BC} = 6$ ，求 $\overline{EF} = ?$

答：①是，② $\angle F$ ，③15

3. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，已知 $\angle A = \angle P$ ， $\angle C = \angle R$ ，

請問：① $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 是否相似？

②如果 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{PQ} = 5$ ，求 $\overline{QR} = ?$

答：①是，②6



教材內容說明：

1. 本教材第 15 頁的教學重點是小試身手。

第 1 題評量學生利用 SSS 相似性質判斷相似三角形及利用相似三角形解題的能力。

第 2 題評量學生利用 SAS 相似性質判斷相似三角形及利用相似三角形解題的能力。

第 3 題評量學生利用 AA 相似性質判斷相似三角形及利用相似三角形解題的能力。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9

年級數學

