

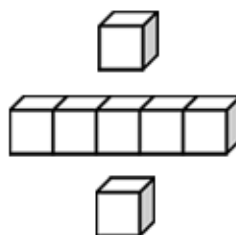


基本學習內容：DC-9-1-1

全距、四分位距與盒狀圖

班級：_____

姓名：_____





◎四分位數

在七年級我們學會利用中位數來呈現一群資料的集中趨勢，中位數可以將這群資料劃分為資料數量相等的兩部分。

<中位數約有一半的資料

中
位
數

>中位數約有一半的資料

底下複習中位數的找法：

- (1) 假設有 n 筆資料，先將這 n 筆資料由小排到大。
- (2) 若資料個數 n 為奇數時，用最中間的數值（第 $\frac{n+1}{2}$ 個數）作為中位數。
- (3) 若資料個數 n 為偶數時，用最中間的兩個數值（第 $\frac{n}{2}$ 個數及第 $\frac{n}{2}+1$ 個數）的平均數作為中位數。

(1) ① 下列是 15 位同學的單字小考成績，由小到大為：

30, 40, 40, 50, 60, 60, 70, **70**, 80, 80, 80, 90, 90, 100, 100

請問這 15 位同學單字小考成績的中位數為幾分？

② 承①題，若刪除考最低分的同學後，剩下 14 位同學單字小考成績的中位數為幾分？

解：

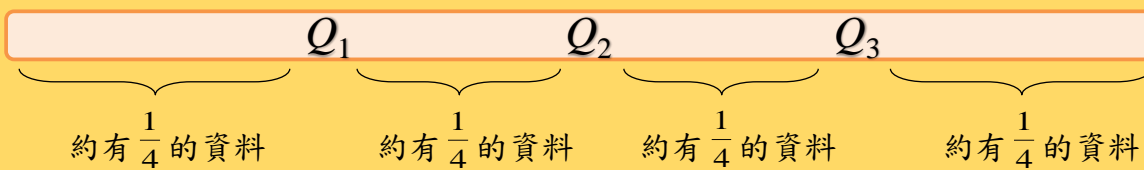
① 資料個數 15 為奇數， $\frac{15+1}{2}=8$ ，中位數為分數由低到高第 8 個分數 70 分。

② 刪除最低分 30 分後，剩下的資料個數 14 為偶數， $\frac{14}{2}=7$ ，中位數為分數由低到高第 7 個分數和第 8 個分數的平均數 $\frac{70+80}{2}=75$ 分。



將資料由小到大排序後…

- (1) 中位數會將資料分成前半部及後半部。
- (2) 計算前半部的中位數，我們稱為第 1 四分位數（代號 Q_1 ）
第 1 四分位數的資料也將前半部分成兩部份。
- (3) 計算後半部的中位數，我們稱為第 3 四分位數（代號 Q_3 ）
第 3 四分位數的資料也將後半部分成兩部份。
- (4) 原來的中位數也稱為第 2 四分位數（代號 Q_2 ），因此 3 個四分位數就將整筆資料等分成四部份，如下圖所示：



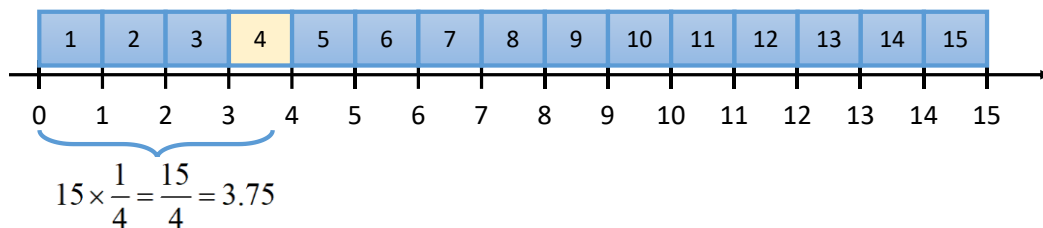
依照上述的觀念：

- (1) 全部資料的 $\frac{1}{4}$ 都小於或等於第 1 四分位數。
- (2) 全部資料的 $\frac{2}{4}$ 都小於或等於第 2 四分位數。
- (3) 全部資料的 $\frac{3}{4}$ 都小於或等於第 3 四分位數。

我們以下列資料說明如何計算四分位數 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 。

① 資料：1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15

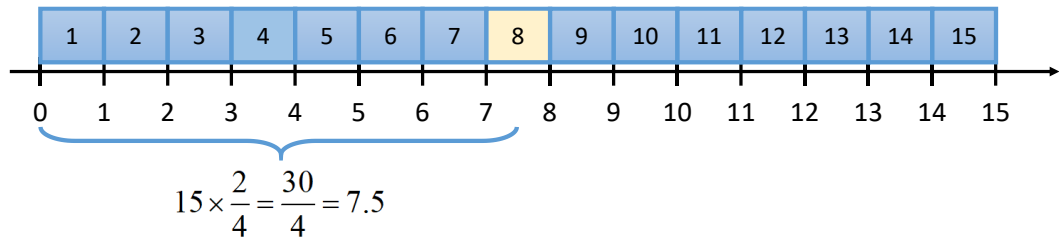
步驟一：全部 15 筆資料的前 $\frac{1}{4}$ 共有 $15 \times \frac{1}{4} = 3.75$ (筆) 資料，至少前 4 筆資料數才足夠全部資料數的 $\frac{1}{4}$ ，因此取 4 作為第 1 四分位數，記為 $Q_1=4$ 。



