

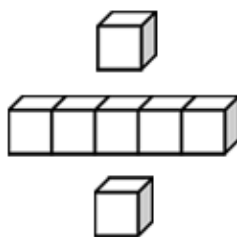


# 基本學習內容：SC-9-13-2

## 直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐 的展開圖、側面積及表面積

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

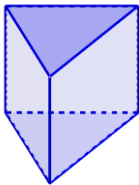
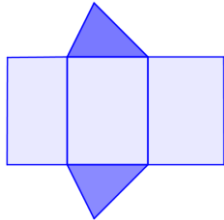
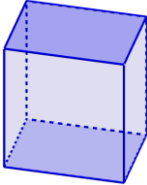
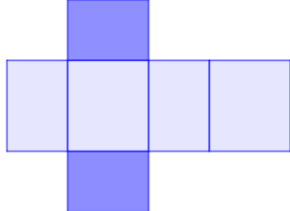
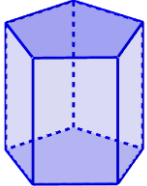
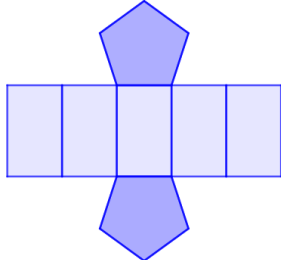




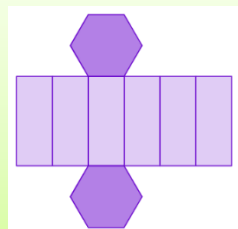
基本學習內容：SC-9-13-2

### ◎角柱的展開圖

角柱的上底面與下底面是兩個全等的多邊形，其側面都是長方形，其中上底面與下底面之間的距離稱為角柱的高(底下簡稱柱高)。例如：  
 上底面與下底面是全等的三角形，側面都是長方形的立體形體為三角柱；  
 上底面與下底面是全等的四邊形，側面都是長方形的立體形體為四角柱；  
 上底面與下底面是全等的五邊形，側面都是長方形的立體形體為五角柱。  
 以下是常見的角柱及其展開圖：

名稱	立體形體	展開圖
三角柱		
四角柱		
五角柱		

(1) 右圖為一立體形體的展開圖，  
 請問該立體形體為何？



**解：**展開圖中有兩個全等的六邊形是該形體的上底面與下底面，  
 有 6 個長方形的面是該立體形體的側面，所以此形體為六角柱。

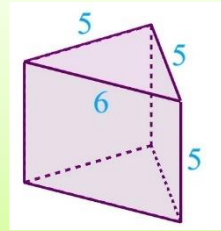
答：六角柱



### ◎角柱的表面積

角柱的底面是 2 個全等的多邊形、側面都是長方形，  
角柱的表面積＝兩底面的面積和＋側面面積。

- (2) 右圖為三角柱，已知三角柱的底面積為 12，  
三角形三邊長分別為 5、5、6，柱高為 5，  
請問三角柱的表面積是多少？

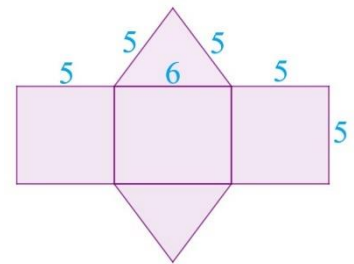


**解：【方法一】**右圖為三角柱展開圖，

它的底面是 2 個全等的三角形、側面是 3 個長方形。

三角柱的表面積＝兩底面的面積和＋側面面積

$$\begin{aligned} &= 12 \times 2 + 5 \times 5 + 6 \times 5 + 5 \times 5 \\ &= 24 + 25 + 30 + 25 \\ &= 104 \end{aligned}$$



