

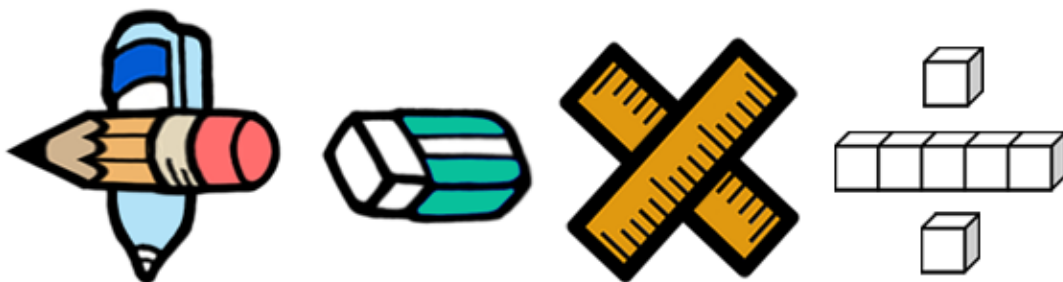


基本學習內容：SC-9-12-1、2

空間中線與面的平行與垂直

空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係

【教師用】





基本學習內容：SC-9-12-1、2

學習內容：

S-9-12 空間中的線與平面：長方體與正四面體的示意圖，利用長方體與正四面體作為特例，介紹線與線的平行、垂直與歪斜關係，線與平面的垂直與平行關係。

備註：S-5-6 僅教授「面與面的平行與垂直」，並且以操作活動為主。本條目則新增「空間中的線與線的垂直、平行、歪斜，以及線與面的平行與垂直」，且以理解數學概念為主。

基本學習內容：

SC-9-12-1 空間中線與面的平行與垂直。

SC-9-12-2 空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

基本學習表現：

SCP-9-12-1-1 在長方體中，認識線與面的平行關係。

SCP-9-12-1-2 在長方體中，認識線與面的垂直關係。

SCP-9-12-2-1 在長方體中，認識線與線的垂直關係。

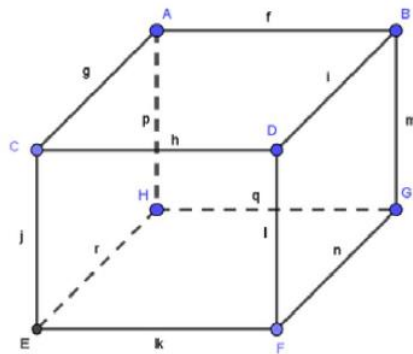
SCP-9-12-2-2 在長方體中，認識線與線的平行關係。

SCP-9-12-2-3 在長方體及四面體中，認識線與線的歪斜關係。

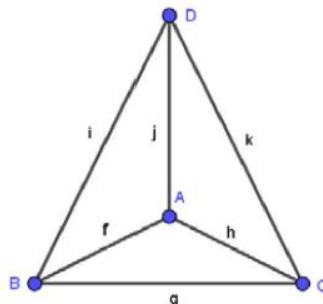


概要說明：

- 基本學習內容 SC-9-12-1 及 SC-9-12-2 是 SC-5-6-1 的後續學習概念，故學生應該已認識面與面的平行與垂直。
- 本基本學習內容幫助學生認識空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係，以及空間中線與面的平行與垂直。
- 本基本學習內容不討論「空間中兩線不相交時，線與線的垂直關係」。
- 若已知直線 L 同時垂直於兩個已知的平面，則兩平面相互平行。
- 已知直線 L 垂直於平面，且交於平面的 P 點，則此平面上通過點 P 的任一直線都與直線 L 垂直。
- 長方體中稜邊與相交的面有垂直關係，與不相交的面有平行的關係。如圖：線(g)與面 CDFE、ABGH 相互垂直，線(g) 與面 EFGH、BDFG 相互平行。



