

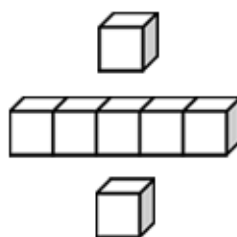


基本學習內容：SC-9-7-2

切線性質

班級：_____

姓名：_____





◎複習活動

直線與圓的位置關係有下列三種情況：

r 表示圓半徑，

d 表示圓心到直線的距離。

直線與圓不相交	直線與圓恰交於一點	直線與圓相交於兩點
$d > r$	$d = r$	$d < r$

如圖一，直線與圓相交於兩點時，我們稱直線 L 為圓 O 的**割線**。

如圖二，直線與圓恰交於一點時，我們稱直線 L 為圓 O 的**切線**，交點 P 為**切點**， P 點為 O 點到直線的垂足。

若 L 為切線，直線與圓交於 P 點，則圓心 O 與 P 點的連線會垂直於 L ，記為 $\overline{OP} \perp L$ 。

直線與圓相交於兩點 $d < r$	直線與圓恰交於一點 $d = r$
圖一	圖二





(1) 已知圓 O 的直徑為 20，若圓心到三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的距離分別為 7、10、13，則 L_1 、 L_2 、 L_3 哪一條是圓 O 的切線？哪一條是圓 O 的割線？

解：「圓心到直線的距離 = 圓半徑時，直線與圓恰交於一點，直線為切線；
圓心到直線的距離 < 圓半徑時，直線與圓交於兩點，直線為割線。」

(1) 我先求出圓半徑，因為圓 O 的直徑是 20，所以半徑是 10。

再把圓心到三條直線的距離比大小，發現：

「圓心到直線 L_2 的距離為 10」 = 「圓的半徑 10」，

所以直線 L_2 與圓 O 恰交於一點，直線 L_2 是圓 O 的切線。

(2) 「圓心到直線 L_1 的距離為 7」 < 「圓的半徑 10」，

所以直線 L_1 與圓 O 交於兩點，直線 L_1 是圓 O 的割線。

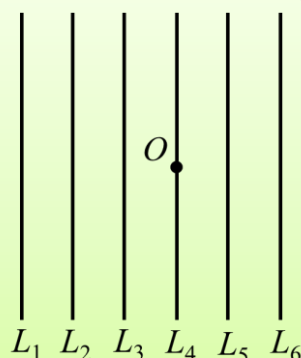
(2) 如右圖，有六條平行線 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 L_5 、 L_6 ，