**【方法二】**右圖為三角柱展開圖，

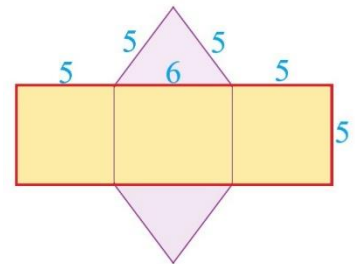
它的底面是 2 個全等的三角形、側面是 3 個長方形。

將側面的 3 個長方形看成一個大長方形。

側面大長方形的面積＝ $(5 + 6 + 5) \times 5 = 16 \times 5 = 80$ ，

三角柱的表面積＝兩底面的面積和＋側面面積

$$\begin{aligned} &= 12 \times 2 + 80 \\ &= 104 \end{aligned}$$

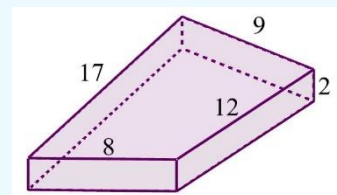


答： 104 平方單位



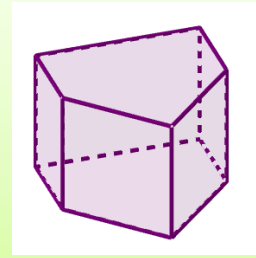
#### 隨堂練習

- 右圖為四角柱，已知四角柱的底面積為 114，  
底面四邊形邊長分別為 9、12、8、17，柱高為 2，  
請問四角柱的表面積是多少？





(3) 右圖為五角柱，  
已知五角柱底面的面積為 10，周長為 14，柱高為 3，  
請問五角柱的表面積是多少？



**解：**右圖為五角柱展開圖，

它的底面是 2 個全等的五邊形、側面是 5 個長方形。

側面的 5 個長方形合成長方形  $ABCD$ 。

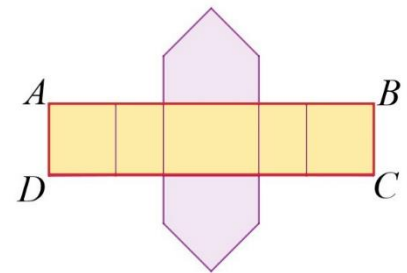
其中  $\overline{AB}$  = 五邊形周長 = 14， $\overline{BC}$  = 柱高 = 3，

側面長方形  $ABCD$  的面積 =  $14 \times 3 = 42$ ，

五角柱的表面積 = 兩底面的面積和 + 側面面積

$$= 10 \times 2 + 42$$

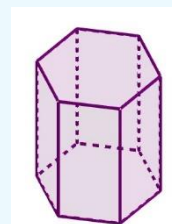
$$= 62$$



答：面積 62 平方單位



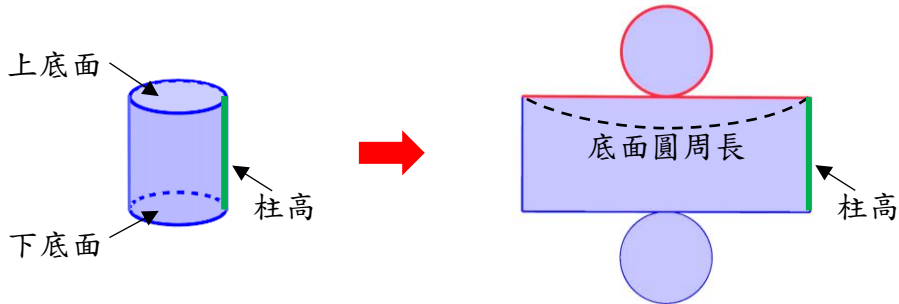
右圖為六角柱，  
已知六角柱底面的面積為  $6\sqrt{3}$ ，周長為 12，柱高為 5，  
請問六角柱的表面積是多少？



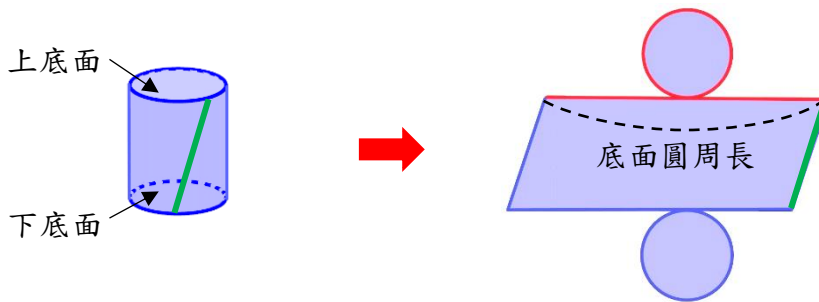


## ◎圓柱的展開圖

圓柱是上、下底面為等圓的柱體，上底面與下底面之間的距離稱為柱高。如圖，將圓柱沿著柱高切開，得到圓柱的展開圖，其中圓柱的展開圖側面是長方形，而展開圖側面長方形的長與寬分別是圓柱底面圓周長與柱高。