- 正四面體的 4 個面與 6 直線皆不平行也不垂直。





基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

(1) 媽媽幫阿叡買了一個生日蛋糕準備慶生，阿叡自己把蠟燭插到蛋糕上。

請回答下列問題：

下圖一～三是阿叡將蠟燭插在蛋糕上的方法，

請問哪一張圖的蠟燭直立在蛋糕的表面呢？



圖一



圖二



圖三

解：

我發現，圖一、圖二的蠟燭都歪斜，只有圖三的蠟燭直立於蛋糕的表面。

空間中線與面的垂直

如右圖，數學上我們稱「蠟燭」與「蛋糕表面」垂直，也就是直線與平面垂直。

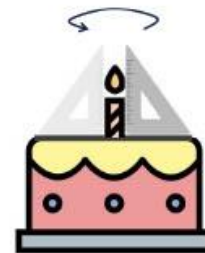


檢查直線與平面垂直的方式如下：

拿一個三角板一邊貼合蛋糕表面，

一邊貼合蠟燭繞一圈，發現無論三角板轉到哪一個角度，都可以一邊貼合蛋糕表面一邊貼合蠟燭。

我們稱蠟燭「垂直」於蛋糕的表面。





教材內容說明：

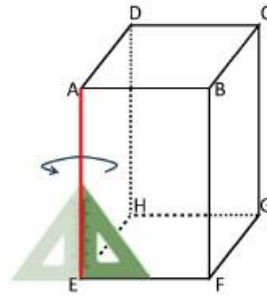
1. 本教材第 1~5 頁的教學重點是理解空間中線與面的平行與垂直關係。
2. 本教材從生活中蛋糕與蠟燭的關係引入空間中線與面的垂直關係。
3. 第(1)題給定圖一～圖三呈現將蠟燭插在蛋糕上的方式，要求學生判斷哪一張圖的蠟燭直立在蛋糕表面。
 - 教師可引導學生說出蠟燭「直立」在蛋糕表面上的意義是蠟燭「垂直」於蛋糕表面，再選出正確答案圖三。
4. 本頁下方教師提示重點在說明空間中線與面的垂直意義。
 - 本教材以三角板作為檢驗空間中線與面垂直關係的工具。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

空間中線與面的垂直

如右圖，因為長方體的每一個面都是長方形，
所以每一個內角都是 90 度。



將三角板立在平面 $EFGH$ 上，
三角板的一股靠在 \overline{AE} 上，另一股貼在 \overline{EF} 上，
以 \overline{AE} 為旋轉軸轉一圈，發現另一股都貼在平面 $EFGH$ 上。
也就是，在平面 $EFGH$ 上過 E 點的任何直線都與 \overline{AE} 垂直，
我們就說 \overline{AE} 與平面 $EFGH$ 垂直。

圖一和圖二是直線與平面垂直的例子。

<p>圖一</p> <p>\overline{AB} 與平面 $BCGF$ 垂直</p> <p>\overline{AB} 與平面 $ADHE$ 垂直</p>	<p>圖二</p> <p>\overline{FG} 與平面 $CDHG$ 垂直</p> <p>\overline{FG} 與平面 $ADHE$ 垂直</p>





教材內容說明：

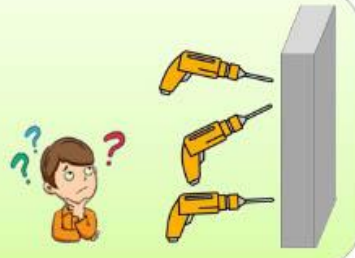
1. 本教材第 1~5 頁的教學重點是理解空間中線與面的平行與垂直關係。
2. 本教材上方教師提示重點在利用長方體說明空間中線與面的垂直關係。
 - 教師宜幫助學生看到使用三角板檢驗垂直關係的現象。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

