



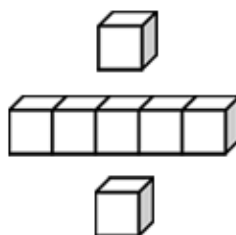
基本學習內容：SC-9-12-1、2

空間中線與面的平行與垂直

空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係

班級：_____

姓名：_____



(1)媽媽幫阿叡買了一個生日蛋糕準備慶生，阿叡自己把蠟燭插到蛋糕上。

請回答下列問題：

下圖一～三是阿叡將蠟燭插在蛋糕上的方法，

請問哪一張圖的蠟燭直立在蛋糕的表面呢？



圖一



圖二



圖三

解：

我發現，圖一、圖二的蠟燭都歪斜，只有圖三的蠟燭直立於蛋糕的表面。

空間中線與面的垂直

如右圖，數學上我們稱「蠟燭」與「蛋糕表面」垂直，也就是直線與平面垂直。



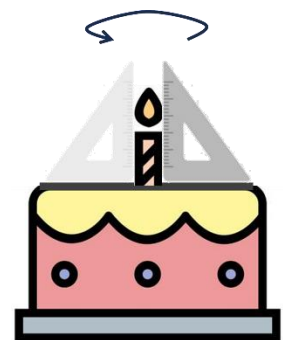
檢查直線與平面垂直的方式如下：

拿一個三角板一邊貼合蛋糕表面，

一邊貼合蠟燭繞一圈，發現無論三角板轉到哪一個角度，

都可以一邊貼合蛋糕表面一邊貼合蠟燭。

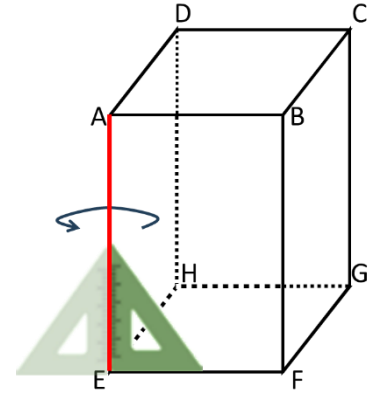
我們稱蠟燭「垂直」於蛋糕的表面。





空間中線與面的垂直

如右圖，因為長方體的每一個面都是長方形，
所以每一個內角都是 90 度。



將三角板立在平面 $EFGH$ 上，

三角板的一股靠在 \overline{AE} 上，另一股貼在 \overline{EF} 上，

以 \overline{AE} 為旋轉軸轉一圈，發現另一股都貼在平面 $EFGH$ 上。

也就是，在平面 $EFGH$ 上過 E 點的任何直線都與 \overline{AE} 垂直，

我們就說 \overline{AE} 與平面 $EFGH$ 垂直。

圖一和圖二是直線與平面垂直的例子。

<p style="text-align: center;">圖一</p> <p>\overline{AB} 與平面 $BCGF$ 垂直 \overline{AB} 與平面 $ADHE$ 垂直</p>	<p style="text-align: center;">圖二</p> <p>\overline{FG} 與平面 $CDHG$ 垂直 \overline{FG} 與平面 $CDHG$ 垂直</p>