如果將圓柱側面斜切，也可以得到圓柱展開圖，如圖，此時圓柱展開圖側面是平行四邊形。



以前在計算圓周長時，圓周率用 3.14 來計算，現在將圓周率用  $\pi$  表示，如果圓半徑為  $r$ ，圓周長 = 半徑  $\times 2 \times$  圓周率 =  $r \times 2 \times \pi = 2\pi r$ 。

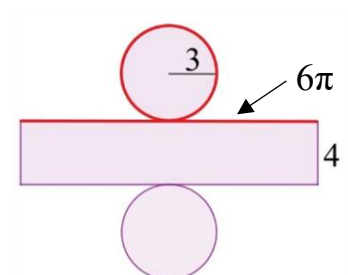
例如：

已知圓柱的底圓半徑為 3，柱高為 4，

將圓柱沿著高切開，圓柱展開圖側面為長方形，如圖。

長方形的長 = 底圓周長 =  $3 \times 2 \times \pi = 6\pi$

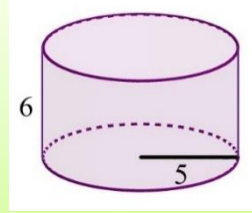
長方形的寬 = 柱高 = 4



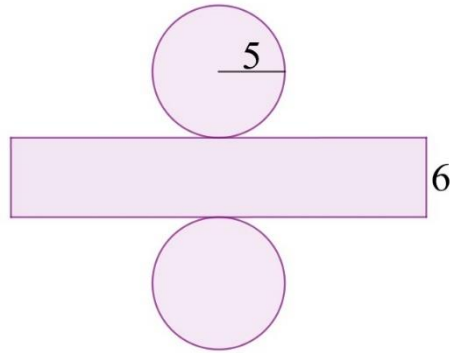


基本學習內容：SC-9-13-2

(4) 右圖為圓柱，已知圓柱底圓半徑為 5，柱高為 6，  
請問圓柱的表面積是多少？



**解：**將圓柱沿著高切開，得到圓柱展開圖，



如圖，它的底面是 2 個等圓、側面是長方形。

$$\text{圓柱的底面面積} = \pi \times 5^2 = 25\pi$$

$$\text{長方形的長} = \text{底面圓周長} = 2\pi \times 5 = 10\pi$$

$$\text{長方形的寬} = \text{柱高} = 6$$

$$\text{圓柱的側面積} = 10\pi \times 6 = 60\pi$$

$$\text{圓柱的表面積} = \text{兩底面的面積和} + \text{側面面積}$$

$$= 25\pi \times 2 + 60\pi$$

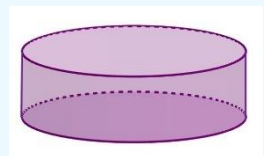
$$= 110\pi$$

答：  $110\pi$  平方單位



隨堂練習

右圖為圓柱，已知圓柱底面的半徑為 5，圓柱的高為 3，  
請問圓柱的表面積是多少？





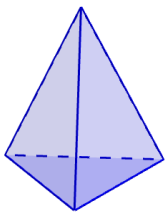
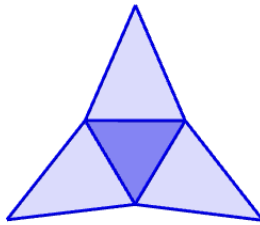
