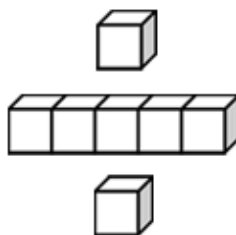




基本學習內容：SC-9-2-2

相似三角形對應面積之比
為其對應邊長平方之比

【教師用】





基本學習內容：SC-9-2-2

學習內容：

S-9-2 三角形的相似性質：三角形的相似判定（AA、SAS、SSS）；

對應邊長之比＝對應高之比；對應面積之比＝對應邊長平方之比；

利用三角形相似的概念解應用問題；相似符號（ \sim ）。

基本學習內容：

SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

基本學習表現：

SCP-9-2-2-1 認識相似三角形對應邊長之比等於對應高之比。

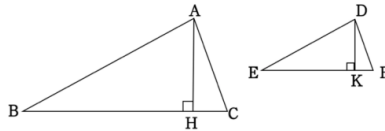
SCP-9-2-2-2 認識相似三角形對應面積之比等於對應邊(或對應高)平方之比。



概要說明：

■ 基本學習內容是 SC-9-2-1 的後續學習概念，故學生應已認識三角形的 AA、SAS、SSS 相似性質。本基本學習內容將學習相似三角形中，透過對應邊長之比等於其對應高之比，幫助學生理解面積之比等於其對應邊長平方之比。

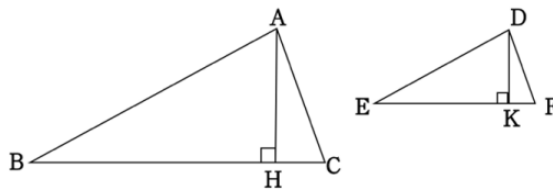
■ 例如： $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為兩相似三角形，如下圖，



所以對應角相等，對應邊成比例。即 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$ 和 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ ，設 \overline{AH} 為 $\triangle ABC$ 中 \overline{BC} 對應的高， \overline{DK} 為 $\triangle DEF$ 中 \overline{EF} 對應的高。因為 $\angle B = \angle E$ 且 $\angle AHB = 90^\circ = \angle DKE$ ，由「AA 相似」可得 $\triangle ABH \sim \triangle DEK$ 。因此， $\overline{AH} : \overline{DK} = \overline{AB} : \overline{DE}$ ，即兩相似三角形中，對應邊長之比 = 對應高之比。

■ 理解兩相似長方形中，對應面積之比 = 對應邊長平方比。

■ 理解兩相似三角形中，對應面積之比 = 對應邊長平方比。以下圖為例說明， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 相似，且 $\overline{BC} = 15$ ，其對應邊 $\overline{EF} = 7$ 。



因為對應邊長之比 = 對應高之比，所以 $\overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AH} : \overline{DK} = 15 : 7$ 。

設 $\overline{AH} = 15r$ 、 $\overline{DK} = 7r$ 。

$$\text{則 } \triangle ABC \text{ 的面積} = \frac{\overline{BC} \times \overline{AH}}{2} = \frac{15 \times 15r}{2}$$

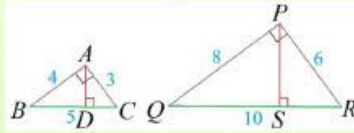
$$\triangle DEF \text{ 的面積} = \frac{\overline{EF} \times \overline{DK}}{2} = \frac{7 \times 7r}{2}$$

$$\text{所以 } \triangle ABC \text{ 的面積} : \triangle DEF \text{ 的面積} = \frac{15 \times 15r}{2} : \frac{7 \times 7r}{2} = 152 : 72 = \overline{BC}^2 : \overline{EF}^2。$$



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

- (1) 如圖， $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 P 、 Q 、 R ，其中 \overline{AD} 是 \overline{BC} 邊上的高， \overline{PS} 是 \overline{QR} 邊上的高。



- 請問：①求 \overline{AD} 和 \overline{PS} 的長？
 ② $\overline{BC} : \overline{QR}$ 和 $\overline{AD} : \overline{PS}$ 是否相等？

解：

- ① 因為 \overline{AD} 、 \overline{PS} 都是直角三角形斜邊上的高，

直角三角形斜邊上的高 = $\frac{\text{兩股乘積}}{\text{斜邊}}$

$$\overline{AD} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\overline{PS} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