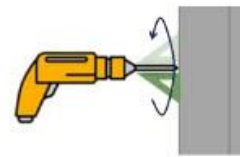
(2)如右圖，

爸爸想用電鑽在牆壁上鑽洞，
準備吊掛曬衣桿。
說說看，爸爸可以用什麼方式
檢驗電鑽的鑽頭是否「垂直」於牆壁呢？



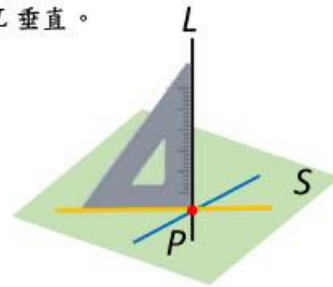
解：

我知道，爸爸可以把三角板的一股靠在牆上，
再將三角板貼著牆面繞一圈，
發現鑽頭與平面的每一條直線夾角都是 90 度，
這樣就表示鑽子「垂直」於牆壁了。



空間中直線與平面的垂直

如右圖，空間中的直線 L 與平面 S 互相垂直，交點為 P 點，
則平面 S 上通過 P 點的任一條直線都與直線 L 垂直。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~5 頁的教學重點是理解空間中線與面的平行與垂直關係。
2. 第(2)題給定生活情境題，要求學生說說看用什麼方式檢驗電鑽垂直牆面。
 - 教師宜鼓勵學生能說出利用三角板檢驗垂直的方式，並幫助學生看到三角板的一股貼在牆面上，另一股貼在電鑽鑽頭上旋轉一圈仍會貼合的現象以說明空間中線與面的垂直關係。
3. 本頁下方重點整理框在說明空間中直線與平面垂直關係。
 - 教師可示範將三角板的一股貼在桌面上，另一股貼在直線 L 上，並旋轉一圈，檢驗線與面的垂直關係，並引導學生理解平面上通過 P 點的任一條直線都會與直線 L 垂直。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

(3) 如右圖，
曬衣架放置在地面，
說說看，如何檢查曬衣桿平行於地面呢？



解：

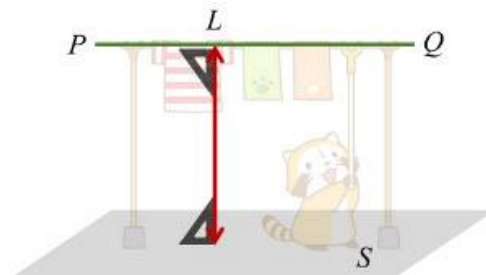
如右圖，我用尺量曬衣桿到地面的距離，
發現從曬衣桿的任一個位置到地面的距離都相等，
所以曬衣桿平行於地面。



直線與平面的平行

如下圖，直線 L 垂直於曬衣桿同時也垂直於地面，
我們稱 \overline{PQ} (曬衣桿) 與平面 S (地面) 平行。

換句話說， \overline{PQ} 和平面 S 平行，
就可以找到一條直線 L
垂直於 \overline{PQ} 也垂直於平面 S 。





教材內容說明：

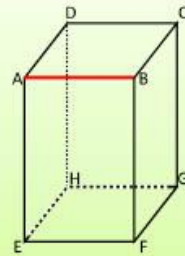
1. 本教材第 1~5 頁的教學重點是理解空間中線與面的平行與垂直關係。
2. 第(3)給定生活情境，要求學生說說看曬衣桿是否與地面平行。
 - 本教材利用「兩平行線間的距離處處相等」說明曬衣桿與地面平行。
3. 本頁下方重點整理框在說明空間中直線與平面的垂直關係。
 - 本教材以三角板作為檢驗空間中直線與曬衣桿垂直、直線與地面直關係的工具。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

(4) 右圖是長方體，請回答下列問題：

- ① \overline{AB} 落在哪些平面上？
- ② \overline{AB} 與哪些平面垂直？
- ③ \overline{AB} 與哪些平面平行？



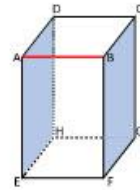
解：

① 如右圖， \overline{AB} 是平面 $ADHE$ 、平面 $ABFE$ 的交線，

所以落在平面 $ADHE$ 及平面 $ABFE$ 上。



② 如右圖， \overline{AB} 與平面 $BCGF$ 垂直、 \overline{AB} 與平面 $ADHE$ 垂直。



空間中線與面的平行

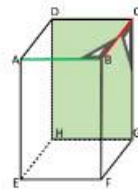
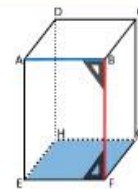
長方體中，若 \overline{BF} 與平面沒有交點，