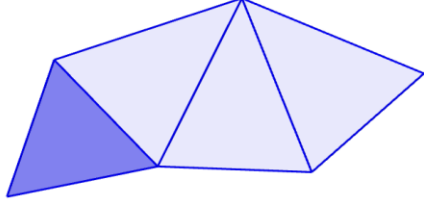
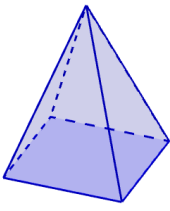
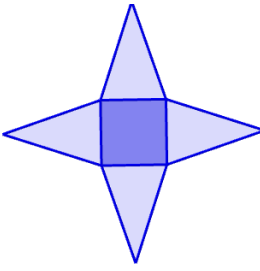
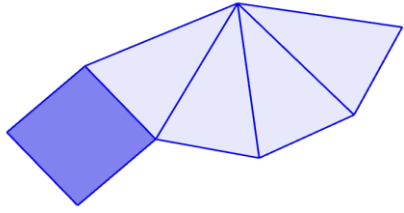
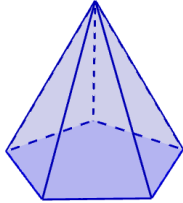
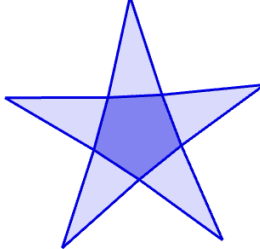
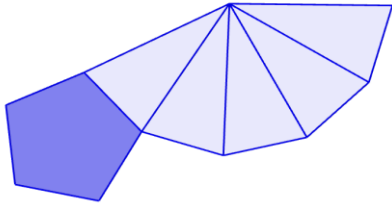
## ◎角錐的展開圖

正角錐是由一個正多邊形底面和數個等腰三角形側面所構成的立體形體，  
例如：底面是正三角形，側面有 3 個全等的等腰三角形的立體形體為三角錐；

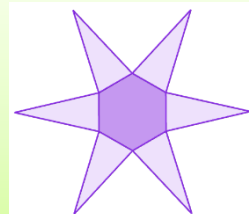
底面是正方形，側面有 4 個全等的等腰三角形的立體形體為四角錐；

底面是正五邊形，側面有 5 個全等的等腰三角形的立體形體為五角錐。

以下是常見的角錐及其展開圖：

名稱	立體形體	展開圖(從頂點展開)	展開圖(從一邊撥開)
三角錐			
四角錐			
五角錐			

(5) 右圖為一立體形體的展開圖，  
請問該立體形體為何？



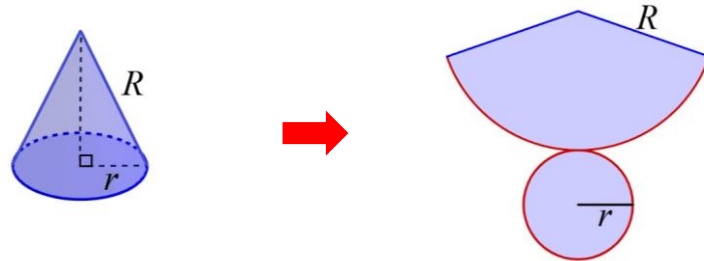
**解：**此展開圖為錐體展開圖，它的底面是 1 個正六邊形、側面是 6 個全等的等腰三角形，所以此立體形體為六角錐。

答：六角錐

基本學習內容：SC-9-13-2

## ◎圓錐的展開圖

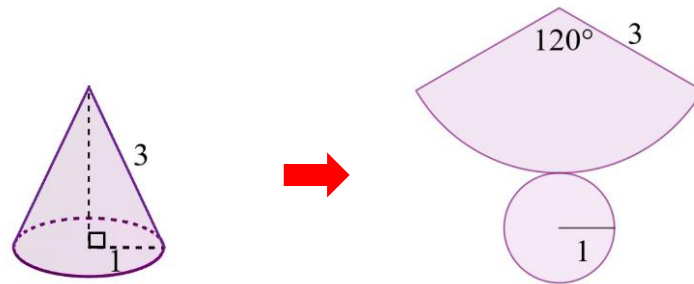
圓錐展開圖的底面是一個圓形、側面是一個扇形，如圖，



其中側面扇形的弧長＝底圓的周長。

例如：如圖為圓錐及其展開圖，

已知底圓半徑為 1，側面扇形半徑為 3，圓心角為  $120^\circ$ 。



$$\text{底圓的周長} = 2\pi r = 2 \times \pi \times 1 = 2\pi$$

$$\text{側面扇形的弧長} = 2\pi r \times \frac{\text{圓心角}}{360} = 2 \times \pi \times 3 \times \frac{120}{360} = 2\pi$$