- ② $\overline{BC} : \overline{QR} = 5 : 10 = 1 : 2$

$$\overline{AD} : \overline{PS} = \frac{12}{5} : \frac{24}{5} = 1 : 2$$

所以， $\overline{BC} : \overline{QR} = \overline{AD} : \overline{PS}$

答：① $\overline{AD} = \frac{12}{5}$ 、 $\overline{PS} = \frac{24}{5}$ ，②是



教材內容說明：

1. 本教材第 1~6 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應邊之比等於其對應高之比。

本頁教學重點為幫助學生利用直角三角形發現相似三角形對應邊的比和其對應高的比相等。

2. 第(1)題給定兩個相似直角三角形及其邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生分別算出兩個直角三角形斜邊上的高。

子問題②：要求學生判斷 $\overline{BC} : \overline{QR}$ 和 $\overline{AD} : \overline{PS}$ 是否相等。

子問題①的解題方法：

利用公式「直角三角形斜邊上的高 = $\frac{\text{兩股乘積}}{\text{斜邊}}$ 」，算出 \overline{AD} 和 \overline{PS} 的長。

子問題②的解題方法：

直接寫出兩組比，並約成最簡整數比，即可得兩組比相等。



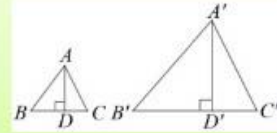
基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

(2) 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，

請問：① $\triangle ABD$ 與 $\triangle A'B'D'$ 是否相似？

② $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 和 $\overline{AB} : \overline{A'B'}$ 是否相等？



解：① 如圖，

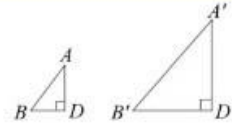
在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 中，

因為 $\angle B = \angle B'$ ($\because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$)

$\angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ$ ($\because \overline{AD} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$)

因為兩個三角形的兩組對應角相等，

由 AA 相似性質， $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ 。



② 因為 $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ ， $\triangle ABD$ 與 $\triangle A'B'D'$ 的對應邊成比例，

得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$

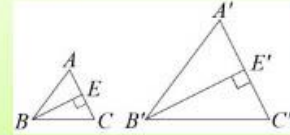
答：①是，②是

(3) 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ 於 E 點， $\overline{B'E'} \perp \overline{A'C'}$ 於 E' 點，

問題：① $\triangle BCE$ 與 $\triangle B'C'E'$ 是否相似？

② $\overline{BE} : \overline{B'E'}$ 和 $\overline{AC} : \overline{A'C'}$ 是否相等？



解：① 在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle B'C'E'$ 中，

因為 $\angle C = \angle C'$ ， $\angle BEC = \angle B'E'C' = 90^\circ$

由 AA 相似性質， $\triangle BCE \sim \triangle B'C'E'$ 。

② $\triangle BCE \sim \triangle B'C'E'$ ， $\triangle BCE$ 與 $\triangle B'C'E'$ 的對應邊成比例，

得 $\overline{BE} : \overline{B'E'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$

又 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AC} : \overline{A'C'}$

得 $\overline{BE} : \overline{B'E'} = \overline{AC} : \overline{A'C'}$

答：①是，②是



教材內容說明：

1. 本教材第 1~6 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應邊之比等於其對應高之比。

本頁教學重點為幫助學生學習兩個相似三角形邊長的比與對應高的比的關係。

2. 第(2)題給定兩個相似三角形及底邊上的高，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷指定的兩個三角形是否相似。

子問題②：要求學生判斷 $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 和 $\overline{AB} : \overline{A'B'}$ 是否相等。

子問題①的解題方法：

找出兩個三角形相似的條件，找到兩組角對應相等，由 AA 相似性質，判定這兩個三角形相似。

子問題②的解題方法：

由兩個相似三角形對應邊成比例，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ 。

3. 第(3)題給定兩個相似三角形及指定邊上的高，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷指定的兩個三角形是否相似。

子問題②：要求學生判斷 $\overline{BE} : \overline{B'E'}$ 和 $\overline{AC} : \overline{A'C'}$ 是否相等。

子問題①的解題方法：

找出兩個三角形相似的條件，找到兩組角對應相等，由 AA 相似性質，判定這兩個三角形相似。

子問題②的解題方法：

由兩個相似三角形對應邊成比例，得 $\overline{BE} : \overline{B'E'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$ ，