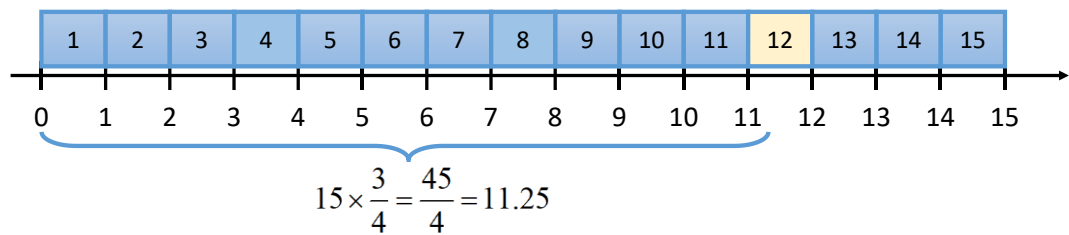


基本學習內容：DC-9-1-1

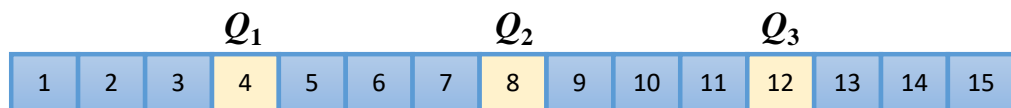
步驟二：全部 15 筆資料的前 $\frac{2}{4}$ 共有 $15 \times \frac{2}{4} = 7.5$ (筆) 資料，至少前 8 筆資料數才足夠全部資料數的 $\frac{2}{4}$ ，因此取 8 作為第 2 四分位數，記為 $Q_2=8$ 。



步驟三：全部 15 筆資料的前 $\frac{3}{4}$ 共有 $15 \times \frac{3}{4} = 11.25$ (筆) 資料，至少前 12 筆資料數才足夠全部資料數的 $\frac{3}{4}$ ，因此取 12 作為第 3 四分位數，記為 $Q_3=12$ 。

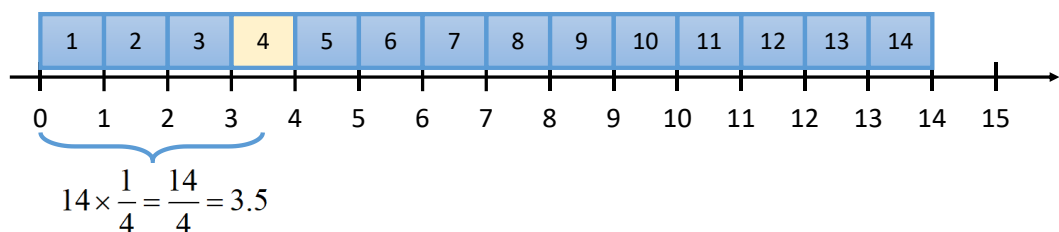


三個四分位數分別為 $Q_1=4$ 、 $Q_2=8$ 、 $Q_3=12$ 。



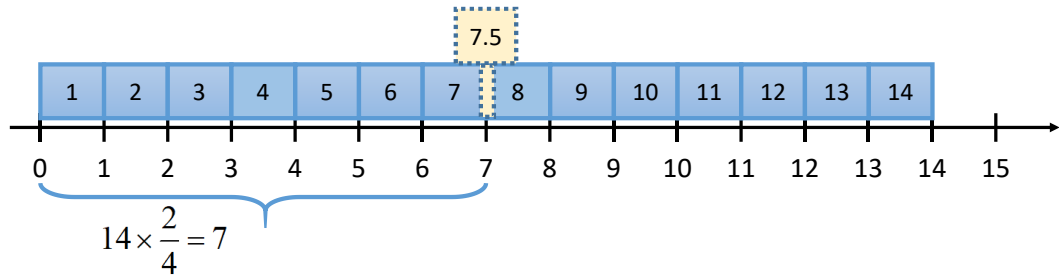
② 資料：1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14

步驟一：全部 14 筆資料的前 $\frac{1}{4}$ 共有 $14 \times \frac{1}{4} = 3.5$ (筆) 資料，至少前 4 筆資料數才足夠全部資料數的 $\frac{1}{4}$ ，因此取 4 作為第 1 四分位數，記為 $Q_1=4$ 。