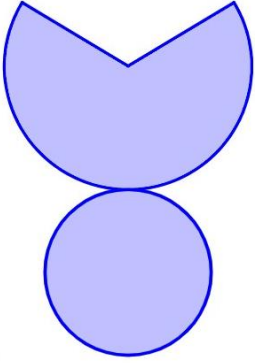
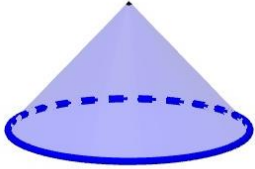
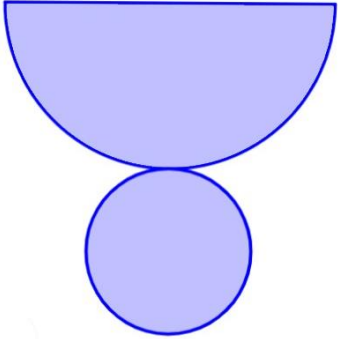
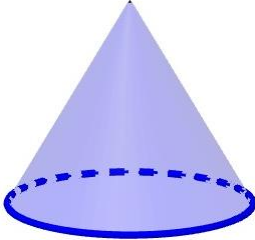
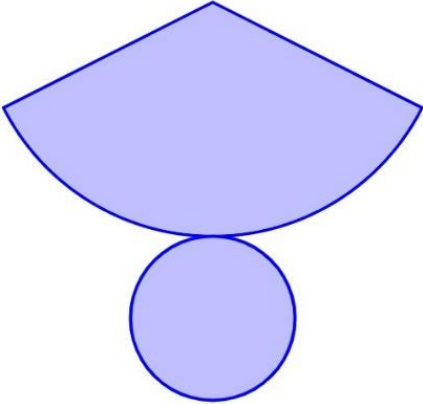
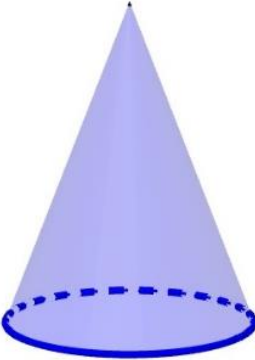
所以，圓錐展開圖側面扇形的弧長＝底圓的周長。



動手做做看

附件一是 3 個圓錐的展開圖，它們的底圓半徑相同，扇形的半徑和圓心角都不同。請先將這些圖形剪下來，再把它們拼回圓錐。

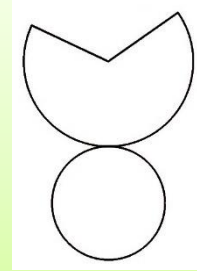
說說看，圓錐的高度和扇形的半徑、圓心角有什麼關係？

展開圖	立體形體
	
	
	

我們發現，圓錐展開圖側面的扇形的形狀可能是半圓、比半圓大的扇形或比半圓小的扇形，而圓錐的高度越高，側面展開圖扇形半徑越長，其扇形圓心角越小。



- (6) 右圖是圓錐展開圖，已知圓錐底圓的半徑為 2，  
 展開圖側面扇形的半徑為 3，  
 請問：①展開圖側面扇形的弧長是多少？  
 ②展開圖側面扇形的圓心角是多少度？



解：①側面扇形的弧長＝底圓的周長＝ $2\pi r = 2\pi \times 2 = 4\pi$

②假設扇形的圓心角為  $x^\circ$

$$\text{扇形的弧長} = 2\pi r \times \frac{\text{圓心角}}{360} = 2\pi \times 3 \times \frac{\text{圓心角}}{360}$$

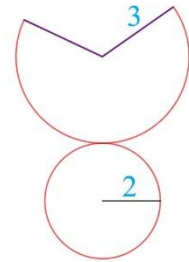
因為扇形的弧長＝底圓的周長

$$\text{得 } 2\pi \times 3 \times \frac{x}{360} = 4\pi$$

$$\frac{x}{360} = \frac{4\pi}{2\pi \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$x = 360 \times \frac{2}{3} = 240$$