又 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，得 $\overline{BE} : \overline{B'E'} = \overline{AC} : \overline{A'C'}$ 。

● 如果學生無法理解相似三角形的性質，教師可以參閱 SC-9-2-1 的教材，或提供 SC-9-2-1 的教材讓學生練習。

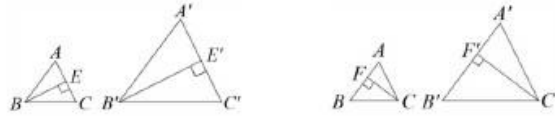
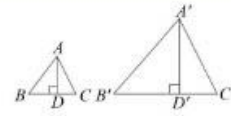


基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

如圖， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，

其中 \overline{AD} 是 \overline{BC} 邊上的高， $\overline{A'D'}$ 是 $\overline{B'C'}$ 邊上的高，

得 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{AC} : \overline{A'C'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。



如果 \overline{BE} 是 \overline{AC} 邊上的高， $\overline{B'E'}$ 是 $\overline{A'C'}$ 邊上的高，

得 $\triangle ABC$ 的對應邊長： $\triangle A'B'C'$ 的對應邊長 = $\overline{BE} : \overline{B'E'}$ 。

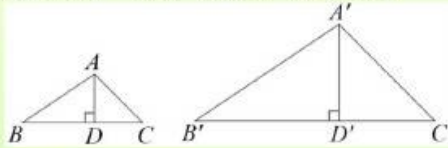
如果 \overline{CF} 是 \overline{AB} 邊上的高， $\overline{C'F'}$ 是 $\overline{A'B'}$ 邊上的高，

得 $\triangle ABC$ 的對應邊長： $\triangle A'B'C'$ 的對應邊長 = $\overline{CF} : \overline{C'F'}$ 。



(4) 如圖， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，

其中 \overline{AD} 是 \overline{BC} 邊上的高， $\overline{A'D'}$ 是 $\overline{B'C'}$ 邊上的高，



如果 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{B'C'} = 18$ ， $\overline{AD} = 4$ ，

請問：① $\overline{AD} : \overline{A'D'} = ?$ ② $\overline{A'D'} = ?$

解：①因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，兩個相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，

得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = 12 : 18 = 2 : 3$ 。

$$\textcircled{2} \overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$$

$$4 : \overline{A'D'} = 2 : 3$$

$$2 \times \overline{A'D'} = 4 \times 3$$

$$\overline{A'D'} = 6$$

答：6



教材內容說明：

1. 本教材第 1~6 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應邊之比等於其對應高之比。

本頁教學重點為幫助學生利用兩個相似三角形邊長的比等於對應高的比來解決問題。

2. 本頁教師提示重點為兩個相似三角形的高在三角形內部時，對應邊之比等於其對應高之比。

3. 第(4)題給定兩個相似三角形及其部分邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。

子問題②：要求學生計算 $\overline{A'D'}$ 的長。

子問題①的解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得

$$\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$$

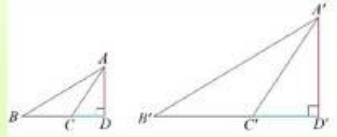
子問題②的解題方法：

利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，計算出 $\overline{A'D'}$ 。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

- (5) 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，其中 \overline{AD} 是 \overline{BC} 邊上的高， $\overline{A'D'}$ 是 $\overline{B'C'}$ 邊上的高，



- 請問：① $\triangle ABD$ 與 $\triangle A'B'D'$ 是否相似？
 ② $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 和 $\overline{BC} : \overline{B'C'}$ 是否相等？

解：① 如圖，在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 中，

因為 $\angle B = \angle B'$ ($\because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$)

$\angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ$ ($\because \overline{AD} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$)

由 AA 相似性質， $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$

- ② 因為 $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ ，

$\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ ，又 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，

得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$

兩個相似三角形，不管高在三角形內部或外部，
對應邊之比等於對應高之比。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~6 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應邊之比等於其對應高之比。

本頁教學重點為幫助學生學習當兩相似三角形的高在三角形外部時，兩個相似三角形邊長的比也會等於對應高的比。

2. 第(5)題給定兩個相似三角形及底邊上的高，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生判斷指定的兩個三角形是否相似。

子問題②：要求學生判斷 $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 和 $\overline{BC} : \overline{B'C'}$ 是否相等。