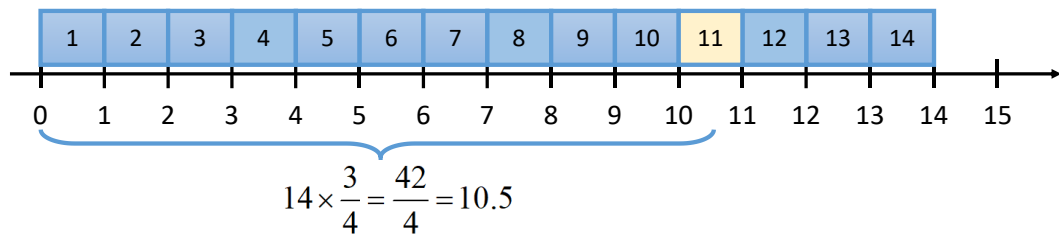




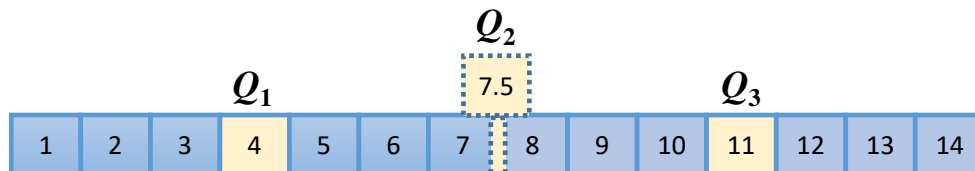
步驟二：全部 14 筆資料的前 $\frac{2}{4}$ 共有 $14 \times \frac{2}{4} = 7$ (筆) 資料，亦即前 7 筆資料數剛好全部資料數的 $\frac{2}{4}$ ，第 8 筆以後的資料數也剛好全部資料數的 $\frac{2}{4}$ ，此時仿照中位數的取法，取第 7 筆與第 8 筆資料的平均數 7.5 作為第 2 四分位數，記為 $Q_2=8$ 。



步驟三：全部 14 筆資料的前 $\frac{3}{4}$ 共有 $14 \times \frac{3}{4} = 10.5$ (筆) 資料，至少前 11 筆資料數才足夠全部資料數的 $\frac{3}{4}$ ，因此取 11 作為第 3 四分位數，記為 $Q_3=12$ 。



三個四分位數分別為 $Q_1=4$ 、 $Q_2=7.5$ 、 $Q_3=11$ 。



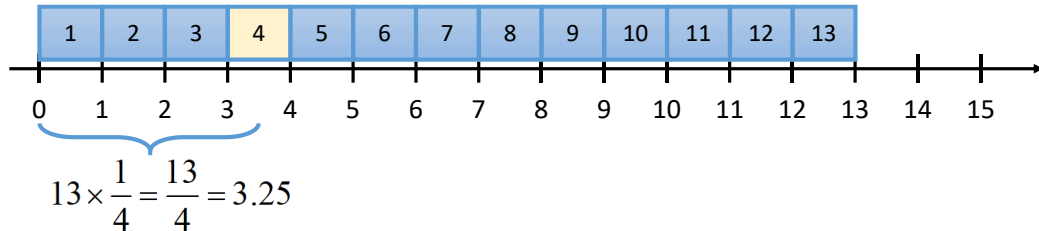


基本學習內容：DC-9-1-1

③ 資料：1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13

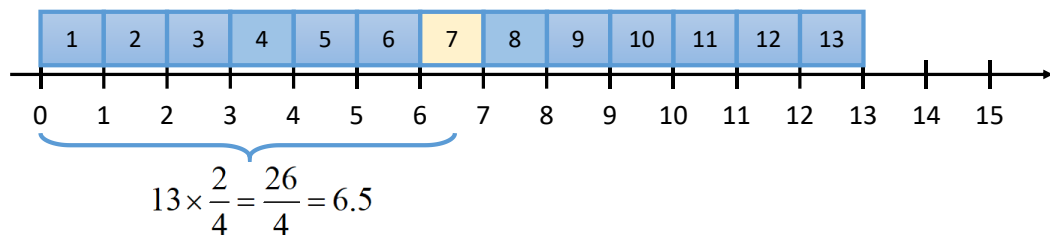
步驟一：全部 13 筆資料的前 $\frac{1}{4}$ 共有 $13 \times \frac{1}{4} = 3.25$ (筆) 資料，至少前 4 筆資料

數才足夠全部資料數的 $\frac{1}{4}$ ，因此取 4 作為第 1 四分位數，記為 $Q_1=4$ 。



步驟二：全部 13 筆資料的前 $\frac{2}{4}$ 共有 $13 \times \frac{2}{4} = 6.5$ (筆) 資料，至少前 7 筆資料數

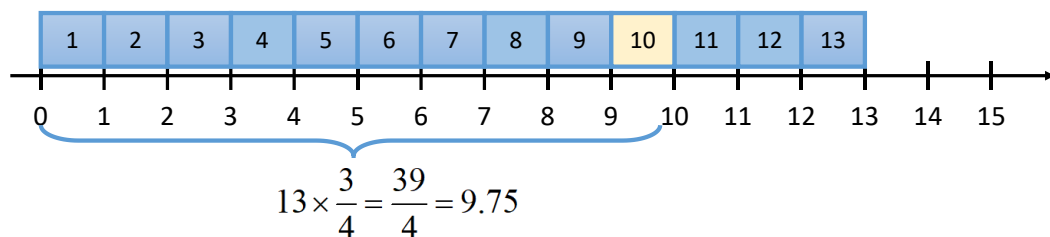
才足夠全部資料數的 $\frac{2}{4}$ ，因此取 7 作為第 2 四分位數，記為 $Q_2=7$ 。



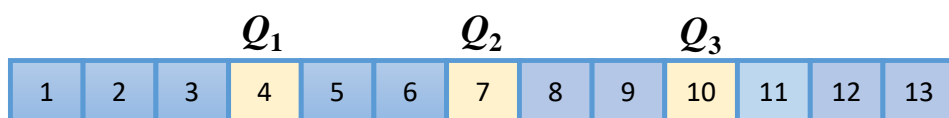
步驟三：全部 13 筆資料的前 $\frac{3}{4}$ 共有 $13 \times \frac{3}{4} = 9.75$ (筆) 資料，至少前 10 筆資料