基本學習內容：SC-9-12-1、2

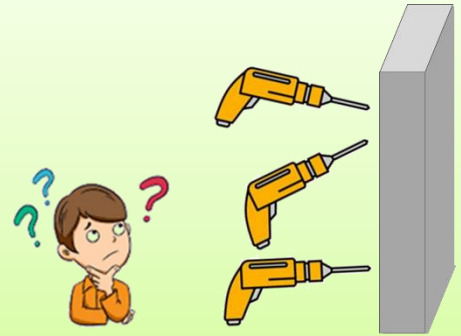
(2)如右圖，

爸爸想用电鑽在牆壁上鑽洞，

準備吊掛曬衣桿。

說說看，爸爸可以用什麼方式

檢驗電鑽的鑽頭是否「垂直」於牆壁呢？

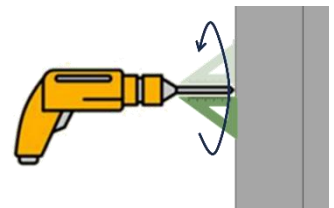
**解：**

我知道，爸爸可以把三角板的一股靠在牆上，

再將三角板貼著牆面繞一圈，

發現鑽頭與平面的每一條直線夾角都是 90 度，

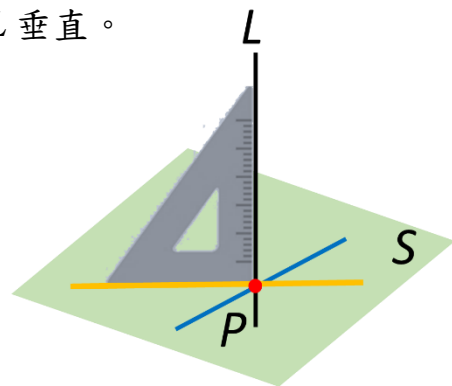
這樣就表示鑽子「垂直」於牆壁了。



空間中直線與平面的垂直

如右圖，空間中的直線 L 與平面 S 互相垂直，交點為 P 點，

則平面 S 上通過 P 點的任一條直線都與直線 L 垂直。



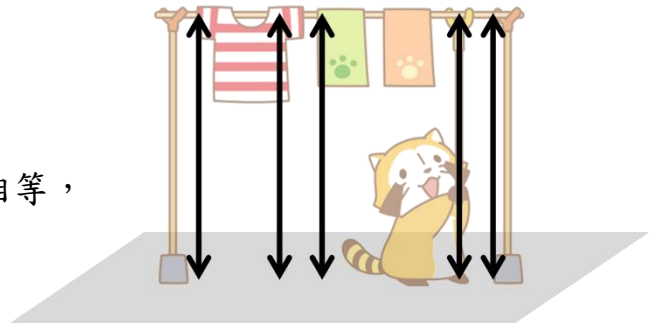


(3) 如右圖，
曬衣架放置在地面，
說說看，如何檢查曬衣桿平行於地面呢？



解：

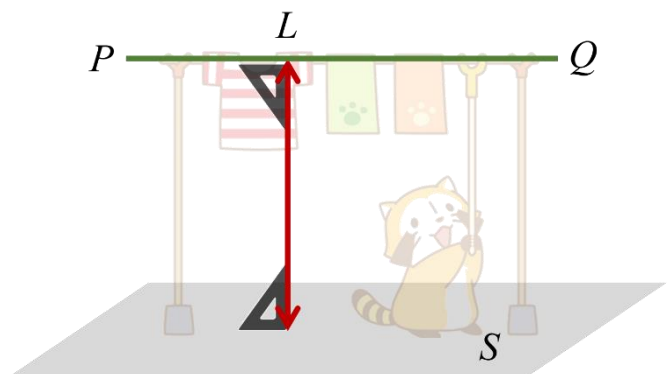
如右圖，我用尺量曬衣桿到地面的距離，
發現從曬衣桿的任一個位置到地面的距離都相等，
所以曬衣桿平行於地面。



直線與平面的平行

如下圖，直線 L 垂直於曬衣桿同時也垂直於地面，
我們稱 \overline{PQ} (曬衣桿) 與平面 S (地面) 平行。

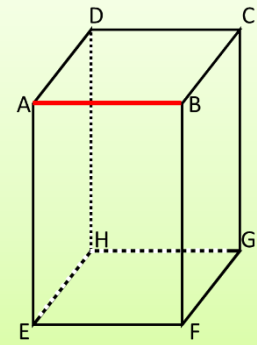
換句話說， \overline{PQ} 和平面 S 平行，
就可以找到一條直線 L
垂直於 \overline{PQ} 也垂直於平面 S 。





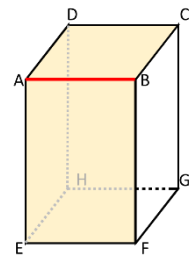
(4) 右圖是長方體，請回答下列問題：

- ① \overline{AB} 落在哪些平面上？
- ② \overline{AB} 與哪些平面垂直？
- ③ \overline{AB} 與哪些平面平行？

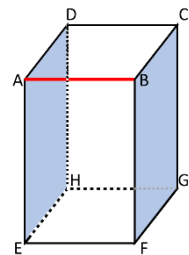


解：

- ① 如右圖， \overline{AB} 是平面 $ADHE$ 、平面 $ABFE$ 的交線，
所以落在平面 $ADHE$ 及平面 $ABFE$ 上。



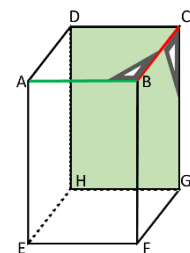
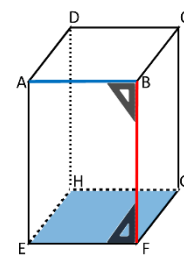
- ② 如右圖， \overline{AB} 與平面 $BCGF$ 垂直、 \overline{AB} 與平面 $ADHE$ 垂直。