且 \overline{BF} 同時垂直於 \overline{AB} 與平面 $EFGH$ ，

所以 \overline{AB} 與平面 $EFGH$ 平行。

同理， \overline{BC} 同時垂直於 \overline{AB} 與平面 $CDHG$ ，

所以 \overline{AB} 與平面 $CDHG$ 平行。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~5 頁的教學重點是理解空間中線與面的平行與垂直關係。

2. 第(4)題給定給定長方體，要求學生回答下列問題，共三個子問題：

子問題①：要求學生判斷 \overline{AB} 落在哪些平面上？

子問題②：要求學生判斷 \overline{AB} 與哪些平面垂直？

子問題③：要求學生判斷 \overline{AB} 與哪些平面平行？

● 教師可使用生活中的工具(長方體)幫助學生用直觀方式 \overline{AB} 與平面的關係。

3. 本頁下方重點整理框在說明空間中線與面的平行關係。

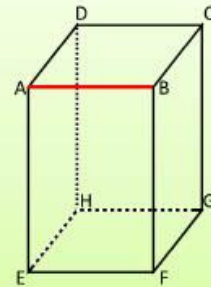


基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

SC-9-12-2 空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係

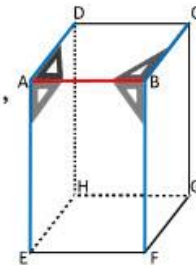
(1) 長方體有 12 個邊，請根據右圖回答下列問題：

- ① 哪些邊和 \overline{AB} 垂直？
- ② 哪些邊和 \overline{AB} 平行？
- ③ 哪些邊和 \overline{AB} 不平行也不相交？



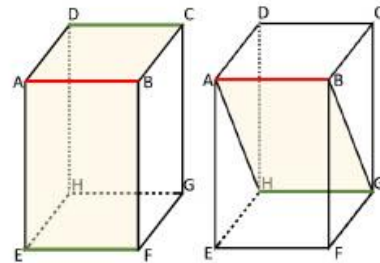
解：

- ① 如右圖，因為長方體的每一個面都是長方形，內角都是 90° ，
所以和 \overline{AB} 垂直的邊有 \overline{AD} 、 \overline{AE} 、 \overline{BC} 、 \overline{BF} 。



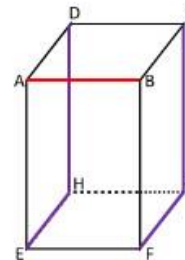
② 如右圖，

因為平面 $ABCD$ 、 $ABEF$ 、 $ABHE$ 都是長方形，
所以 \overline{CD} 、 \overline{EF} 、 \overline{HG} 和 \overline{AB} 平行。



③ 如右圖，

\overline{CG} 、 \overline{DH} 、 \overline{EH} 和 \overline{FG} 和 \overline{AB} 不平行也不相交。





教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁的教學重點是理解空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

2. 第(1)題給定長方體，要求學生回答下列問題，共三個子問題：

子問題①：要求學生判斷哪些邊和 \overline{AB} 垂直？

子問題②：要求學生判斷哪些邊和 \overline{AB} 平行？

子問題③：要求學生判斷哪些邊和 \overline{AB} 不平行也不相交？

- 教師引導學生看到與 \overline{AB} 平行、與 \overline{AB} 垂直的邊，再找到與 \overline{AB} 不平行也不相交的邊。
- 本教材利用三角板檢驗線與線的垂直關係。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

線與線的歪斜—長方體

如右圖，長方體中， \overline{BC} 與 \overline{AB} 不平行也不相交，

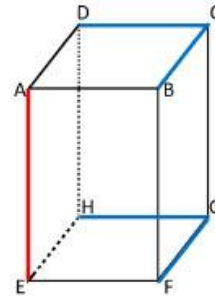
我們稱為 \overline{BC} 與 \overline{AB} 是歪斜關係。