數才足夠全部資料數的 $\frac{3}{4}$ ，因此取 10 作為第 3 四分位數，記為

$Q_3=10$ 。



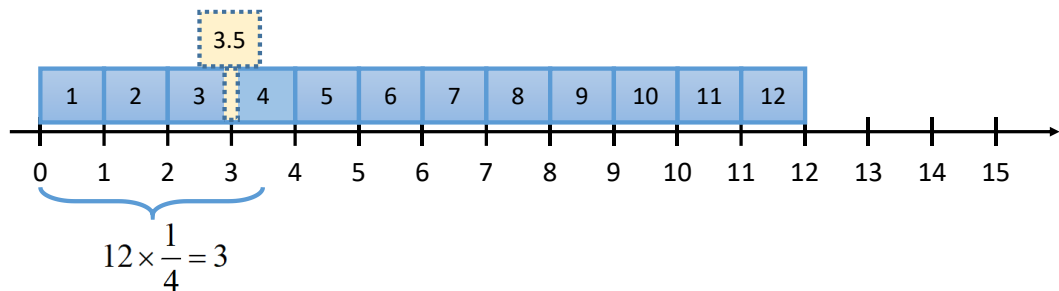
三個四分位數分別為 $Q_1=4$ 、 $Q_2=7$ 、 $Q_3=10$ 。



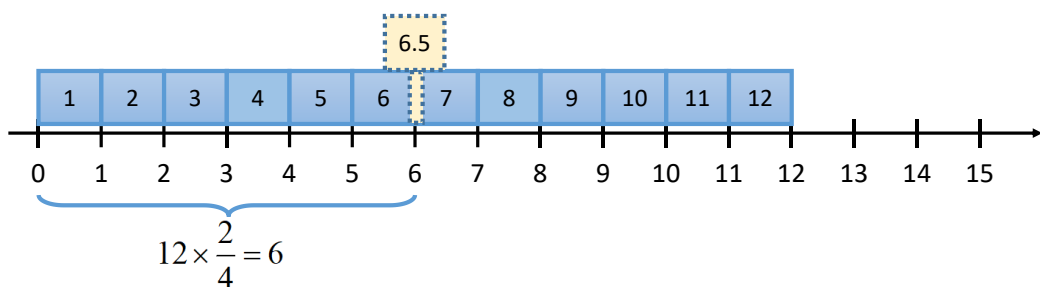


④ 資料：1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12

步驟一：全部 12 筆資料的前 $\frac{1}{4}$ 共有 $12 \times \frac{1}{4} = 3$ (筆) 資料，亦即前 3 筆資料數剛好全部資料數的 $\frac{1}{4}$ ，第 4 筆以後的資料數剛好全部資料數的 $\frac{3}{4}$ ，此時仿照中位數的取法，取第 3 筆與第 4 筆資料的平均數 3.5 作為第 1 四分位數，記為 $Q_1=3.5$ 。



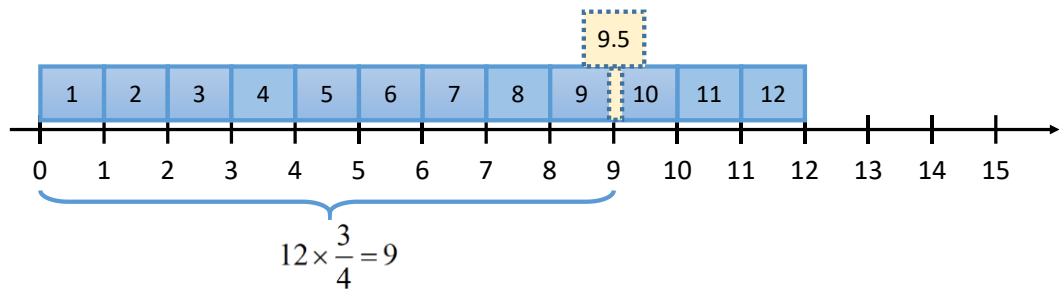
步驟二：全部 12 筆資料的前 $\frac{2}{4}$ 共有 $12 \times \frac{2}{4} = 6$ (筆) 資料，亦即前 6 筆資料數剛好全部資料數的 $\frac{2}{4}$ ，第 7 筆以後的資料數剛好全部資料數的 $\frac{2}{4}$ ，此時仿照中位數的取法，取第 6 筆與第 7 筆資料的平均數 6.5 作為第 2 四分位數，記為 $Q_2=6.5$ 。



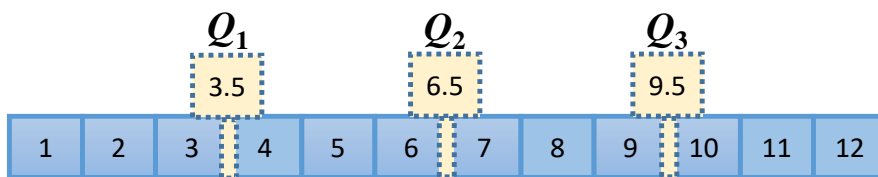


基本學習內容：DC-9-1-1

步驟三：全部 12 筆資料的前 $\frac{3}{4}$ 共有 $12 \times \frac{3}{4} = 9$ (筆) 資料，亦即前 9 筆資料數剛好全部資料數的 $\frac{3}{4}$ ，第 10 筆以後的資料數剛好全部資料數的 $\frac{1}{4}$ ，此時仿照中位數的取法，取第 9 筆與第 10 筆資料的平均數 9.5 作為第 3 四分位數，記為 $Q_3=9.5$ 。