空間中線與面的平行

長方體中，若 \overline{BF} 與平面沒有交點，
且 \overline{BF} 同時垂直於 \overline{AB} 與平面 $EFGH$ ，
所以 \overline{AB} 與平面 $EFGH$ 平行。

同理， \overline{BC} 同時垂直於 \overline{AB} 與平面 $CDHG$ ，
所以 \overline{AB} 與平面 $CDHG$ 平行。

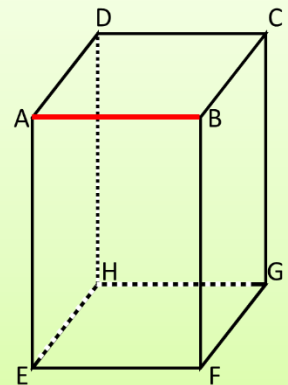




SC-9-12-2 空間中線與線的垂直、平行與歪斜關係

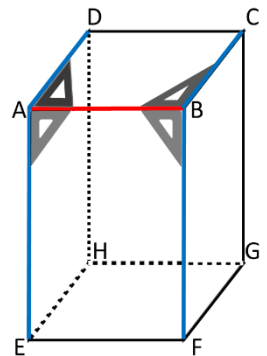
(1) 長方體有 12 個邊，請根據右圖回答下列問題：

- ① 哪些邊和 \overline{AB} 垂直？
- ② 哪些邊和 \overline{AB} 平行？
- ③ 哪些邊和 \overline{AB} 不平行也不相交？

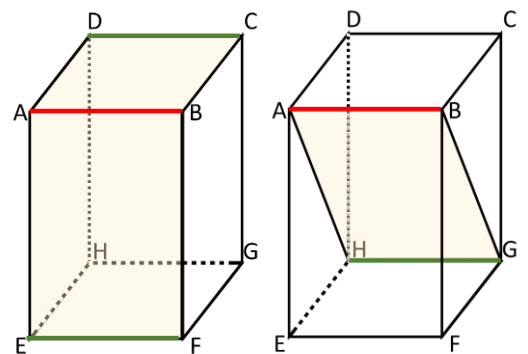


解：

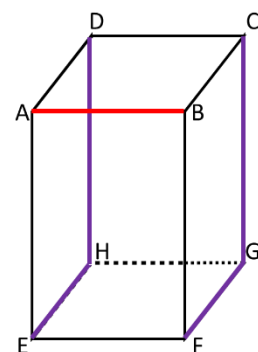
- ① 如右圖，因為長方體的每一個面都是長方形，內角都是 90° ，
所以和 \overline{AB} 垂直的邊有 \overline{AD} 、 \overline{AE} 、 \overline{BC} 、 \overline{BF} 。



- ② 如右圖，
因為平面 $ABCD$ 、 $ABEF$ 、 $ABHE$ 都是長方形，
所以 \overline{CD} 、 \overline{EF} 、 \overline{HG} 和 \overline{AB} 平行。



- ③ 如右圖，
 \overline{CG} 、 \overline{DH} 、 \overline{EH} 和 \overline{FG} 和 \overline{AB} 不平行也不相交。





線與線的歪斜—長方體

如右圖，長方體中， \overline{BC} 與 \overline{AB} 不平行也不相交，

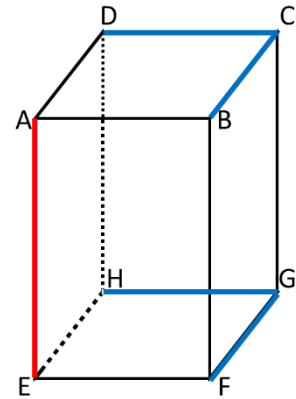
我們稱為 \overline{BC} 與 \overline{AB} 是歪斜關係。

