

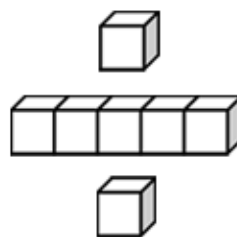


基本學習內容：FC-9-1-1

二次函數

班級：_____

姓名：_____





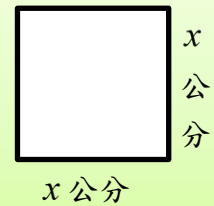
基本學習內容：FC-9-1-1

◎二次函數

(1) 假設是正方形邊長為 x 公分，面積為 y 平方公分，

① 請完成下列表格。

邊長為 x 公分	1		2.5		$\sqrt{10}$
面積為 y 平方公分		4		9	



② 邊長 x 與面積 y 的關係式為何？

解：

① 請完成下列表格。

邊長為 x 公分	1	2	2.5	3	$\sqrt{10}$
面積為 y 平方公分	1	4	6.25	9	10

② 邊長 x 與面積 y 的關係為何？

正方形面積 = 邊長 \times 邊長

x 與 y 的關係可表示為 $y = x \times x = x^2$ ，即 $y = x^2$



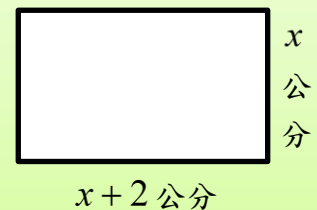
當邊長 2.5 公分時，面積是 6.25 平方公分，也就是當 $x = 2.5$ 時， $y = 6.25$ 。

(2) 已知長方形的寬都比長多 2 公分，長方形的長和面積的關係為何？

假設長方形的長為 x 公分，寬為 $x + 2$ 公分，面積為 y 平方公分，

① 請完成下列表格。

長為 x 公分	1		5	8	
寬為 $x + 2$ 公分		4			11
面積為 y 平方公分					



② 長 x 與面積 y 的關係式為何？

③ 當 $x = 20$ 時， $y = ?$

解：

① 請完成下列表格。

長為 x 公分	1	2	5	8	9
寬為 $x + 2$ 公分	3	4	7	10	11
面積為 y 平方公分	3	8	35	80	99

② 長 x 與面積 y 的關係為何？

長方形面積 = 長 \times 寬

x 與 y 的關係可表示為 $y = x \times (x + 2) = x^2 + 2x$ ，即 $y = x^2 + 2x$

③ 將 $x = 20$ 代入 $y = x^2 + 2x$ ，得到 $y = 20^2 + 2 \times 20 = 440$



由前面的例子中， $y = x^2$ 、 $y = x^2 + 2x$ ，其中 x^2 與 $x^2 + 2x$ ， x 的部分是二次多項式，也就是 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，稱為 y 是 x 的二次函數。

若一個函數經過化簡之後，形如 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，此函數也稱為 y 是 x 的二次函數。

例如： $y = (x+1)^2$ 、 $y = -2x^2 - x + 1$ 都是 x 的二次函數。



(3) 判斷下列各式中，那些 y 是 x 的二次函數？

① $y = 2x$

② $y = 2x^2$

③ $y = -0.5x^2 + 3x + 1$

④ $y = \frac{3}{2}x^2 - 1$

⑤ $y = (x-2)^2 + 4$

⑥ $y = 4$

解：

① $y = 2x$ ，其中 $2x$ 不是二次多項式，所以 $y = 2x$ 不是 x 的二次函數。

② $y = 2x^2$ ，其中 $2x^2$ 是二次多項式，所以 $y = 2x^2$ 是 x 的二次函數。

③ $y = -0.5x^2 + 3x + 1$ ，其中 $-0.5x^2 + 3x + 1$ 是二次多項式，

所以 $y = -0.5x^2 + 3x + 1$ 是 x 的二次函數。

④ $y = \frac{3}{2}x^2 - 1$ ，其中 $\frac{3}{2}x^2 - 1$ 是二次多項式，所以 y 是 x 的二次函數。

⑤ $y = (x-2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$ ，其中 $x^2 - 4x + 8$ 是二次多項式，

所以 $y = (x-2)^2 + 4$ 是 x 的二次函數。

⑥ $y = 4$ ，其中 4 不是二次多項式，所以 $y = 4$ 不是 x 的二次函數。

答：選項②、③、④與⑤， y 是 x 的二次函數



隨堂練習

判斷下列各式中，那些 y 是 x 的二次函數？

① $y = x$

② $y = -4$

③ $y = -x^2 - 2x$

④ $y = 2.5x^2 + 2$

⑤ $y = (x-1)^2 + 4$

⑥ $y = -3x$



(4)二次函數 $y = x^2 + 4x + 2$ ，在 $x = 3$ 時， $y = ?$

解：

$$\begin{aligned} \text{二次函數 } y &= x^2 + 4x + 2, \text{ 將 } x = 3 \text{ 代入 } y = 3^2 + 4 \times 3 + 2 \\ &= 9 + 12 + 2 \\ &= 23 \end{aligned}$$

在 $x = 3$ 時， $y = 23$

答： $y = 23$

當 $x = 3$ 時， $y = 23$ ，我們也可以說 $x = 3$ 對應的函數值是 23。



隨堂練習

二次函數 $y = x^2 - 2x + 4$ ，在 $x = 2$ 時， $y = ?$

(5)二次函數 $y = (x+1)^2$ ，在 $x = -2$ 時，其函數值是多少？

解：

$$\begin{aligned} \text{二次函數 } y &= (x+1)^2, \text{ 將 } x = -2 \text{ 代入 } y = (-2+1)^2 = 1 \\ \text{在 } x &= -2 \text{ 時，其函數值是 } 1。 \end{aligned}$$