三個四分位數分別為 $Q_1=4$ 、 $Q_2=7$ 、 $Q_3=10$ 。



我們歸納一群資料的第 1、2、3 四分位數 (Q_1 、 Q_2 、 Q_3) 計算方法如下：

- (1) 先將資料由小到大排序，假設資料的個數為 n ， $a = n \times \frac{k}{4}$ ， $k = 1, 2, 3$
- (2) 若 a 是整數，則取第 a 、 $(a+1)$ 個資料的平均數當作 Q_k 。
- (3) 若 a 不是整數，將 a 以無條件進入法取到整數當成 b 的值，則取第 b 個資料當作 Q_k 。
- (4) 另外第 2 四分位數也相當於資料的中位數。



(3) ①有 17 位學生數學小考成績由小到大排列如下：

18, 30, 45, 48, 51, 57, 60, 60, 63, 70,
72, 75, 84, 87, 90, 96, 96

請問第 1 四分位數(Q_1)、第 2 四分位數(Q_2)、第 3 四分位數(Q_3)=?

②有 16 位學生數學小考成績由小到大排列如下：

18, 30, 45, 48, 51, 57, 60, 60, 70, 72,
75, 84, 88, 90, 96, 96

請問第 1 四分位數(Q_1)、第 2 四分位數(Q_2)、第 3 四分位數(Q_3)=?

解：

① $17 \times \frac{1}{4} = 4.25 \doteq 5$ (無條件進入法)，第 5 個學生成績=51(分)， $Q_1=51$ 。

$17 \times \frac{2}{4} = 8.5 \doteq 9$ (無條件進入法)，第 9 個學生成績=63(分)， $Q_2=63$ 。

$17 \times \frac{3}{4} = 12.75 \doteq 13$ (無條件進入法)，第 13 個學生成績=84(分)， $Q_3=84$ 。

② $16 \times \frac{1}{4} = 4$ ，第 4 及第 5 個學生成績的平均數 $(48+51) \div 2 = 49.5$ (分)， $Q_1=49.5$

$16 \times \frac{2}{4} = 8$ ，第 8 及第 9 個學生成績的平均數 $(60+70) \div 2 = 65$ (分)， $Q_2=65$

$16 \times \frac{3}{4} = 12$ ，第 12 及第 13 個學生成績的平均數 $(84+88) \div 2 = 86$ (分)， $Q_3=86$ 。



隨堂練習

(1) 小美班級 30 人的英語平常考成績由小到大如下表格所示，請問：

第 1 四分位數(Q_1)、第 2 四分位數(Q_2)、第 3 四分位數(Q_3)的值為何？

62	64	68	68	72	74	76	76	80	80
80	82	84	84	86	86	88	88	90	90
92	92	92	94	94	96	96	98	100	100



(4) 下表是九年一班 26 位同學家庭人口數的次數分配表，請問家庭人口數的第 1 四分位數(Q_1)、第 2 四分位數(Q_2)、第 3 四分位數(Q_3)為何？

家庭人口數(人)	3	4	5	6	7	8
次數(人)	4	9	6	4	2	1

解：

【方法一】由這個次數分配表可知 26 位同學家庭人口數的資料如下：

3,3,3,3, 4,4,4,4,4,4,4,4, 5,5,5,5,5,5, 6,6,6,6, 7,7, 8
 (4 人) (9 人) (6 人) (4 人) (2 人) (1 人)

- ① $26 \times \frac{1}{4} = 6.5 \doteq 7$ (無條件進入法)，第 7 人的家庭人口=4(人)， $Q_1=4$ 。
- ② $26 \times \frac{2}{4} = 13$ ，第 13 及第 14 人的家庭人口平均數 $(4+5) \div 2 = 4.5$ (人)， $Q_2=4.5$ 。
- ③ $26 \times \frac{3}{4} = 19.5 \doteq 20$ (無條件進入法)，第 20 個人的家庭人口=6(人)， $Q_3=6$ 。

【方法二】利用累積次數：

- ① $26 \times \frac{1}{4} = 6.5 \doteq 7$ (無條件進入法)
 家庭人口數：3 人以下有 4 人，累積 4 人以下的次數有 $4+9=13$ (人)，
 所以第 7 人的家庭人口為 4 人， $Q_1=4$ 。
- ② $26 \times \frac{2}{4} = 13$
 家庭人口數：累積 4 人以下的次數有 $4+9=13$ (人)，
 所以第 13 人的家庭人口為 4 人，第 14 人的家庭人口為 5 人，
 $(4+5) \div 2 = 4.5$ (人)， $Q_2=4.5$ 。
- ③ $26 \times \frac{3}{4} = 19.5 \doteq 20$ (無條件進入法)
 家庭人口數：累積 5 人以下的次數有 $4+9+6=19$ (人)，
 所以第 20 人的家庭人口為 6 人， $Q_3=6$ 。