當兩條直線不平行且不相交時，

稱這兩條直線為歪斜關係。

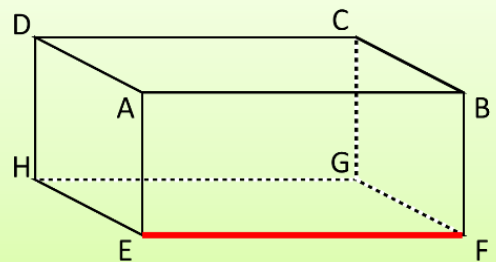
例如右圖， \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{FG} 、 \overline{GH} 與 \overline{AE} 不平行也不相交，

所以 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{FG} 、 \overline{GH} 分別和 \overline{AE} 是歪斜關係。



(2)右圖是長方體，

說說看，哪些邊和 \overline{EF} 是歪斜關係？

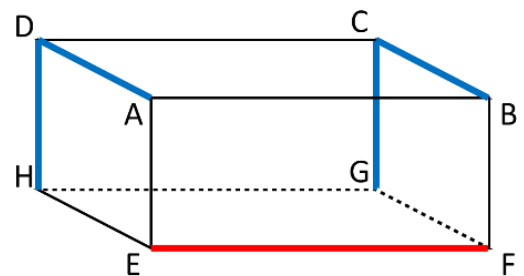


解：

如下圖，

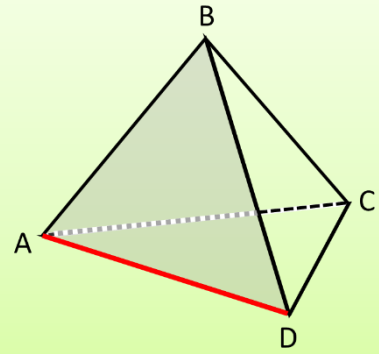
我知道，和 \overline{EF} 不平行也不相交的直線就和 \overline{EF} 歪斜，

所以 \overline{AD} 、 \overline{DH} 、 \overline{BC} 、 \overline{CG} 和 \overline{EF} 是歪斜關係。





(3)右圖是正四面體，
說說看，哪一條直線和 \overline{AD} 是歪斜關係？

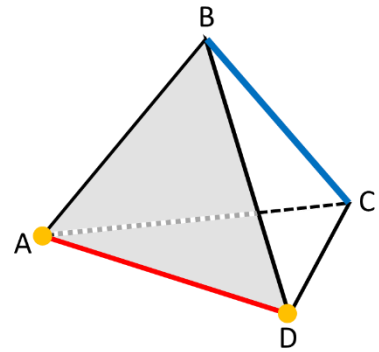


解：

四面體中，與 \overline{AD} 不相交的邊只有 \overline{BC} ，

且 \overline{BC} 與 \overline{AD} 也不平行，

所以 \overline{BC} 和 \overline{AD} 為歪斜關係。





小試身手

1. 觀察右圖的長方體並回答下列問題：

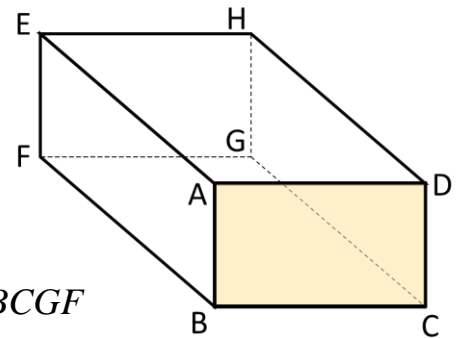
請在正確的選項前 打 \checkmark 。(答案可能不只一個)

(1) 下列哪些平面與平面 $ABCD$ 平行？

- 平面 $ABFE$ 平面 $CDHG$
 平面 $EFGH$ 平面 $ADHE$ 平面 $BCGF$

(2) 下列哪些平面與平面 $ABCD$ 垂直？

- 平面 $ABFE$ 平面 $CDHG$
 平面 $EFGH$ 平面 $ADHE$ 平面 $BCGF$



2. 觀察右圖的長方體並回答下列問題：

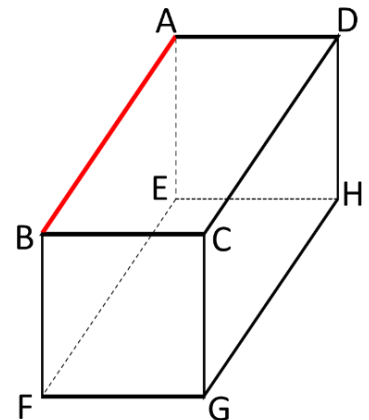
請在正確的選項前 打 \checkmark 。(答案可能不只一個)