相鄰兩條平行線的距離皆為 1.5 公分。

已知 O 點在直線 L_4 上，若以 O 點為圓心，

半徑為 3 公分畫圓，則哪些直線是圓 O 的切線？

哪些直線是圓 O 的割線？



解：「圓心到直線的距離 = 圓半徑時，直線與圓恰交於一點，直線為切線；
圓心到直線的距離 < 圓半徑時，直線與圓交於兩點，直線為割線。」

我用圓規畫畫看，以 O 點為圓心，半徑為 3 公分畫圓，發現：

直線 L_3 、 L_4 、 L_5 和圓 O 相交於兩點，

所以直線 L_3 、 L_4 、 L_5 是圓 O 的割線。

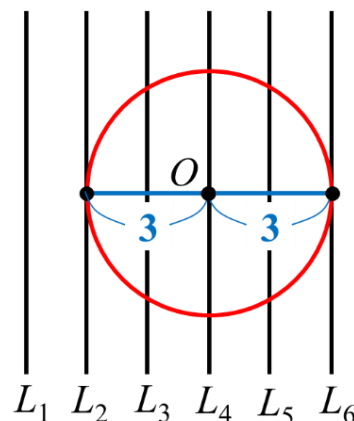
我用距離檢查切線：

因為相鄰兩條平行線的距離皆為 1.5 公分，

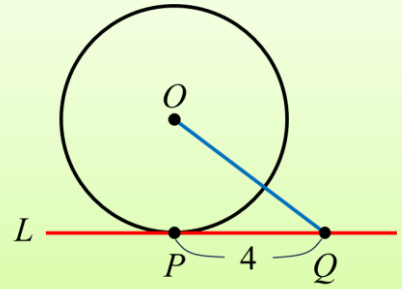
所以直線 L_2 、 L_6 到直線 L_4 的距離都是 3 公分，

則直線 L_2 、 L_6 分別和圓 O 恰交於一點，

所以直線 L_2 、 L_6 是圓 O 的切線。



- (3)如右圖，圓 O 的半徑為 3 公分，
 且直線 L 為圓 O 的切線， P 點為切點。
 若 Q 點是直線 L 上任一點，且 $\overline{PQ} = 4$ ，
 則 $\overline{OQ} = ?$



解：「 P 點為切點，所以圓心 O 和切點 P 的連線必垂直切線 L 」

我先連接 \overline{OP} ， $\overline{OP} =$ 半徑，所以 $\overline{OP} = 3$ 。

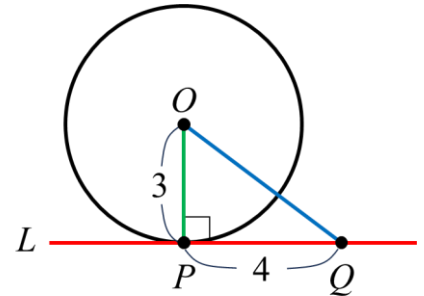
如右圖， $\triangle OPQ$ 是直角三角形，

接著利用畢氏定理

$\overline{OP}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{OQ}^2$ ，將 $\overline{OP} = 3$ 、 $\overline{PQ} = 4$ 代入，