子問題①的解題方法：

找出兩個三角形相似的條件，找到兩組角對應相等，由 AA 相似性質，判定這兩個三角形相似。

子問題②的解題方法：

由兩個相似三角形對應邊成比例，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ ，

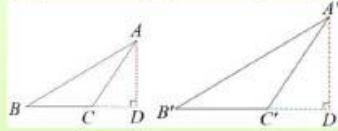
又 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$ 。

3. 本頁教師提示重點為兩個相似三角形的高不管在三角形內部或外部，兩個相似三角形的對應邊之比等於其對應高之比。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

(6) 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，其中 \overline{AD} 是 \overline{BC} 邊上的高， $\overline{A'D'}$ 是 $\overline{B'C'}$ 邊上的高，



如果 $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{B'C'} = 24$ ， $\overline{AD} = 12$ ，

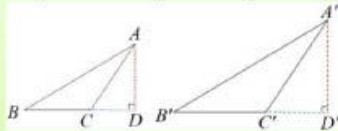
請問：① $\overline{AD} : \overline{A'D'} = ?$ ② $\overline{A'D'} = ?$

解：① 因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，兩個相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = 16 : 24 = 2 : 3$ 。

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \overline{AD} : \overline{A'D'} &= \overline{BC} : \overline{B'C'} \\ 12 : \overline{A'D'} &= 2 : 3 \\ 2 \times \overline{A'D'} &= 12 \times 3 \\ \overline{A'D'} &= 18 \end{aligned}$$

答：18

(7) 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，其中 \overline{AD} 是 \overline{BC} 邊上的高， $\overline{A'D'}$ 是 $\overline{B'C'}$ 邊上的高，



如果 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{A'B'} = 10$ ， $\overline{AD} = 20$ ，請問 $\overline{A'D'} = ?$

解：因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，兩個相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$

$$\begin{aligned} 20 : \overline{A'D'} &= 8 : 10 \\ 8 \times \overline{A'D'} &= 20 \times 10 \\ \overline{A'D'} &= 25 \end{aligned}$$

答：25



教材內容說明：

1. 本教材第 1~6 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應邊之比等於其對應高之比。

本頁教學重點為幫助學生當兩相似三角形的高在三角形外部時，利用兩個相似三角形邊長的比等於對應高的比來解決問題。

2. 第(6)題給定兩個相似三角形及其部分邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。

子問題②：要求學生計算 $\overline{A'D'}$ 的長。

子問題①的解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得

$$\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}。$$

子問題②的解題方法：

利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，計算出 $\overline{A'D'}$ 。

3. 第(7)題給定兩個相似三角形及其部分邊長，要求學生計算 $\overline{A'D'}$ 的長。

解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得

$$\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}。$$

再利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，計算出 $\overline{A'D'}$ 。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

- (8) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
其中 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，
如果 $\overline{B'C'} = 10$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{A'D'} = 5$
請問：① $\overline{BC} : \overline{B'C'} = ?$ ② $\overline{BC} = ?$

解：① 因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，兩個相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，
得 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AD} : \overline{A'D'} = 3 : 5$ 。

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \overline{BC} : \overline{B'C'} &= \overline{AD} : \overline{A'D'} \\ \overline{BC} : 10 &= 3 : 5 \\ 5 \times \overline{BC} &= 10 \times 3 \\ \overline{BC} &= 6 \end{aligned}$$

答：6

- (9) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
其中 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，
如果 $\overline{AB} = 56$ ， $\overline{AD} = 35$ ， $\overline{A'D'} = 15$
請問：① $\overline{AB} : \overline{A'B'} = ?$ ② $\overline{A'B'} = ?$

解：① 因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，兩個相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，
得 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{AD} : \overline{A'D'} = 35 : 15 = 7 : 3$ 。

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \overline{AB} : \overline{A'B'} &= \overline{AD} : \overline{A'D'} \\ 56 : \overline{A'B'} &= 7 : 3 \\ 7 \times \overline{A'B'} &= 56 \times 3 \\ \overline{A'B'} &= 24 \end{aligned}$$

答：24



教材內容說明：

1. 本教材第 1~6 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應邊之比等於其對應高之比。

本頁教學重點為幫助學生利用兩個相似三角形邊長的比等於對應高的比來解決問題。

2. 第(8)題給定兩個相似三角形及其部分邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{BC} : \overline{B'C'}$ 。