隨堂練習

(1) 下表是九年一班 26 位同學段考數學成績的次數分配表：

分數(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	1	3	4	6	5	4	3

請問數學成績的第 1 四分位數(Q_1)、第 2 四分位數(Q_2)、第 3 四分位數(Q_3)分別在哪一組？

◎繪製盒狀圖

為了能更清楚呈現資料集中程度與分布範圍，通常會用這群資料的「最小值」、「第 1 四分位數」、「第 2 四分位數」、「第 3 四分位數」、「最大值」畫成盒狀圖，接下來示範如何繪製盒狀圖。



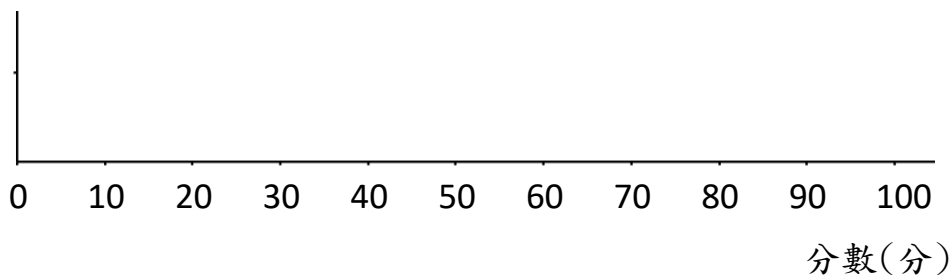
(5) 下列是 13 位同學的數學小考分數，由小到大為：

10，30，30，**40**，50，60，**70**，70，80，**90**，90，100，**100**

請繪製上述資料的盒狀圖。

解：

步驟一：類似直角坐標平面，畫出橫軸與縱軸的正向，並在橫軸上標出適當的刻度，並在橫軸的末端註明資料的類別與單位，在此為「分數(分)」。





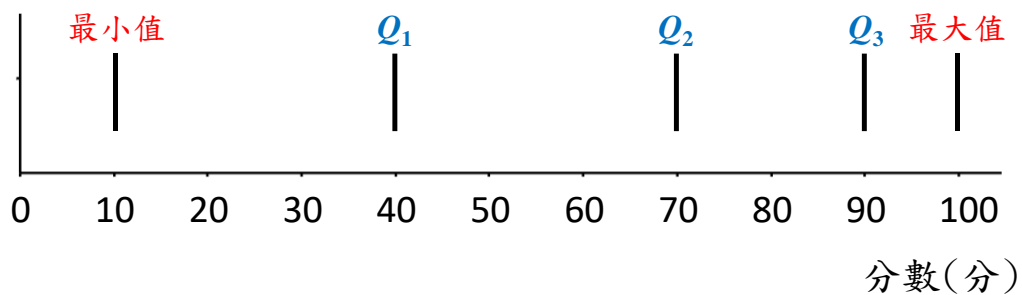
基本學習內容：DC-9-1-1

步驟二：

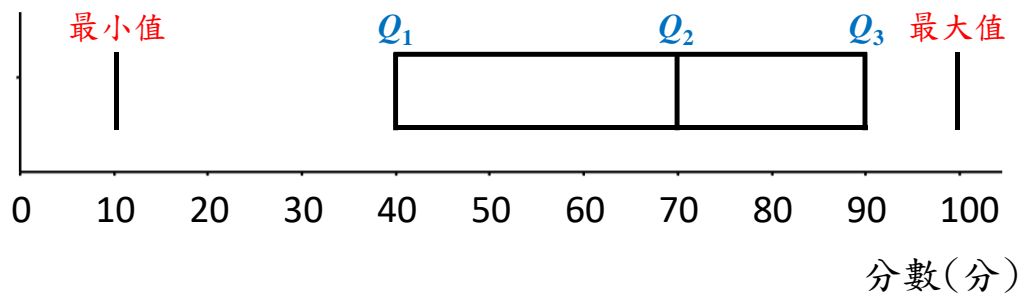
① 最低分 10（最小值），最高分 100（最大值）

② 第 1 四分位數 Q_1 ： $13 \times \frac{1}{4} = 3.25 \doteq 4$ （無條件進入）， $Q_1=40$ （第 4 個分數）③ 第 2 四分位數 Q_2 ： $13 \times \frac{2}{4} = 6.5 \doteq 7$ （無條件進入）， $Q_2=70$ （第 7 個分數）④ 第 3 四分位數 Q_3 ： $13 \times \frac{3}{4} = 9.75 \doteq 10$ ， $Q_3=90$ （第 10 個分數）

步驟三：在橫軸上找出最小值、 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 、最大值的數值後，於其上方分別畫出等長的直線段。