答：函數值是 1



隨堂練習

二次函數 $y = -(x-3)^2 - 4$ ，在 $x = 2$ 時，其函數值是多少？



(6)正一國中辦理童軍教育活動，參加的學生有 y 人，共分成 x 隊，每隊的學生人數比隊數多 3 人，試回答下列問題。

- ① 寫出 x 和 y 的關係式。
- ② y 是否為 x 的二次函數？

解：

- ① 寫出 x 和 y 的關係式，
參加人數 = 每隊學生人數 \times 隊數

$$y = (x + 3) \times x$$

$$y = x^2 + 3x$$

- ② 在 $y = x^2 + 3x$ ，
其中 $x^2 + 3x$ 是二次多項式，所以 y 是 x 的二次函數。

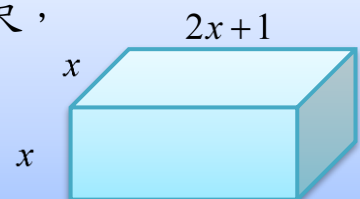
答：① $y = x^2 + 3x$ ② y 是 x 的二次函數



隨堂練習

一個長方體的長為 x 公尺、寬為 $2x + 1$ 公尺、高也為 x 公尺，
表面積為 y 平方公尺，試回答下列問題。

- ① 寫出 x 和 y 的關係式。
- ② y 是否為 x 的二次函數？





(7) 熊熊旅行社辦理畢業旅行，成團人數 30 人，每人團費 5400 元，若每多一人參加，團費每人減少 50 元，假設多增加 x 人參加，總金額共收費 y 元，試回答下列問題。

- ① 寫出 x 和 y 的關係式。
- ② y 是否為 x 的二次函數？

解：

- ① 寫出 x 和 y 的關係式。

多增加人數(x 人)	參加人數	每人團費	總金額 y 元
1	$30+1$	$5400-50\times 1$	$(30+1)(5400-50\times 1)$
2	$30+2$	$5400-50\times 2$	$(30+2)(5400-50\times 2)$
3	$30+3$	$5400-50\times 3$	$(30+3)(5400-50\times 3)$
4	$30+4$	$5400-50\times 4$	$(30+4)(5400-50\times 4)$
5	$30+5$	$5400-50\times 5$	$(30+5)(5400-50\times 5)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
x	$30+x$	$5400-50\times x$	$(30+x)(5400-50\times x)$

由上表可以歸納出 $y = (30 + x)(5400 - 50x)$

- ②

$$\begin{aligned}
 y &= (30 + x)(5400 - 50x) \\
 &= 162000 - 1500x + 5400x - 50x^2 \\
 &= -50x^2 + 3900x + 162000
 \end{aligned}$$

其中 $-50x^2 + 3900x + 162000$ 是二次多項式，所以 y 是 x 的二次函數。

答：① $y = (30 + x)(5400 - 50x)$ ② y 是 x 的二次函數



隨堂練習

阿姿種了 40 顆芒果樹，每顆芒果樹一年可產 700 顆芒果，若每加種一棵芒果樹，芒果樹會少產 50 顆芒果，若多種 x 顆樹，總產量共有 y 顆芒果，試回答下列問題。

- ① 寫出 x 和 y 的關係式。
- ② y 是否為 x 的二次函數？



(8)若二次函數 $y = (x-3)^2 + 2$ ，試回答下列問題：

①請完成下列表格。

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

②當 x 的值從 0 到 6， y 的值的改變方式是下列何種情況？

- A. 由小到大。
- B. 由大到小。
- C. 先由小到大，再由大到小。
- D. 先由大到小，再由小到大。

解：

①二次函數 $y = (x-3)^2 + 2$ ，試完成下列表格。

$x=0$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (0-3)^2 + 2 = 11$ 。

$x=1$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (1-3)^2 + 2 = 6$ 。

$x=2$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (2-3)^2 + 2 = 3$ 。

$x=3$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (3-3)^2 + 2 = 2$ 。

$x=4$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (4-3)^2 + 2 = 3$ 。

$x=5$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (5-3)^2 + 2 = 6$ 。

$x=6$ 代入 $y = (x-3)^2 + 2$ ，得到 $y = (6-3)^2 + 2 = 11$ 。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	11	6	3	2	3	6	11

②觀察上面表格，發現當 x 的值從 0 到 6，

y 的值的改變方式是先由大到小，再由小到大，選擇 D。



隨堂練習

若二次函數 $y = -(x+2)^2 - 3$ ，試完成下列表格

x	-5	-4	-3	-2	0	1	2
y							



小試身手

1. 判斷下列各式中，那些 y 是 x 的二次函數？

① $y = 2x^2$

② $y = x - 4$

③ $y = -0.5(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

2. 二次函數 $y = x^2 - 3x + 6$ ，在 $x = -2$ 時，其函數值是多少？

3. 若二次函數 $y = (x - 2)^2 + 1$ ，試完成下列表格。

x	-1	0	1	2	3	4	5
y							



教育部國民及學前教育署 編

國民中學 **9** 年級數學
學生學習扶助教材