子問題②：要求學生計算 \overline{BC} 的長。

子問題①的解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。

子問題②的解題方法：

利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，計算出 \overline{BC} 。

3. 第(9)題給定兩個相似三角形及其部分邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{AB} : \overline{A'B'}$ 。

子問題②：要求學生計算 $\overline{A'B'}$ 的長。

子問題①的解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。

子問題②的解題方法：

利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，計算出 $\overline{A'B'}$ 。

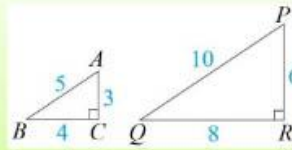


基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

(10) 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle PQR$ 是相似三角形。

請問：① $\overline{BC} : \overline{QR} = ?$

② $\triangle ABC$ 面積： $\triangle PQR$ 面積 = ?

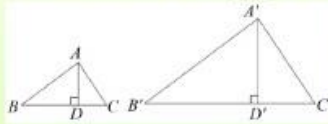


解：① $\overline{BC} : \overline{QR} = 4 : 8 = 1 : 2$

② $\triangle ABC$ 面積： $\triangle PQR$ 面積 = $\frac{3 \times 4}{2} : \frac{6 \times 8}{2} = 6 : 24 = 1 : 4$

答：① 1 : 2，② 1 : 4

(11) 如圖， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，



已知 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，

如果 $\overline{A'B'} = 2 \overline{AB}$ ，請問 $\triangle A'B'C'$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的多少倍？

解：因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $\overline{A'B'} = 2 \overline{AB}$ ，

可得 $\overline{B'C'} = 2 \overline{BC}$ ， $\overline{A'D'} = 2 \overline{AD}$ ，

$$\triangle ABC = \frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2}$$

$$\triangle A'B'C' = \frac{\overline{B'C'} \times \overline{A'D'}}{2} = \frac{2 \overline{BC} \times 2 \overline{AD}}{2} = 2 \times 2 \times \frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2}$$

得 $\triangle A'B'C' = 2^2 \times \triangle ABC$

當 $\triangle A'B'C'$ 的邊長是 $\triangle ABC$ 的邊長的 2 倍時，

$\triangle A'B'C'$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的 2^2 倍。

答： 2^2 倍



教材內容說明：

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比。

本頁教學重點為幫助學生學習當兩個相似三角形的對應邊長是 2 倍的關係時，其對應面積為 2^2 倍。

2. 第(10)題給定兩個相似三角形及其邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{BC} : \overline{QR}$ 。

子問題②：要求學生寫出 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle PQR$ 面積。

子問題①的解題方法：

直接寫出 $\overline{BC} : \overline{QR}$ ，並約成最簡整數比。

子問題②的解題方法：

直接算出兩個三角形面積，並寫出兩個三角形的面積比。

3. 第(11)題給定兩個相似三角形及其中一組對應邊的倍數關係，要求學生算出 $\triangle A'B'C'$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的多少倍。

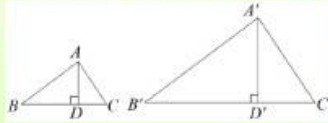
解題方法：

利用兩個相似三角形對應邊成比例，寫出兩個三角形其它組對應邊的倍數關係， $\triangle A'B'C'$ 邊長都是 $\triangle ABC$ 邊長的 2 倍，再分別寫出兩個三角形的面積，整理出 $\triangle A'B'C' = 2^2 \times \triangle ABC$ ，得到當 $\triangle A'B'C'$ 的邊長是 $\triangle ABC$ 的邊長的 2 倍時， $\triangle A'B'C'$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的 2^2 倍。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

(12) 如圖， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，



已知 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，

如果 $\overline{A'B'} = k \overline{AB}$ ，請問 $\triangle A'B'C'$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的多少倍？

解：因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $\overline{A'B'} = k \overline{AB}$ ，