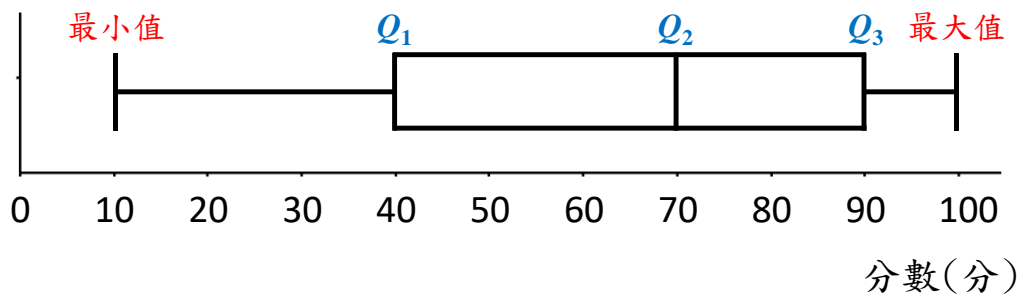


步驟四：連接對應 Q_1 、 Q_3 的線段端點，圍成以 Q_1 、 Q_3 為邊界的長方形盒子。





步驟五：連接對應「最小值」與「 Q_1 」、「 Q_3 」與「最大值」的線段中點。



隨堂練習

(1) 九年一班 26 位同學家庭人口數的次數分配表如下：

家庭人口數(人)	3	4	5	6	7	8
次數(人)	4	9	6	4	2	1

請繪製九年一班家庭人口數的盒狀圖。



◎全距與四分位距

一群資料的：(1) 全距＝最大值－最小值。

(2) 四分位距＝第3四分位數(Q_3)－第1四分位數(Q_1)。

(3) 四分位距代表中間一半(50%)的資料的分散程度，在盒狀圖中的盒子愈寬，代表中間一半的資料愈分散。

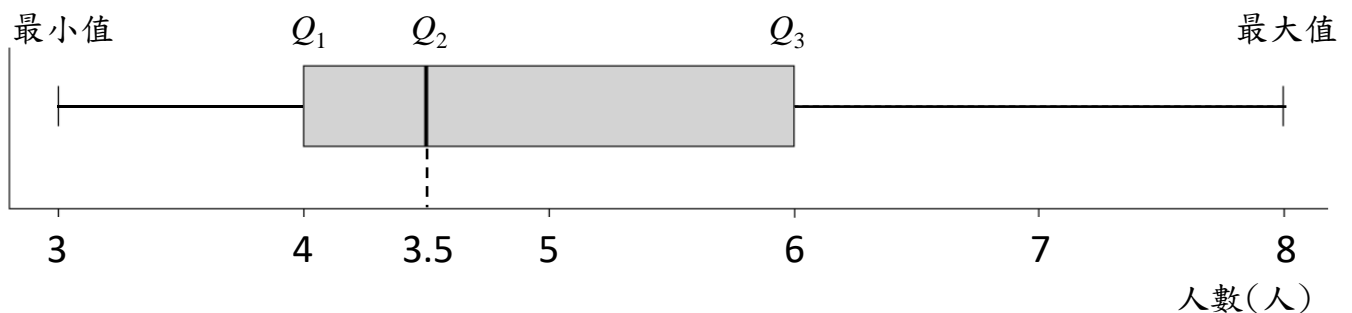
(6) 九年一班 26 位同學家庭人口數的次數分配表如下：

家庭人口數(人)	3	4	5	6	7	8
次數(人)	4	9	6	4	2	1

- ① 請繪製家庭人口數的盒狀圖
- ② 請問家庭人口數的全距＝？
- ③ 請問家庭人口數的四分位距＝？

解：

①



② 家庭人口數最多 8 人，最少 3 人，全距＝ $8-3=5$ (人)

③ $26 \times \frac{1}{4} = 6.5 \doteq 7$ (無條件進入法)，第 7 人的家庭人口＝4(人)， $Q_1=4$ 。

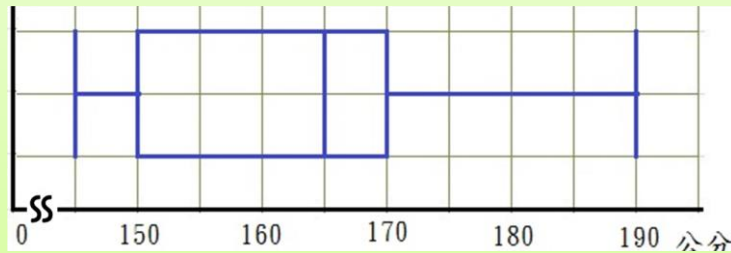
$26 \times \frac{3}{4} = 19.5 \doteq 20$ (無條件進入法)，第 20 個人的家庭人口＝6(人)， $Q_3=6$ 。

四分位距＝ $Q_3 - Q_1 = 6 - 4 = 2$ (人)



(7) 下圖是阿銘就讀的國中三年級同學身高盒狀圖，請問：

- ① 第 1 四分位數(Q_1)、第 3 四分位數(Q_3)及中位數、全距、四分位距=?
- ② 身高 170 公分以下的同學約占全部三年級同學的多少比例?
- ③ 身高 150~170 公分的同學約占全部三年級同學的多少比例?
- ④ 若三年級學生有 360 人，阿銘身高 168 公分，在三年級同學中至少高過多少人?