故扇形的圓心角為  $240^\circ$ 。

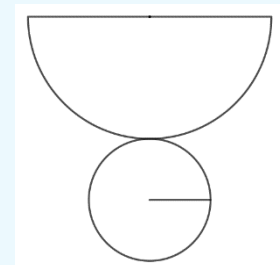


答：① $4\pi$ ，②240 度



隨堂練習

- 右圖是圓錐展開圖，已知圓錐底圓的半徑為 3，  
 展開圖側面扇形的半徑為 6，  
 請問：①展開圖側面扇形的弧長是多少？  
 ②展開圖側面扇形的圓心角是多少度？





## ◎錐體的表面積

角錐的底面是 1 個正  $n$  邊形、側面是  $n$  個全等的等腰三角形，

角錐的表面積 = 底面面積 + 側面面積。

例如：右圖為四角錐展開圖，

它的底面是 1 個正方形、側面是 4 個全等的等腰三角形，

底面：正方形面積 =  $2 \times 2 = 4$

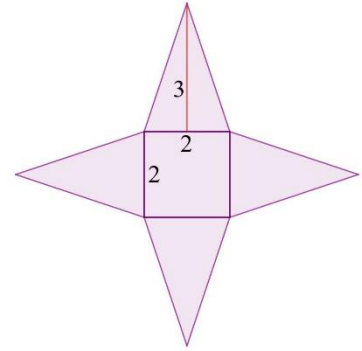
側面：等腰三角形面積 =  $2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$

四角錐的表面積

= 底面面積 + 側面面積

=  $4 + 3 \times 4$

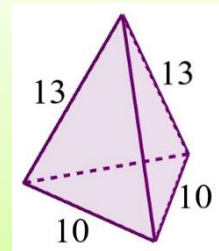
= 16



(7) 右圖是三角錐，已知底面正三角形邊長是 10，

側面等腰三角形的腰是 13，

請問此三角錐的表面積是多少？



**解：**右圖為三角錐展開圖，

它的底面是 1 個正三角形、側面是 3 個全等的等腰三角形，

我們先分別算出正三角形和等腰三角形的面積，

正三角形的面積 =  $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$

等腰三角形的高會垂直平分底邊，形成左右兩個全等的直角三角形，

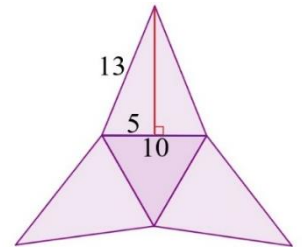
由畢氏定理，等腰三角形的高 =  $\sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

等腰三角形的面積 =  $10 \times 12 \times \frac{1}{2} = 60$

三角錐的表面積 = 底面面積 + 側面面積

=  $25\sqrt{3} + 60 \times 3$

=  $25\sqrt{3} + 180$

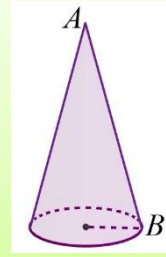


答：(  $25\sqrt{3} + 180$  ) 平方單位



基本學習內容：SC-9-13-2

- (8) 右圖為圓錐，已知圓錐底圓的半徑為 2，  
圓錐側面  $\overline{AB} = 8$ ，  
請問圓錐的表面積是多少？



**解：**右圖為圓錐展開圖，圓錐底圓的半徑為 2，

圓錐展開圖側面為扇形，其半徑為  $\overline{AB} = 8$ ，

先算出扇形的圓心角，假設圓心角為  $x^\circ$ ，

利用「扇形的弧長＝底圓的周長」，

$$\text{得 } 2\pi \times 2 = \frac{x}{360} \times 2\pi \times 8 = 4\pi$$

$$\frac{x}{360} = \frac{4\pi}{2\pi \times 8} = \frac{1}{4}$$

$$x = 360 \times \frac{1}{4} = 90$$

故扇形的圓心角為  $90^\circ$ 。

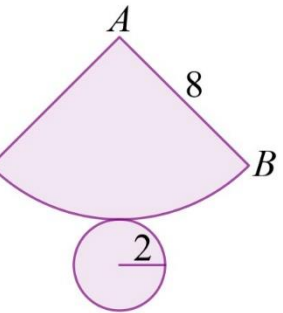
$$\text{圓錐底圓的面積} = \pi r^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi$$

$$\text{側面扇形的面積} = \pi r^2 \times \frac{\text{圓心角}}{360} = \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} = 16\pi$$