當兩條直線不平行且不相交時，

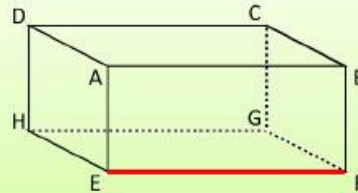
稱這兩條直線為歪斜關係。

例如右圖， \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{FG} 、 \overline{GH} 與 \overline{AE} 不平行也不相交，

所以 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{FG} 、 \overline{GH} 分別和 \overline{AE} 是歪斜關係。



(2)右圖是長方體，
說說看，哪些邊和 \overline{EF} 是歪斜關係？

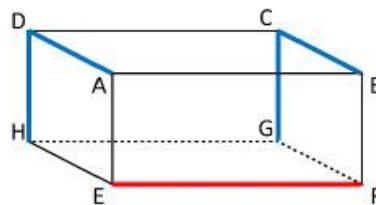


解：

如下圖，

我知道，和 \overline{EF} 不平行也不相交的直線就和 \overline{EF} 歪斜，

所以 \overline{AD} 、 \overline{DH} 、 \overline{BC} 、 \overline{CG} 和 \overline{EF} 是歪斜關係。





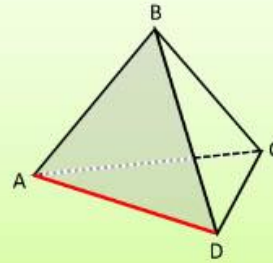
教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁的教學重點是理解空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。
2. 本頁上方教師提示重點在利用長方體說明空間中線與線的歪斜關係。
3. 第(2)題給定長方體，要求學生說說看哪些邊和 \overline{EF} 是歪斜關係。
 - 教師幫助學生說出在長方體中，與 \overline{EF} 不平行也不相交的直線就是歪斜關係。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

(3)右圖是正四面體，
說說看，哪一條直線和 \overline{AD} 是歪斜關係？

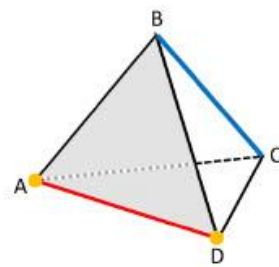


解：

四面體中，與 \overline{AD} 不相交的邊只有 \overline{BC} ，

且 \overline{BC} 與 \overline{AD} 也不平行，

所以 \overline{BC} 和 \overline{AD} 為歪斜關係。





教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁的教學重點是理解空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。
2. 第(3)題給定正四面體，要求學生說說看哪一條直線和 \overline{AD} 是歪斜關係。
 - 教師引導學生看到在正四方體中，與 \overline{AD} 不平行也不相交的直線就是歪斜關係。



基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。



小試身手

1. 觀察右圖的長方體並回答下列問題：

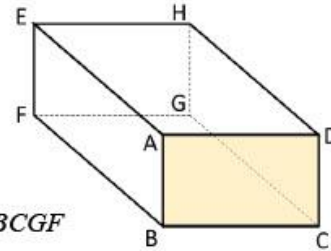
請在正確的選項前 打 。(答案可能不只一個)

(1) 下列哪些平面與平面 $ABCD$ 平行？

- 平面 $ABFE$ 平面 $CDHG$
 平面 $EFGH$ 平面 $ADHE$ 平面 $BCGF$

(2) 下列哪些平面與平面 $ABCD$ 垂直？

- 平面 $ABFE$ 平面 $CDHG$
 平面 $EFGH$ 平面 $ADHE$ 平面 $BCGF$



2. 觀察右圖的長方體並回答下列問題：

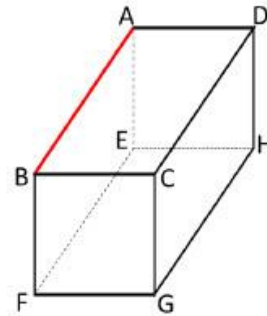
請在正確的選項前 打 。(答案可能不只一個)