得到 $3^2 + 4^2 = \overline{OQ}^2$ ，

$\overline{OQ}^2 = 25$ ，因為 $\overline{OQ} > 0$ ，所以 $\overline{OQ} = 5$ 。



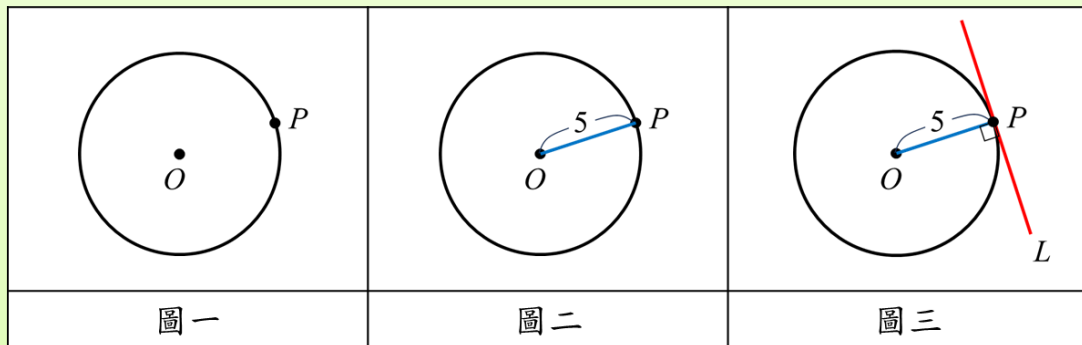


(4)如下圖，

圖一：已知圓 O 的半徑=5， P 為圓 O 上的一點

圖二：連接 \overline{OP} ， \overline{OP} 是圓 O 的半徑，則 $\overline{OP}=5$

圖三：過 P 點作垂直於半徑 \overline{OP} 的直線 L



回答下列問題：

- (1) 假設 Q 點在直線 L 上， $Q \neq P$ ，則 Q 點是否一定在圓外？
- (2) 直線 L 是否為圓 O 的切線？

解：「直角三角形的斜邊最長」

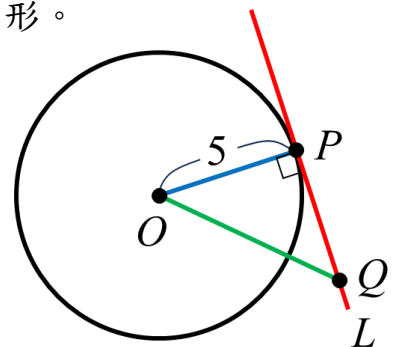
(1)如右圖，

Q 點在直線 L 上，連接 \overline{OQ} ， $\triangle OPQ$ 為直角三角形。

我發現 \overline{OQ} 是直角三角形的斜邊，

所以 \overline{OQ} 一定比 \overline{OP} 長，也就是 $\overline{OQ} > 5$ ，

則 Q 點一定在圓外。



(2)從第(1)題得知，

直線 L 和圓 O 只有一個交點 P ，所以直線 L 是為圓 O 的切線。

1.過圓上任一點且與半徑垂直的直線必為此圓的切線。

2.切線性質：圓心與切點的連線必垂直此切線。

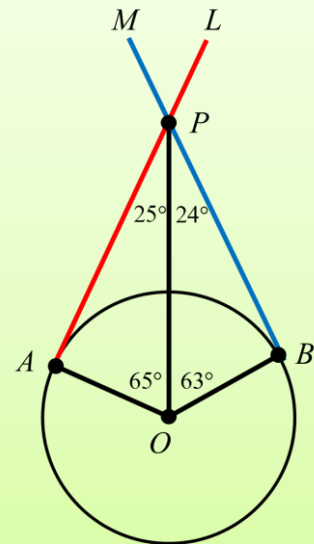




(5)如右圖，說說看

直線 L 是圓 O 的切線嗎？

直線 M 是圓 O 的切線嗎？



解：「切線性質：圓心與切點的連線必垂直此切線」

先看 $\triangle OAP$ ，

$$\angle PAO = 180 - (25 + 65) = 90 \text{ 度，}$$

所以 $\overline{OA} \perp \overline{AP}$ ，直線 L 是圓 O 的切線。

接著看 $\triangle OBP$ ，

$$\angle PBO = 180 - (24 + 63) = 93 \text{ 度，}$$

所以 \overline{OB} 和 \overline{BP} 不會垂直，直線 M 不是圓 O 的切線。



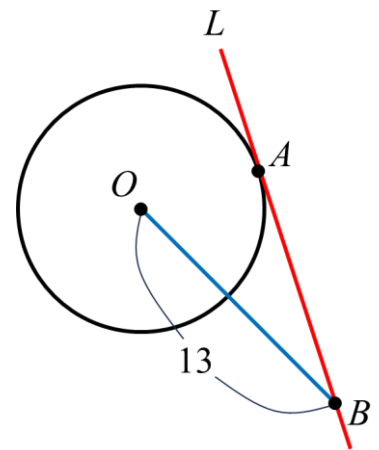
小試身手

(1) 已知圓 O 的直徑為 25，若圓心到三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的距離分別為 10、12.5、25，則 L_1 、 L_2 、 L_3 哪一條是圓 O 的切線？哪一條是圓 O 的割線？

(2) 如右圖，圓 O 的直徑為 10 公分，

且直線 L 為圓 O 的切線， A 點為切點。

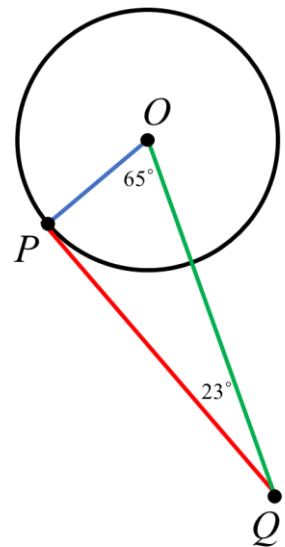
若 B 點是直線 L 上任一點，且 $\overline{OB} = 13$ ，則 $\overline{AB} = ?$



(3) 如右圖，已知 P 點在圓 O 上。

在 $\triangle OPQ$ 中， $\angle POQ = 65^\circ$ 、 $\angle PQO = 23^\circ$ 。

說說看， \overline{PQ} 是否為圓 O 的切線。





教育部國民及學前教育署 編

國民中學 **9** 年級數學
學生學習扶助教材