可得 $\overline{B'C'} = k \overline{BC}$ ， $\overline{A'D'} = k \overline{AD}$ ，

$$\triangle ABC = \frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2}$$

$$\triangle A'B'C' = \frac{\overline{B'C'} \times \overline{A'D'}}{2} = \frac{k \overline{BC} \times k \overline{AD}}{2} = k \times k \times \frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2}$$

$$\text{得 } \triangle A'B'C' = k^2 \times \triangle ABC$$

當 $\triangle A'B'C'$ 的邊長是 $\triangle ABC$ 的邊長的 k 倍時，

$\triangle A'B'C'$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的 k^2 倍。

答： k^2 倍

已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，

當 $\triangle ABC$ 的邊長是 $\triangle A'B'C'$ 的邊長的 k 倍時，

則 $\triangle ABC$ 的面積是 $\triangle A'B'C'$ 的面積的 k^2 倍。





教材內容說明：

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比。

本頁教學重點為幫助學生學習當兩個相似三角形的對應邊長是 k 倍的關係時，其對應面積為 k^2 倍。

2. 第(12)題給定兩個相似三角形及其中一組對應邊的倍數關係，要求學生算出 $\triangle A'B'C'$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的多少倍。

解題方法：

利用兩個相似三角形對應邊成比例，寫出兩個三角形其它組對應邊的倍數關係， $\triangle A'B'C'$ 邊長都是 $\triangle ABC$ 邊長的 k 倍，再分別寫出兩個三角形的面積，整理出 $\triangle A'B'C' = k^2 \times \triangle ABC$ ，得到當 $\triangle A'B'C'$ 的邊長是 $\triangle ABC$ 的邊長的 k 倍時， $\triangle A'B'C'$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的 k^2 倍。

- 建議教師提醒學生 $\overline{A'B'} = k \overline{AB}$ 這裡的 k 倍可以是放大，也可以是縮小。當 $k > 1$ 時， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的 k 倍放大圖；當 $0 < k < 1$ 時， $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的 k 倍縮小圖。為了方便舉例，這裡用放大圖來說明。

3. 本頁教師提示重點為兩個相似三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ ，當 $\triangle ABC$ 的邊長是 $\triangle A'B'C'$ 的邊長的 k 倍時，則 $\triangle ABC$ 的面積是 $\triangle A'B'C'$ 的面積的 k^2 倍。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

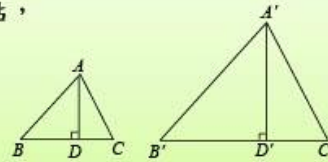
- (13) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
如果 $\overline{B'C'} = 2\overline{BC}$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 10，請問 $\triangle A'B'C'$ 的面積 = ？

解：因為 $\overline{B'C'} = 2\overline{BC}$ ，代表 $\triangle A'B'C'$ 的邊長是 $\triangle ABC$ 的邊長的 2 倍，
所以 $\triangle A'B'C'$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的 2^2 倍，也就是 4 倍，
 $\triangle A'B'C'$ 的面積 = $\triangle ABC$ 的面積 $\times 4 = 10 \times 4 = 40$ 。

答：40

- (14) 如圖， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
已知 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，
如果 $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{B'C'} = 12$ ，請問：

- ① $\overline{AD} : \overline{A'D'} = ?$
② $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 = ？



解：① 因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，
兩個相似三角形對應邊長的比為其對應高的比，
 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = 8 : 12 = 2 : 3$

- ② 假設 $\overline{AD} = 2r$ ， $\overline{A'D'} = 3r$ ，其中 $r \neq 0$ ，

$$\triangle ABC \text{ 的面積} = 8 \times 2r \times \frac{1}{2} = 8r$$

$$\triangle A'B'C' \text{ 的面積} = 12 \times 3r \times \frac{1}{2} = 18r$$

$$\triangle ABC \text{ 的面積} : \triangle A'B'C' \text{ 的面積} = 8r : 18r = 4 : 9$$

答：① 2 : 3，② 4 : 9



教材內容說明：

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比。

本頁教學重點為幫助學生學習利用當兩個相似三角形的對應邊長是 k 倍的關係時，其對應面積為 k^2 倍來解決問題。幫助學生建立相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比的概念。

2. 第(13)題給定兩個相似三角形對應邊的倍數關係及其中一個三角形的面積，要求學生算出另一個三角形的面積。

解題方法：

由 $\overline{B'C'} = 2\overline{BC}$ ，代表 $\triangle A'B'C'$ 邊長是 $\triangle ABC$ 邊長的 2 倍，

得 $\triangle A'B'C'$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的 2^2 倍，

所以， $\triangle A'B'C'$ 的面積 = $\triangle ABC$ 的面積 $\times 4$ 。

3. 第(14)題給定兩個相似三角形及部分邊長，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。

子問題②：要求學生寫出 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積。

子問題①的解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ 。

子問題②的解題方法：

假設兩個三角形的高分別為 $\overline{AD} = 2r$ ， $\overline{A'D'} = 3r$ ，其中 $r \neq 0$ ，

再分別寫出兩個三角形的面積，最後寫成比。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

- (15) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
其中 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，
如果 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 3 : 4$ ，請問：
① $\overline{AD} : \overline{A'D'} = ?$
② $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 = ?