圓錐的表面積＝底圓面積＋側面扇形面積

$$= 4\pi + 16\pi$$

$$= 20\pi$$



答： $20\pi$  平方單位



(9) 已知圓錐展開圖側面是半徑為 6 的半圓，  
請問此圓錐的表面積是多少？

**解：**如圖，圓錐展開圖的底面是 1 個圓形，

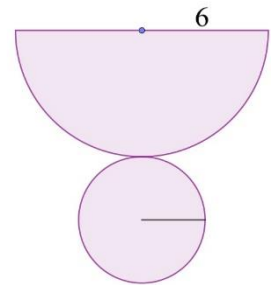
側面是半徑為 6 的半圓，代表扇形圓心角為  $180^\circ$ ，

先利用「扇形的弧長＝底圓的周長」，算出底圓半徑，

假設底圓半徑為  $r$ ，得  $2\pi \times 6 \times \frac{1}{2} = 2\pi r$ ， $r = 3$ ，

圓錐的表面積＝底圓面積＋側面半圓面積

$$\begin{aligned} &= \pi \times 3^2 + \pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} \\ &= 27\pi \end{aligned}$$



答： $27\pi$  平方單位

(10) 已知圓錐展開圖側面是半徑為 12、圓心角為  $210^\circ$  的扇形，  
請問此圓錐的表面積是多少？

**解：**右圖為圓錐展開圖，

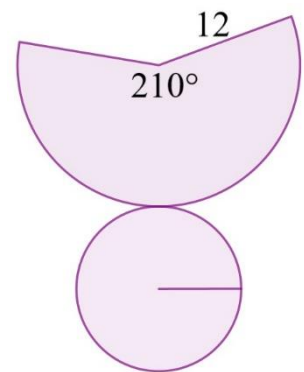
側面是半徑為 12、圓心角為  $210^\circ$  的扇形，

先利用「扇形的弧長＝底圓的周長」，算出底圓半徑，

假設底圓半徑為  $r$ ，得  $2\pi \times 12 \times \frac{210}{360} = 2\pi r$ ， $r = 7$ ，

圓錐的表面積＝底圓面積＋側面半圓面積

$$\begin{aligned} &= \pi \times 7^2 + \pi \times 12^2 \times \frac{210}{360} \\ &= 133\pi \end{aligned}$$