(1) 下列哪些邊與直線 \overline{AB} 平行？

- \overline{AE} \overline{AD} \overline{BC} \overline{BF}
 \overline{CD} \overline{CG} \overline{DH} \overline{EF}
 \overline{EH} \overline{FG} \overline{GH}

(2) 下列哪些邊與直線 \overline{AB} 垂直？

- \overline{AE} \overline{AD} \overline{BC} \overline{BF}
 \overline{CD} \overline{CG} \overline{DH} \overline{EF}
 \overline{EH} \overline{FG} \overline{GH}





教材內容說明：

1. 本教材第 9~10 頁小試身手作為空間中線與面的平行與垂直，以及空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係的課後練習。



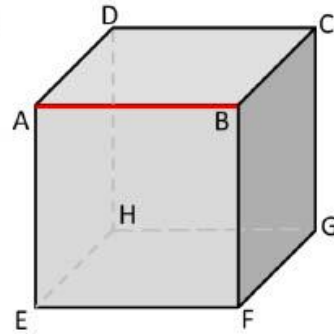
基本學習內容：SC-9-12-1、2 空間中線與面的平行與垂直；空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係。

3. 觀察右圖的正方體並回答下列問題：

請在正確的選項前 打 。(答案可能不只一個)

(1) 下列哪些直線與 \overline{AB} 平行？

- | | | | |
|---|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> \overline{AD} | <input type="checkbox"/> \overline{AE} | <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BF} |
| <input checked="" type="checkbox"/> \overline{CD} | <input type="checkbox"/> \overline{CG} | <input type="checkbox"/> \overline{DH} | <input type="checkbox"/> \overline{EH} |
| <input type="checkbox"/> \overline{EF} | <input type="checkbox"/> \overline{FG} | <input checked="" type="checkbox"/> \overline{GH} | |



(2) 下列哪些直線與 \overline{AB} 垂直？

- | | | | |
|---|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> \overline{AD} | <input checked="" type="checkbox"/> \overline{AE} | <input checked="" type="checkbox"/> \overline{BC} | <input checked="" type="checkbox"/> \overline{BF} |
| <input type="checkbox"/> \overline{CD} | <input type="checkbox"/> \overline{CG} | <input type="checkbox"/> \overline{DH} | <input type="checkbox"/> \overline{EH} |
| <input type="checkbox"/> \overline{EF} | <input type="checkbox"/> \overline{FG} | <input type="checkbox"/> \overline{GH} | |

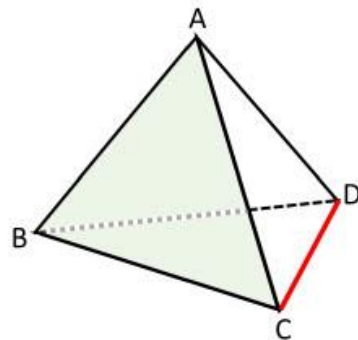
(3) 下列哪些直線與 \overline{AB} 為歪斜關係？

- | | | | |
|--|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> \overline{AD} | <input type="checkbox"/> \overline{AE} | <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BF} |
| <input type="checkbox"/> \overline{CD} | <input checked="" type="checkbox"/> \overline{CG} | <input type="checkbox"/> \overline{DH} | <input type="checkbox"/> \overline{EH} |
| <input type="checkbox"/> \overline{EF} | <input type="checkbox"/> \overline{FG} | <input type="checkbox"/> \overline{GH} | |

4. 觀察右圖的正四面體，哪一條直線和 \overline{CD} 是歪斜關係？

請在正確的選項前 打 。

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> \overline{AB} | <input type="checkbox"/> \overline{AC} | <input type="checkbox"/> \overline{AD} |
| <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BD} | |





教材內容說明：

1. 本教材第 9~10 頁小試身手作為空間中線與面的平行與垂直，以及空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係的課後練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學 **9** 年級數學
學生學習扶助教材