解：① 因為 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，

兩個相似三角形對應邊長的比為其對應高的比，

$$\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = 3 : 4$$

② 假設 $\overline{BC} = 3r$ ， $\overline{B'C'} = 4r$ ， $\overline{AD} = 3k$ ， $\overline{A'D'} = 4k$ ，其中 $r \neq 0$ ， $k \neq 0$ ，

$\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積

$$\begin{aligned} &= \frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2} : \frac{\overline{B'C'} \times \overline{A'D'}}{2} \\ &= \frac{3r \times 3k}{2} : \frac{4r \times 4k}{2} \\ &= 3^2 : 4^2 \end{aligned}$$

答：① $3 : 4$ ，② $3^2 : 4^2$

由上題知，兩個相似三角形的邊長比為 $3 : 4$ ，

其面積比為 $3^2 : 4^2$ ，也就是邊長的平方比。

已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，

若 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = m : n$ ，

則 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 = $m^2 : n^2$ 。

即兩個相似三角形面積之比等於對應邊長平方之比。





教材內容說明：

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比。

本頁教學重點為幫助學生建立相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比的概念。

2. 第(15)題給定兩個相似三角形其中一組對應邊的比，要求學生回答 2 個子問題：

子問題①：要求學生寫出 $\overline{AD} : \overline{A'D'}$ 。

子問題②：要求學生寫出 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積。

子問題①的解題方法：

利用相似三角形對應邊長之比等於對應高之比，得 $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$ 。

子問題②的解題方法：

假設兩個三角形的底和高，

$\overline{BC} = 3r$ ， $\overline{B'C'} = 4r$ ， $\overline{AD} = 3k$ ， $\overline{A'D'} = 4k$ ，其中 $r \neq 0$ ， $k \neq 0$ ，再寫出兩個三角形的面積比。

3. 本頁教師提示重點為兩個相似三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ ，當 $\triangle ABC$ 與 $\triangle A'B'C'$ 的對應邊長比為 $m : n$ 時，則當 $\triangle ABC$ 與 $\triangle A'B'C'$ 的面積比為 $m^2 : n^2$ ，即兩個相似三角形面積之比等於對應邊長平方之比。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

(16) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
如果 $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{B'C'} = 2$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 36，
請問 $\triangle A'B'C'$ 的面積 = ？

解：【方法一】

因為 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 3 : 2$

得 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 = $3^2 : 2^2$

$36 : \triangle A'B'C'$ 的面積 = $9 : 4$

$9 \times \triangle A'B'C'$ 的面積 = 36×4

$\triangle A'B'C'$ 的面積 = 16。

【方法二】

因為 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 3 : 2 = 1 : \frac{2}{3}$ ， $\overline{B'C'} = \overline{BC} \times \frac{2}{3}$ ，

也就是 $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 的 $\frac{2}{3}$ 倍縮小圖，

得 $\triangle A'B'C'$ 的面積是 $\triangle ABC$ 的面積的 $(\frac{2}{3})^2$ 倍，

$\triangle A'B'C'$ 的面積 = $\triangle ABC$ 的面積 $\times (\frac{2}{3})^2 = 36 \times \frac{4}{9} = 16$ 。

答：16



隨堂練習

已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
如果 $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{B'C'} = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 12，
請問 $\triangle A'B'C'$ 的面積 = ？

答：108



教材內容說明：

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比。

本頁教學重點為幫助學生利用相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比來解決問題。

2. 第(16)題給定兩個相似三角形的部分邊長及其中一個三角形的面積，要求學生算出另一個三角形的面積。

解題方法：

方法一：

利用「兩個相似三角形面積之比等於對應邊長平方之比」，

先算出對應邊的比 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 3 : 2$ ，得 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 $= 3^2 : 2^2$ ，最後計算出 $\triangle A'B'C'$ 的面積。