解：

① $Q_1=150$ (公分)， $Q_3=170$ (公分)，中位數(第 2 四分位數)， $Q_2=165$ (公分)

全距 = 最大值 - 最小值 = $190 - 145 = 45$ (公分)

四分位距 = $Q_3 - Q_1 = 170 - 150 = 20$ (公分)

② $Q_3=170$ ，所以身高 170 公分以下的同學約占三年級同學的 $\frac{3}{4}$

③ $Q_1=150$ ， $Q_3=170$ ，所以身高 150~170 公分的同學約占三年級同學的 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 。

④ $Q_2=165$ ， $Q_3=170$ ，阿銘的身高介於 Q_2 和 Q_3 之間，阿銘至少高過三年級

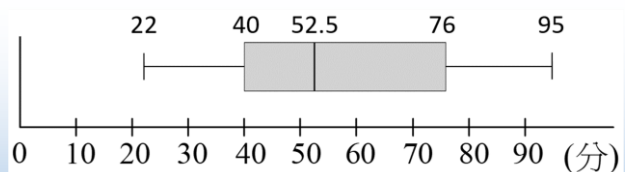
$\frac{2}{4}$ 的學生， $360 \times \frac{2}{4} = 180$ ，即至少高過三年級的 180 人。



隨堂練習

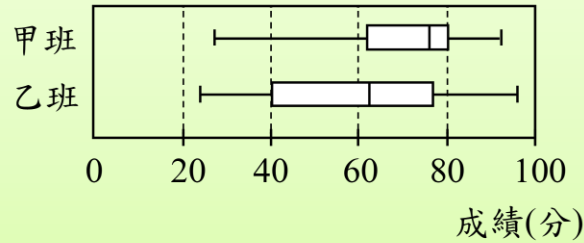
(1) 已知三年級某次數學段考成績的盒狀圖如右圖，請問：

- ① 中位數
- ② 四分位距
- ③ 60 分是否高過一半的人?





(8) 已知甲、乙兩班的學生人數相同，下圖為兩班某次數學小考成績的盒狀圖。若甲班、乙班學生小考成績的全距分別為 a 、 b ；四分位距分別為 c 、 d ；中位數分別為 e 、 f 請比較：

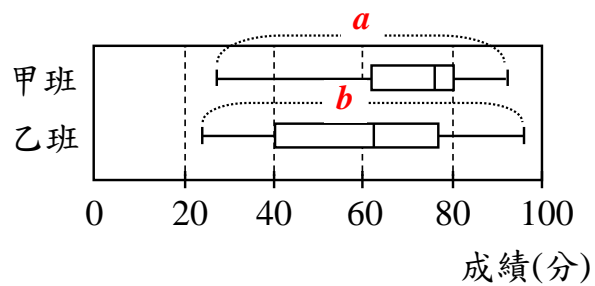


① a 和 b 的大小關係 ② c 和 d 的大小關係 ③ e 和 f 的大小關係。

解：

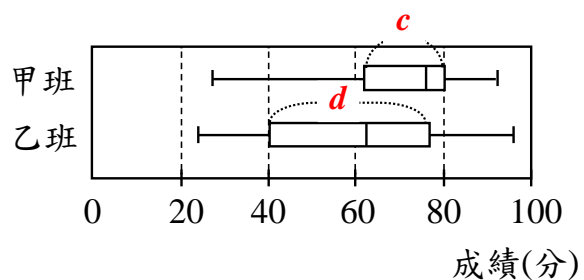
① 全距=最大值-最小值

$$a < b$$

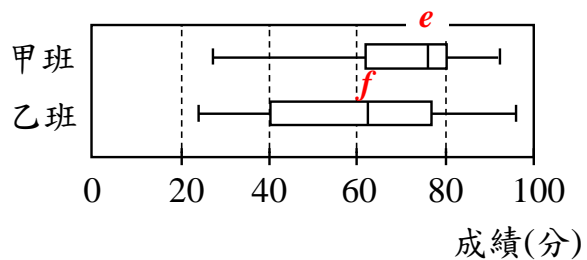


② 四分位距= $Q_3 - Q_1$

$$c < d$$



③ 中位數： $e > f$





小試身手

(1) 班上 38 位同學每人投籃 10 次，命中球數的次數由小到大排序如下：

0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4,
4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8

- ① 這群資料的第 1 四分位數、第 2 四分位數、第 3 四分位數分別為多少？
- ② 繪製這群資料的盒狀圖。
- ③ 這群資料的全距及四分位距分別為多少？

(2) 下表是阿銘班上 28 位同學定點投籃進球數的次數分配表，每人可投籃 10 次，請依表回答下列問題：

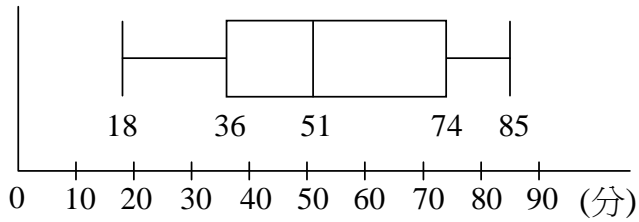
進球數(個)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
次數(人)	2	2	3	3	4	5	4	3	1	0	1

- ① 這群資料的第 1 四分位數、第 2 四分位數、第 3 四分位數分別為多少？
- ② 繪製這群資料的盒狀圖。
- ③ 這群資料的全距及四分位距分別為多少？



基本學習內容：DC-9-1-1

(3) 下圖是三年級同學某次自然科模擬考成績的盒狀圖，請問：



- ① 自然科模擬考成績的第 2 四分位數為何？
- ② 自然科模擬考成績的全距與四分位距分別為何？
- ③ 阿銘這次考了 75 分，如果三年級同學約有 320 參加模擬考，請問阿銘的成績有在前 100 名內嗎？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9

年級數學