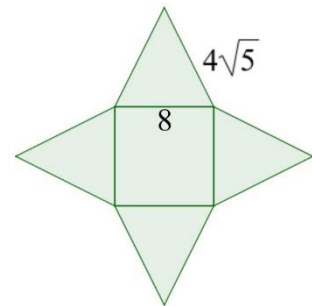


答： $133\pi$  平方單位



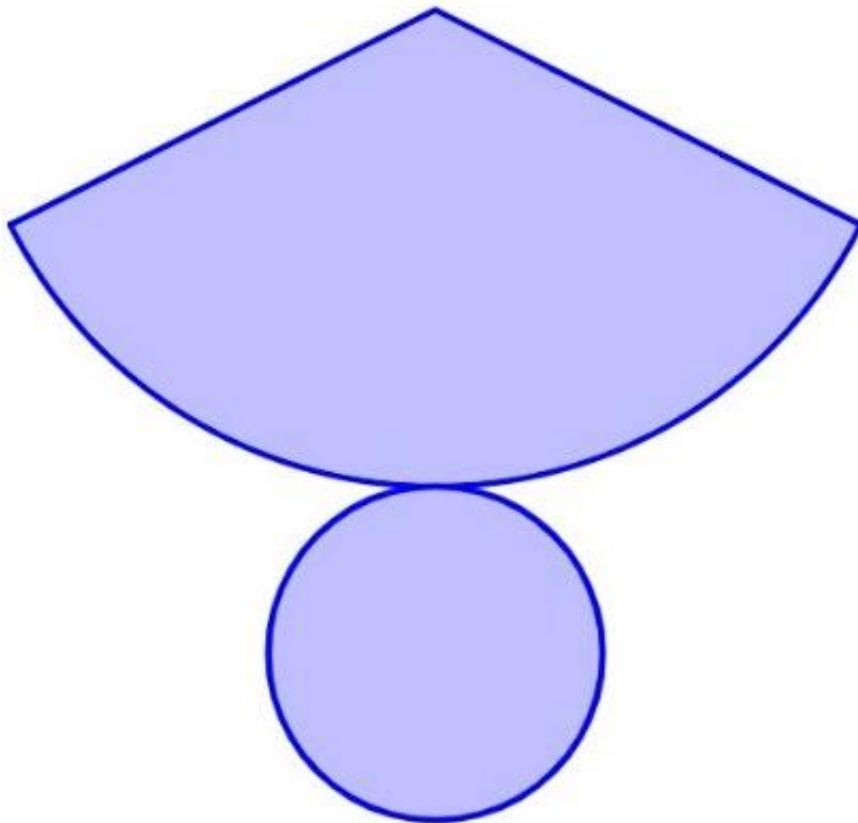
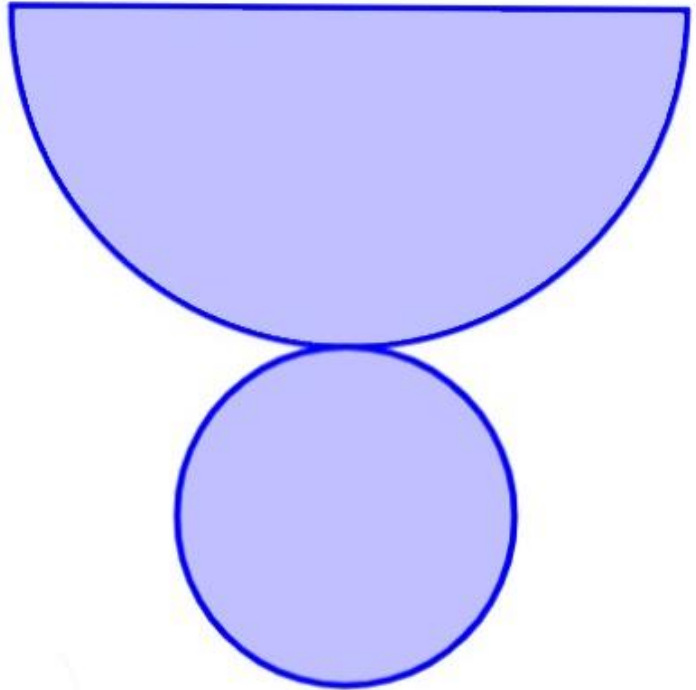
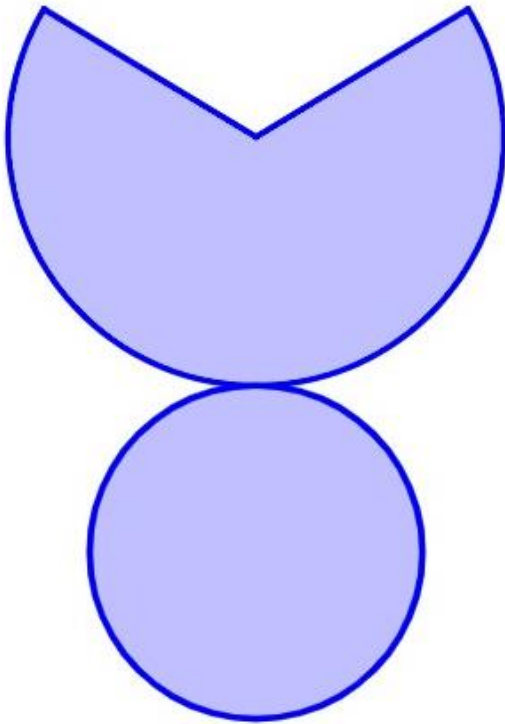
## 小試身手

1. 已知六角柱底面的面積為  $24\sqrt{3}$ ，周長為 24，柱高為 5，  
請問六角柱的表面積是多少？
2. 已知圓柱底圓半徑為 8，柱高為 3，請問圓柱的表面積是多少？
3. 如圖，已知四角錐底面正方形邊長是 8，  
側面等腰三角形的腰是  $4\sqrt{5}$ ，  
請問此四角錐的表面積是多少？
4. 已知圓錐展開圖側面是半徑為 8、圓心角為  $135^\circ$  的扇形，  
請問此圓錐的表面積是多少？





附件一(配合 P10.動手做做看)





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9

年級數學