方法二：

先利用 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 3 : 2$ ，得到 $\overline{B'C'} = \overline{BC} \times \frac{2}{3}$ ，即 $\triangle A'B'C'$ 邊長是 $\triangle ABC$ 邊長的 $\frac{2}{3}$ 倍，則 $\triangle A'B'C'$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的 $(\frac{2}{3})^2$ 倍，所以， $\triangle A'B'C'$ 的面積 $= \triangle ABC$ 的面積 $\times (\frac{2}{3})^2$ 。

- 本題解題方法有兩種，建議教師提醒學生當相似圖形縮放倍數為不為整數時，通常使用方法一來解題較為方便。

3. 本頁隨堂練習給定兩個相似三角形的部分邊長及其中一個三角形的面積，要求學生算出另一個三角形的面積，評量學生相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比解題的能力。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。

(17) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F ，
如果 $\triangle ABC$ 面積為 15， $\triangle DEF$ 面積為 60， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ，
請問 $\overline{EF} = ?$

解：【方法一】

因為 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle DEF$ 面積 = 15：60 = 1：4，
代表 $\triangle DEF$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的 4 倍，也就是 2^2 倍，
得 $\triangle DEF$ 邊長是 $\triangle ABC$ 邊長的 2 倍，
又 \overline{EF} 的對應邊為 \overline{BC} ，
得 $\overline{EF} = 2 \overline{BC} = 10$ 。

【方法二】

因為 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle DEF$ 面積 = 15：60 = 1：4，也就是 $1：2^2$ ，
得 $\triangle ABC$ 邊長： $\triangle DEF$ 邊長 = 15：60 = 1：2，
 \overline{EF} 的對應邊為 \overline{BC} ，
得 $\overline{BC}：\overline{EF} = 1：2$
 $5：\overline{EF} = 1：2$
 $\overline{EF} = 5 \times 2 = 10$ 。

答：10



隨堂練習

已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F ，
如果 $\triangle ABC$ 面積為 90， $\triangle DEF$ 面積為 10， $\overline{AB} = 45$ ， $\overline{BC} = 30$ ，
請問 $\overline{DE} = ?$

答：10



教材內容說明：

1. 本教材第 7~12 頁的教學重點是幫助學生學習相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比。

本頁教學重點為幫助學生利用相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比來解決問題。

2. 第(17)題給定兩個相似三角形的部分邊長及兩個三角形的面積，要求學生算出某一個三角形的邊長。

解題方法：

方法一：

先算出兩個三角形的面積比，得到兩個三角形面積的倍數關係，推得兩個三角形邊長的倍數關係，再找出 \overline{EF} 的對應邊 \overline{BC} ，最後計算出 \overline{EF} 的長度。

方法二：

先算出兩個三角形的面積比，推得兩個三角形的邊長比，找出 \overline{EF} 的對應邊 \overline{BC} ，再利用兩個相似三角形對應邊成比例，最後計算出 \overline{EF} 的長度。

3. 本頁隨堂練習給定兩個相似三角形的部分邊長及其中一個三角形的面積，要求學生算出另一個三角形的面積，評量學生利用相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比解題的能力。



基本學習內容：SC-9-2-2 相似三角形對應面積之比為其對應邊長平方之比。



小試身手

1. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
其中 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{A'D'} \perp \overline{B'C'}$ 於 D' 點，
如果 $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{B'C'} = 5$ ， $\overline{A'D'} = 30$ ，
請問：① $\overline{AD} : \overline{A'D'} = ?$ ② $\overline{AD} = ?$

答：① 2 : 1，② 60

2. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 A' 、 B' 、 C' ，
如果 $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{B'C'} = 4$ ， $\triangle A'B'C'$ 的面積為 12，
請問：① $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle A'B'C'$ 的面積 = ?
② $\triangle ABC$ 的面積 = ?

答：① 1 : 4，② 3

3. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 P 、 Q 、 R ，
如果 $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{QR} = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 20，
請問 $\triangle PQR$ 的面積 = ?

答：45



教材內容說明：

1. 本教材第 13 頁的教學重點是小試身手。

第 1 題評量學生利用兩個相似三角形的對應邊之比等於其對應高之比解題的能力。

第 2 題評量學生利用相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比解題的能力。

第 3 題評量學生利用相似三角形對應面積之比等於其對應邊長平方之比解題的能力。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學
學生學習扶助教材 **9** 年級數學