(1) 下列哪些邊與直線 \overline{AB} 平行？

- \overline{AE} \overline{AD} \overline{BC} \overline{BF}
 \overline{CD} \overline{CG} \overline{DH} \overline{EF}
 \overline{EH} \overline{FG} \overline{GH}

(2) 下列哪些邊與直線 \overline{AB} 垂直？

- \overline{AE} \overline{AD} \overline{BC} \overline{BF}
 \overline{CD} \overline{CG} \overline{DH} \overline{EF}
 \overline{EH} \overline{FG} \overline{GH}





3. 觀察右圖的正方體並回答下列問題：

請在正確的選項前打√。(答案可能不只一個)

(1) 下列哪些直線與 \overline{AB} 平行？

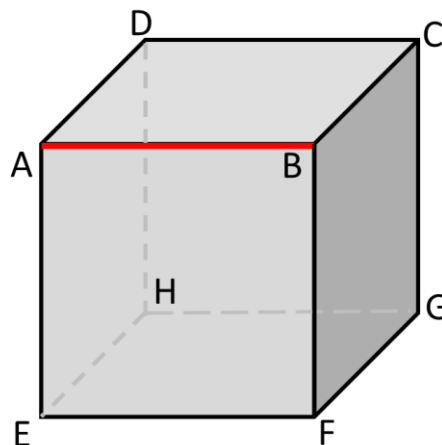
- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> \overline{AD} | <input type="checkbox"/> \overline{AE} | <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BF} |
| <input type="checkbox"/> \overline{CD} | <input type="checkbox"/> \overline{CG} | <input type="checkbox"/> \overline{DH} | <input type="checkbox"/> \overline{EH} |
| <input type="checkbox"/> \overline{EF} | <input type="checkbox"/> \overline{FG} | <input type="checkbox"/> \overline{GH} | |

(2) 下列哪些直線與 \overline{AB} 垂直？

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> \overline{AD} | <input type="checkbox"/> \overline{AE} | <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BF} |
| <input type="checkbox"/> \overline{CD} | <input type="checkbox"/> \overline{CG} | <input type="checkbox"/> \overline{DH} | <input type="checkbox"/> \overline{EH} |
| <input type="checkbox"/> \overline{EF} | <input type="checkbox"/> \overline{FG} | <input type="checkbox"/> \overline{GH} | |

(3) 下列哪些直線與 \overline{AB} 為歪斜關係？

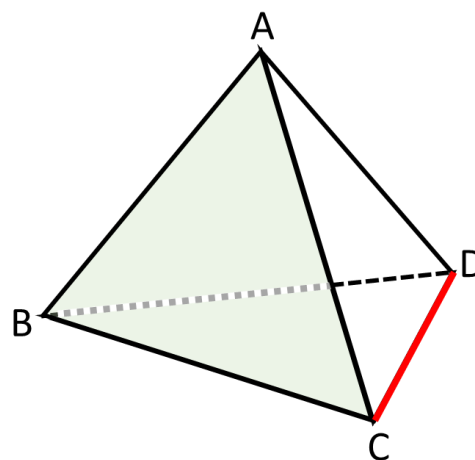
- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> \overline{AD} | <input type="checkbox"/> \overline{AE} | <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BF} |
| <input type="checkbox"/> \overline{CD} | <input type="checkbox"/> \overline{CG} | <input type="checkbox"/> \overline{DH} | <input type="checkbox"/> \overline{EH} |
| <input type="checkbox"/> \overline{EF} | <input type="checkbox"/> \overline{FG} | <input type="checkbox"/> \overline{GH} | |



4. 觀察右圖的正四面體，哪一條直線和 \overline{CD} 是歪斜關係？

請在正確的選項前打√。

- | | | |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> \overline{AB} | <input type="checkbox"/> \overline{AC} | <input type="checkbox"/> \overline{AD} |
| <input type="checkbox"/> \overline{BC} | <input type="checkbox"/> \overline{BD} | |





教育部國民及學前教育署 編

國民中學 **9** 年級數學
學生學習扶助教材

